

УДК 621.391.7

Ю. Є. Яремчук, канд. техн. наук, доц.

## МЕТОД АВТЕНТИФІКАЦІЇ СУБ'ЄКТІВ (ОБ'ЄКТІВ) ВЗАЄМОДІЇ НА ОСНОВІ РЕКУРЕНТНИХ ПОСЛІДОВНОСТЕЙ

*Запропоновано метод автентифікації суб'єктів (об'єктів) взаємодії на основі математичного апарату рекурентних  $V_k$ -послідовностей. Аналіз показав, що в цілому метод має приблизно такий самий рівень криптографічної стійкості та обчислювальної складності, як і відомі аналоги, але за певних умов метод забезпечує значне підвищення швидкості виконання процедури перевірки автентичності, а також підвищення стійкості всього процесу автентифікації. Існує також можливість перетворення методів автентифікації на основі  $V_k$ -послідовності в методи цифрового підписування.*

### Вступ

На сьогодні задача забезпечення цілісності є досить актуальною і вирішується за допомогою криптографічних протоколів, які бувають двох типів — автентифікації та цифрового підписування [1, 2]. В схемі автентифікації суб'єктів (об'єктів) взаємодії [1] існує два учасника — претендент — той, хто доводить свою автентичність, та перевіряльник — той, хто цю автентичність повинен перевірити. В схемі автентифікації з нульовим розголошенням знання претендент має два ключі — загальнодоступний  $K_1$  та секретний  $K_2$  і довести свою автентичність він повинен таким чином, щоб можна було переконатись, що претендент знає  $K_2$  і при цьому це можна було б перевірити, знаючи лише  $K_1$ .

Найвідомішими методами автентифікації є методи Фейге-Фіата-Шаміра, Гіллоу-Куіскуотера та Шнорра [1, 2]. Ці методи базуються на операції піднесенні до степеня, яка вимагає виконання досить складних обчислень, що впливає на швидкість роботи методу у його практичній реалізації. При цьому найбільшою проблемою є те, що у вказаних методах автентифікації складні обчислення виконуються саме в процедурі перевірки автентичності, зокрема, в методі автентифікації Шнорра, необхідно виконувати два піднесення до степенів великих чисел за модулем. Це створює певні труднощі під час використання методів автентифікації в задачах, де процедуру перевірки автентичності необхідно здійснювати в реальному часі від великої кількості претендентів. В таких випадках перевіряльник за одиницю часу може отримувати велику кількість запитів на перевірку автентичності, що, в свою чергу, може створювати для нього проблему перенавантаження. До такого роду задач відносяться задачі авторизації та ідентифікації під час здійснення транзакцій в електронних платіжних системах та в системах стільникового зв'язку, забезпечення веб-транзакцій між клієнтом та сервером, автентифікації в безпроводних мережах, організації банківських транзакцій, організації мобільної комерції, авторизації електронних повідомлень та інші.

В цьому зв'язку певний інтерес викликає апарат на основі рекурентних послідовностей [3, 4], який дозволяє за певних умов спростувати обчислення під час розв'язання криптографічних задач. Так в роботі [5] викладено метод автентифікації сторін взаємодії, який базується на рекурентних  $V_k^+$  - та  $U_k$  -послідовностях і який, у порівнянні з відомими методами, дозволяє суттєво спростити обчислення. Однак описаний метод не задовольняє усім вимогам до протоколів автентифікації, оскільки не дозволяє використовувати претенденту сеансовий ключ. В роботі [6] описано метод, який задовольняє усім сучасним вимогам щодо забезпечення автентифікації з нульовим розголошенням знання, при цьому він забезпечує ще й підвищення стійкості у порівнянні з відомими методами автентифікації. Однак, запропонований метод не вирішує проблему спрощення обчислень процедури перевірки автентичності.

Виходячи з цього, актуальним є дослідження рекурентних послідовностей щодо розробки такого методу автентифікації, який би забезпечував спрощення обчислень процедури перевірки автентичності при забезпеченні достатнього рівня криптостійкості.

### Метод автентифікації на основі рекурентних $V_k$ - послідовностей

В [4] розглянуто  $V_k$ -послідовність, яка складається з  $V_k^+$ - послідовності та  $V_k^-$ - послідовності.

$V_k^+$ - послідовністю називається послідовність чисел, що обчислюються за формулою

$$v_{n,k} = g_k v_{n-1,k} + g_1 v_{n-k,k} \quad (1)$$

для початкових значень  $v_{0,k} = 1$ ,  $v_{1,k} = g_2$  для  $k = 2$ ;  $v_{0,k} = v_{1,k} = \dots = v_{k-3,k} = 0$ ,  $v_{k-2,k} = 1$ ,  $v_{k-1,k} = g_k$  для  $k > 2$ ; де  $g_1, g_k$  — цілі числа;  $n$  і  $k$  — цілі додатні.

Обчислення елементів цієї послідовності для спадних  $n$ , починаючи з деякого значення  $n = l$ , буде здійснюватись таким чином:

$$v_{n,k} = \frac{v_{n+k,k} - g_k \cdot v_{n+k-1,k}}{g_1} \quad (2)$$

$V_k^-$ - послідовністю називається послідовність чисел, що обчислюються за формулою (2) для  $n$  від'ємних при початкових значеннях  $v_{-1,k} = 0$ ;  $v_{-2,k} = g_1^{-1}$  для  $k = 2$ ;  $v_{-1,k} = 0$ ;  $v_{-2,k} = g_1^{-1}$ ;  $v_{-3,k} = v_{-4,k} = \dots = v_{-k,k} = 0$  для  $k > 2$ .

Для будь-яких цілих додатних  $n, m$  та  $k$  отримано таку аналітичну залежність [3]:

$$v_{n+m,k} = v_{m+(k-2),k} \cdot v_{n,k} + g_1 \cdot \sum_{i=1}^{k-1} v_{m+(k-2)-i,k} \cdot v_{n-k+i,k} \quad (3)$$

Для будь-яких цілих додатних  $n$  і  $m$ , таких що  $1 \leq m < n$  та будь-якого цілого додатного  $k$  існує така залежність [4]:

$$v_{n-m,k} = v_{-m+(k-2),k} \cdot v_{n,k} + g_1 \cdot \sum_{i=1}^{k-1} v_{-m+(k-2)-i,k} \cdot v_{n-k+i,k} \quad (4)$$

Наведені рекурентні послідовності, а також отримані залежності дозволяють розробити метод автентифікації суб'єктів (об'єктів) взаємодії на їх основі.

Суть методу автентифікації, що пропонується (заявка на корисну модель № у 2013 06321 від 22.05.2013 р.), базується на використанні властивості (3)  $V_k$ -послідовності, яка дозволяє використовувати її для обчислення елемента  $v_{n+m,k}$ , а також для обчислення елемента  $v_{-n+m,k}$ . Крім того, властивість (3) дозволяє реалізувати процедуру обчислення елемента  $v_{n,m,k}$ . Так само на основі властивості (4) можна реалізувати процедуру обчислення елемента  $v_{-n,m,k}$ . Все це дає можливість створення такого методу автентифікації суб'єктів (об'єктів) взаємодії.

Спочатку претендент (або центр довіри) виконує попередню процедуру обчислення ключів. Для цього він випадковим чином вибирає секретний ключ  $a$ , після цього обчислює і передає перевіряльнику відкритий ключ  $v_{-a+i,k}$ ,  $i = \overline{-k, -1}$ .

Коли претендент хоче довести свою автентичність, він вибирає випадкове число  $b$ , обчислює  $v_{b,k}$ , визначає значення  $x$  як  $x = v_{b,k}$  і передає його перевіряльнику. В цей час перевіряльник вибирає випадкове число  $c$ , передає його претенденту, після чого обчислює  $v_{-a+c+i,k}$ ,  $i = \overline{-(k-1), 0}$ , на основі елементів  $v_{-a+i,k}$ ,  $i = \overline{-k, k-2}$ , та свого сеансового ключа  $c$ .

Одночасно претендент обчислює значення  $b + a \cdot c$  на основі своїх секретного ключа  $a$  та сеансового ключа  $b$ , а також сеансового ключа  $c$ , отриманого від перевіряльника, та передає обчислене значення перевіряльнику.

Після цього перевіряльник обчислює на основі отриманого значення  $b + a \cdot c$  елементи  $v_{b+a+c+i,k}$ ,  $i = \overline{-1, k-2}$ , а потім використовує отримані елементи для обчислення  $x'$  як  $x' = v_{-a+c+(b+a \cdot c),k}$  згідно із залежністю (3). На завершення він перевіряє отримане значення  $x'$  зі значенням  $x$ , раніше отриманим від претендента.

Виходячи з цього схема автентифікації суб'єктів (об'єктів) взаємодії за запропонованим методом буде мати такий вигляд (рис.).

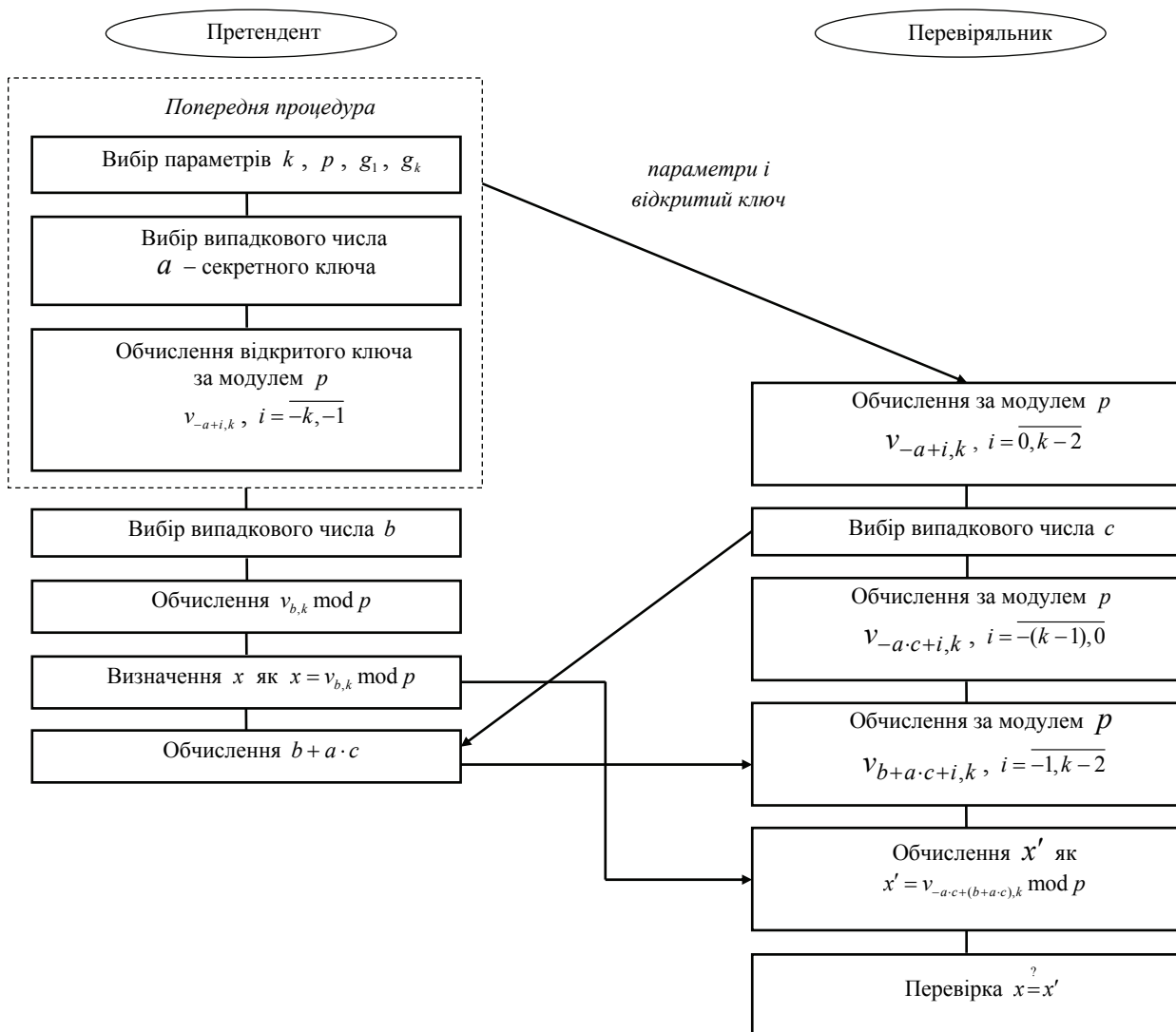


Схема автентифікації суб'єктів (об'єктів) взаємодії на основі елементів  $V_k$ -послідовності

Операція за модулем в схемі автентифікації використовується для обмеження розрядності чисел під час виконання арифметичних операцій.

Вибір числа  $b$  та обчислення елементу  $v_{b,k} \bmod p$  претендентом можуть бути виконані попередньо, заздалегідь до безпосередньої автентифікації. Так само попередньо перевіряльник може вибрати число  $c$  і обчислити на основі відкритого ключа елементи  $v_{-a \cdot c + i, k}$ ,  $i = \overline{-(k-1), 0}$ . Попереднє обчислення цього набору елементів з боку перевіряльника дає можливість зменшити майже у два рази обчислювальну складність процедури перевірки автентичності безпосередньо під час автентифікації.

В запропонованому способі автентифікації основні обчислення виконуються згідно з залежністю (3) на основі елементів  $v_{n+i,k}$ ,  $i = \overline{-(k-1), 0}$ , та елементів  $v_{m+i,k}$ ,  $i = \overline{-1, k-2}$ .

У разі необхідності отримання певного послідовного набору елементів  $V_k$ -послідовності у кількості більшої ніж  $k$ , достатньо отримати будь-які послідовні  $k$  з них, оскільки інші можуть бути обчислені згідно з формулами (1) або (2) на основі вже отриманих.

Виходячи з вищесказаного, отримано такий протокол автентифікації суб'єктів (об'єктів) взає-

модії на основі елементів  $V_k$ -послідовності.

П.1. Задати параметр  $k$ .

П.2. Вибрати  $p$ .

П.3. Вибрати  $g_1, g_k$ .

П.4. Претенденту передати параметри Перевіряльнику.

П.5. Претенденту вибрати випадкове число  $a$  — секретний ключ.

П.6. Претенденту обчислити відкритий ключ за модулем  $p$   $v_{-a+i,k}$ ,  $i = \overline{-k, k-2}$ , використовуючи алгоритм прискореного обчислення елементів  $v_{n,k}$  для від'ємних значень  $n$ .

П.7. Претенденту передати відкритий ключ  $v_{-a+i,k} \bmod p$ ,  $i = \overline{-k, -1}$  Перевіряльнику.

П.8. Перевіряльнику обчислити за модулем  $p$   $v_{-a+i,k}$ ,  $i = \overline{0, k-2}$  за формулою (1).

П.9. Претенденту вибрати випадкове число  $b$ , а Перевіряльнику вибрати випадкове число  $c$  і передати його Претенденту.

П.10. Претенденту обчислити  $v_{b,k} \bmod p$ , використовуючи алгоритм прискореного обчислення елементів  $v_{n,k}$  для додатних значень  $n$ , а Перевіряльнику обчислити за модулем  $p$   $v_{-a+c+i,k}$ ,  $i = \overline{-(k-1), 0}$ , використовуючи алгоритми прискореного обчислення елементів  $v_{-m \cdot n, k}$ .

П.11. Претенденту визначити  $x$  як  $x = v_{b,k} \bmod p$  і передати отримане значення Перевіряльнику.

П.12. Претенденту обчислити значення  $b + a \cdot c$  і передати отримане значення Перевіряльнику.

П.13. Перевіряльнику обчислити за модулем  $p$   $v_{b+a+c+i,k}$ ,  $i = \overline{-1, k-2}$ , використовуючи алгоритм прискореного обчислення елементів  $v_{n,k}$  для додатних значень  $n$ .

П.14. Перевіряльнику обчислити  $x' = v_{-a+c+(b+a \cdot c),k} \bmod p$  за формулою (3) та порівняти отримане значення з  $x$ , тобто перевірити  $x = x'$ .

У п. 2 проводиться вибір параметра  $p$ , який є модулем у обчисленнях в поданому протоколі та визначає верхню межу діапазону чисел, що отримуються під час цих обчислень.

У п. 3 відбувається вибір параметрів  $g_1, g_k$ . Оскільки значення будь-якого числа в розробленому протоколі обмежується параметром  $p$ , вказані параметри слід вибирати в діапазоні  $[1, p-1]$ . При цьому вибір можна здійснювати за допомогою будь-якого генератора випадкових чисел у вказаному діапазоні.

У п. 10 протоколу автентифікації необхідно здійснювати обчислення елементу  $v_{b,k} \bmod p$ , а у п. 13 обчислення за модулем  $p$  елементів  $v_{b+a+c+i,k}$ ,  $i = \overline{-1, k-2}$ . Ці обчислення можна здійснювати за одним з алгоритмів прискореного обчислення елементів  $v_{n,k}$  для додатних  $n$ , які описані в роботі [4].

Так само можна здійснювати обчислення за модулем  $p$  елементів  $v_{-a+i,k}$ ,  $i = \overline{-k, k-2}$ , що виконуються у п. 6 протоколу автентифікації, на основі одного з запропонованих у тій же роботі [4] алгоритмів прискореного обчислення елементів  $v_{n,k}$  для від'ємних  $n$ .

У п. 10 протоколу автентифікації необхідно здійснювати обчислення за модулем  $p$  елементів  $v_{-a+c+i,k}$ ,  $i = \overline{-k+1, 0}$ , на основі елементів  $v_{-a+i,k}$ ,  $i = \overline{-k, k-2}$ , та сеансового ключа  $c$  перевіряльника. Ці обчислення можна здійснювати за алгоритмом прискореного обчислення елементів  $v_{-m \cdot n, k}$ , описаного в роботі [6].

Здійснювати криптоаналіз запропонованого методу автентифікації суб'єктів (об'єктів) взаємодії на основі  $V_k$ -послідовності, зловмисник може на основі відомих параметрів  $k, p, g_1, g_k$ , відкритого ключа  $v_{-a+i,k} \bmod p$ ,  $i = \overline{-k, -1}$ , а також  $v_{b,k} \bmod p$  і  $b + a \cdot c$ , які передаються від претендента до перевіряльника, а також числа  $c$ , яке передається від перевіряльника до претендента. Приблизно так само у відомих методах, зокрема у методі Шнорра зловмиснику відомі параметри

$p$ ,  $q$ ,  $g$ , відкритий ключ  $g^{-a} \bmod p$ , а також  $g^b \bmod p$  та  $b + a \cdot c \pmod{q}$ , які передаються від претендента до перевіряльника, а також число  $c$ , яке передається від перевіряльника до претендента. З [3] видно, що складність отримання зловмисником індексу елементу рекурентної  $V_k$ -последовності, обчисленого за модулем, є принаймні не меншою, ніж отримання числа степеня з результату модулярного піднесення до степеня. Враховуючи це, можна стверджувати, що криптографічна стійкість запропонованого методу знаходиться приблизно на тому ж рівні, принаймні є не меншою, ніж й відомого аналогу.

Перевагою запропонованого методу автентифікації на основі рекурентних послідовностей перед відомими методами щодо стійкості є також можливість змінювати параметр  $k$ , що, в свою чергу, дає можливість підвищувати криптостійкість за рахунок збільшення складності виконання протоколу автентифікації. Окрім цього, до переваг запропонованого методу автентифікації слід віднести й те, що він має значно простішу процедуру задання параметрів, оскільки їх вибір не потребує проведення складних обчислень над великими числами.

Аналіз запропонованого та відомого методів автентифікації щодо обчислювальної складності показує, що згідно з запропонованим методом необхідно чотири рази проводити обчислення елементів  $V_k$ -последовності за прискореним алгоритмом (по два рази кожному боці), а саме — обчислення за модулем  $p$  різних наборів елементів з  $v_{-a,k}$ ,  $v_{b,k}$ ,  $v_{-a \cdot c,k}$  та  $v_{b+a \cdot c,k}$ . За відомим методом Шнорра необхідно виконувати стільки ж, чотири, піднесення до степеня за модулем  $p$ :  $g^{-a}$ ,  $g^b$ ,  $g^y$ ,  $(g^{-a})^c$ , і так само по два рази на кожному боці. З [4] видно, що складність обчислення елементу  $V_k$ -последовності із заданим індексом має приблизно такий самий рівень як і піднесення до заданого степеня того ж порядку, що й індекс. Виходячи з цього, в цілому обчислювальна складність запропонованого методу автентифікації має приблизно такий самий рівень складності обчислень, що й відомий метод Шнорра.

Однак, важливою перевагою запропонованого методу на основі  $V_k$ -последовностей є те, що за необхідністю процедуру перевірки автентичності можна значно спростити, якщо обчислення елементів  $v_{b+c \cdot a+i,k} \bmod p$ ,  $i = -1, k-2$ , здійснювати не перевіряльнику, а претенденту, і передавати потім ці елементи перевіряльнику замість індексу  $b+c \cdot a$  (заявка на корисну модель № у 2013 06320 від 22. 05. 2013 р.). Тоді претенденту необхідно буде передавати більшу кількість чисел і виконувати три обчислення елементів  $V_k$ -последовності за прискореним алгоритмом замість двох. Однак при цьому такий варіант методу буде мати дві суттєвих переваги, по-перше, підвищиться стійкість методу, оскільки тепер зловмиснику замість індексу  $b+c \cdot a$  буде відомий набір елементів  $v_{b+c \cdot a,k} \bmod p$ , обчислених за цим індексом, і, по-друге, значно спроститься процедура перевірки автентичності, оскільки в такому випадку перевіряльнику необхідно буде виконувати лише одне обчислення елементів  $V_k$ -последовності за прискореним алгоритмом, причому здійснювати ці обчислення він зможе навіть попередньо, а не під час безпосередньої автентифікації.

В разі необхідності існує можливість ще більшого підвищення стійкості запропонованого методу автентифікації [6], якщо перевіряльнику замість індексу  $c$  обчислювати і передавати претенденту елементи  $v_{c+i,k} \bmod p$ ,  $i = -(k-1), 0$  (заявка на корисну модель № у 2013 06319 від 22. 05. 2013 р.), але такий варіант методу не дає можливості спростувати обчислення.

Відомо [2], що будь-який метод автентифікації, який базується на технології відкритого ключа, може бути перетворений у метод цифрового підписування шляхом заміни перевіряльника односторонньою хеш-функцією. При цьому повідомлення не хешується перед підписанням, замість цього хеш-функція включається в саму схему цифрового підписування. Виходячи з цього, запропоновані методи автентифікації на основі  $V_k$  — последовності можуть бути перетворені в методи цифрового підписування (заявки на корисну модель № у 2013 06322 та № у 2013 06323 від 22. 05. 2013 р.).

### Висновки

Запропоновано метод автентифікації суб'єктів (об'єктів) взаємодії на основі математичного апарату рекурентних  $V_k$ -последовностей, в якому відбувається заміна піднесення до степеня обчисленням елементу рекурентної последовності з певним індексом. Наведено протокол реалізації методу, а також проведено аналіз його криптографічної стійкості та обчислювальної складності у

порівнянні з відомим аналогом.

Аналіз показав, що в цілому криптографічна стійкість і обчислювальна складність запропонованого методу знаходяться приблизно на тому ж рівні, що й відомого аналога, але при цьому запропонований метод за певних умов дозволяє значно спростувати обчислення процедури перевірки автентичності, а також підвищувати стійкість всього процесу автентифікації.

Крім того, в запропонованому методі забезпечується можливість збільшення стійкості пропорційно порядку рекурентних послідовностей, що лежать в основі автентифікації, а також спрощення процедури завдання параметрів.

Існує також можливість перетворення методів автентифікації на основі  $V_k$ -послідовності в методи цифрового підписування.

## СПИСОК ВИКОРИСТАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ

1. Menezes A. J. Handbook of Applied Cryptography / A. J. Menezes, P. C. van Oorschot, S. A. Vanstone. — CRC Press, 2001. — 816 p.
2. Шнайер Б. Прикладная криптография. Протоколы, алгоритмы, исходные тексты на языке Си / Б. Шнайер. — М. : Триумф, 2002. — 816 с.
3. Яремчук Ю. Є. Використання рекурентних послідовностей для побудови криптографічних методів з відкритим ключем / Ю. Є. Яремчук // Захист інформації. — 2012. — № 4. — С. 120—127.
4. Яремчук Ю. Є. Розробка алгоритмів прискореного обчислення елементів рекурентних послідовностей для криптографічних застосувань / Ю. Є. Яремчук // Реєстрація, зберігання і обробка даних. — 2013. — Т. 15, № 1. — С. 14—22.
5. Яремчук Ю. Є. Метод автентифікації сторін взаємодії на основі рекурентних послідовностей / Ю. Є. Яремчук // Сучасний захист інформації. — 2013. — № 1. — С. 4—10.
6. Яремчук Ю. Є. Методи автентифікації на основі рекурентних послідовностей / Ю. Є. Яремчук // Правове, нормативне та метрологічне забезпечення системи захисту інформації в Україні. — 2013. — Вип. 1(25). — С. 39—48.

Рекомендована кафедрою адміністративного та інформаційного менеджменту

Стаття надійшла до редакції 8.05.2013  
Рекомендована до друку 20.05.2013

**Яремчук Юрій Євгенович** — професор кафедри адміністративного та інформаційного менеджменту.  
Вінницький національний технічний університет, Вінниця