

УДК 681.5.015+62-83:629.33

О. Б. Мокін, д-р техн. наук, доц.;

О. Д. Фолюшняк, асп.;

Б. І. Мокін, акад. НАПН України, д-р техн. наук, проф.;

В. А. Лобатюк, студ.

ОПТИМІЗАЦІЯ РУХУ НЕЗАВАНТАЖЕНОГО ЕЛЕКТРОМОБІЛЯ З ТЯГОВИМ ЕЛЕКТРОДВИГУНОМ ПОСТІЙНОГО СТРУМУ ПОСЛІДОВНОГО ЗБУДЖЕННЯ ПО ГОРИЗОНТАЛЬНОМУ ПРЯМОЛІНІЙНОМУ ВІДРІЗКУ ДОРОГИ

Здійснено оптимізацію руху незавантаженого електромобіля з тяговим електродвигуном постійного струму послідовного збудження по горизонтальному прямолінійному відрізку дороги за критерієм мінімуму витрат енергії акумуляторної батареї. Побудовано математичну модель для струму в колі: акумуляторна батарея—обмотка якоря тягового електричного двигуна постійного струму з послідовним збудженням, реалізація якої дозволяє мінімізувати витрати енергії акумуляторної батареї під час руху за будь-яким законом зміни швидкості руху електромобіля.

Вихідні передумови та постановка задачі

В попередніх дослідженнях [1] розв'язана задача оптимізації руху завантаженого електромобіля з тяговим електродвигуном (ТЕД) постійного струму послідовного збудження по горизонтальному прямолінійному відрізку дороги за критерієм мінімуму витрат енергії силової акумуляторної батареї (САКБ). При розв'язанні задачі використана система відносних одиниць, представлена у роботі [2].

Тепер розглянемо рух незавантаженого електромобіля, обладнаного ТЕД постійного струму з послідовним збудженням. Як і в роботі [1], за критерій оптимізації руху електромобіля будемо використовувати функціонал

$$E = \int_0^T U(t) \cdot I(t) dt, \quad (1)$$

де E — енергія, яку витрачає САКБ за період часу T , необхідна для подолання електромобілем відстані

$$S = \int_0^T V(t) dt, \quad (2)$$

де $V(t)$ — лінійна швидкість руху електромобіля, зв'язана рівнянням динаміки електромобіля

$$m \frac{dV(t)}{dt} = F_T - F_{\text{оп}}; \quad (3)$$

$$\left. \begin{aligned} V(0) &= V_0; \\ V(T) &= V_T \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

з його масою m , силою тяги F_m та силою $F_{\text{оп}}$ опору руху, які можна представити у вигляді виразів [1, 3—5]

$$F_T = \frac{w}{R} \cdot M_T; \quad (5)$$

$$M_m = k_m \cdot I \cdot \Phi(I); \quad (6)$$

$$F_{\text{оп}} = \mu_0 + \mu_1 \cdot V(t) + \mu_2 \cdot V^2(t), \quad (7)$$

де R — радіус колеса, а $\Phi(I)$ — крива намагнічування ТЕД постійного струму з послідовним збудженням, яка може бути представлена моделлю у відносних одиницях

$$\phi(i) = \begin{cases} -a_2 i^2 + b_2 i, & i \in [0, i_{\text{сп}}); \\ a_1 + b_1 i, & i \in [i_{\text{сп}}, \infty), \end{cases} \quad (8)$$

тобто є сукупністю параболи і прямої [6], які стикаються при значенні аргументу $i_{\text{сп}}$. Оскільки справедливою є нерівність $i_{\text{сп}} < 1$, то можна стверджувати, що в разі повної завантаженості електромобіля ТЕД його електропривода працює на прямолінійній частині характеристики намагнічування [1], а в разі руху порожняком — на параболічній. Отже, для випадку повної незавантаженості електромобіля, який розглядається у цій роботі, у виразі (6) в якості залежності $\Phi(I)$ будемо використовувати параболічну складову математичної моделі (8), записану у відносних одиницях

$$\phi(i) = -a_2 i^2 + b_2 i. \quad (9)$$

Тепер маємо усі необхідні передумови для того, щоб синтезувати математичну модель оптимального руху незавантаженого електромобіля з ТЕД постійного струму послідовного збудження по горизонтальному прямолінійному відрізку дороги за критерієм мінімуму витрат енергії акумуляторної батареї, тобто щоб розв'язати поставлену вище задачу.

Перехід до відносних одиниць

Як і у роботах [1, 3], переведемо вирази (1)–(7) у відносні одиниці за допомогою співвідношень

$$v = \frac{V}{V_H}; \quad i = \frac{I_{\text{я}}}{I_H}; \quad \tau = \frac{t}{T_M}; \quad \tau_k = \frac{T}{T_M}; \quad \phi = \frac{\Phi}{\Phi_H}, \quad (10)$$

де V_H — лінійна швидкість колеса, обумовлена при заданому значенні передатного числа w номінальним значенням ω_H кутової швидкості обертання вала якоря ТЕД; Φ_H — номінальний магнітний потік ТЕД; T_M — механічна стала електропривода електромобіля

$$T_M = \frac{m V_H R}{w k_m I_H \Phi_H}. \quad (11)$$

Враховуючи те, що модель кривої намагнічування (9) можна представити у іменованому вигляді

$$\Phi = \left(-a_2 I_{\text{я}}^2 + b_2 I_{\text{я}} I_H \right) \frac{\Phi_H}{I_H^2}, \quad (12)$$

момент M_T ТЕД (6) буде мати вигляд

$$M_T = -\frac{k_m I_{\text{я}}^3 a_2 \Phi_H}{I_H^2} + \frac{k_m b_2 I_{\text{я}}^2 \Phi_H}{I_H}, \quad (13)$$

а сила тяги F_m , відповідно,

$$F_T = -\frac{k_m I_{\text{я}}^3 a_2 \Phi_H w}{I_H^2 R} + \frac{k_m b_2 I_{\text{я}}^2 \Phi_H w}{I_H R}. \quad (14)$$

Перепишемо рівняння динаміки (3) у вигляді

$$m \frac{dV}{dt} \frac{T_M}{T_M} \frac{V_H}{V_H} = F_T - F_{\text{оп}}, \quad (15)$$

з урахуванням співвідношень (7), (10) та (14) перепишеться у відносних одиницях

$$\frac{dv}{d\tau} = -a_2 i^3 + b_2 i^2 - f_0 - f_1 v - f_2 v^2, \quad (16)$$

в якому

$$f_0 = \frac{\mu_0 R}{wk_M I_H \Phi_H}; \quad f_1 = \frac{\mu_1 R V_H}{wk_M I_H \Phi_H}; \quad f_2 = \frac{\mu_2 R V_H^2}{wk_M I_H \Phi_H} \quad \left. \vphantom{f_0} \right\} \quad (17)$$

Граничні умови (4) у відносних одиницях матимуть вигляд

$$\left. \begin{aligned} v(0) &= v_0; \\ v(\tau_k) &= v_k. \end{aligned} \right\} \quad (18)$$

Як і у роботі [1], за допомогою співвідношень (10) критерій (1) та обмеження (2) представимо у вигляді виразів у відносних одиницях:

$$e = \int_0^{\tau_k} (1 - \alpha i(\tau)) i(\tau) d\tau; \quad (19)$$

$$s = \int_0^{\tau_k} v(\tau) d\tau, \quad (20)$$

в яких, окрім визначених співвідношеннями (14), є такі відносні одиниці:

$$e = \frac{E}{U_0 I_H T_M}; \quad s = \frac{S}{V_H T_M}; \quad \alpha = \frac{I_H}{I_K}, \quad (21)$$

де U_0 — напруга на виході повністю зарядженої САКБ при її відключенні від навантаження, а I_K — струм короткого замикання повністю зарядженої САКБ.

З урахуванням виразів (16), (18)—(20) переформулюємо задачу таким чином: знайти такий закон зміни струму $i(\tau)$ в силовому електричному контурі електромобіля, який би забезпечував виконання програми його руху (20) від однієї зупинки до наступної з урахуванням граничних умов (18) з мінімальними витратами енергії (19) в умовах довільного закону зміни лінійної швидкості $v(\tau)$ та обмеження, що задається рівнянням динаміки руху електромобіля (16).

Тепер ми маємо усі вихідні передумови, необхідні для розв'язання поставленої задачі оптимізації.

Розв'язання задачі

Оскільки в задачі присутнє обмеження (20) у вигляді функціоналу, тобто ця задача оптимізації відноситься до класу ізопериметричних, з урахуванням критерію (19) та обмеження (16) функція Лагранжа для неї матиме вигляд

$$L(i, s, v, i', s', v', \tau) = i - \alpha i^2 + \lambda_0(\tau)(s' - v) + \lambda_1(\tau)(v' + a_2 i^3 - b_2 i^2 + f_0 + f_1 v + f_2 v^2), \quad (22)$$

а система рівнянь Ейлера —

$$\left. \begin{aligned} L_i - \frac{d}{d\tau} L_{i'} &= 0; \\ L_s - \frac{d}{d\tau} L_{s'} &= 0; \\ L_v - \frac{d}{d\tau} L_{v'} &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (23)$$

Підставляючи функцію Лагранжа (22) у систему рівнянь Ейлера (23), тобто беручи усі необхідні частинні і звичайні похідні від $L(i, s, v, i', s', v', \tau)$ по $i, s, v, i', s', v', \tau$, отримаємо систему рівнянь

$$\left. \begin{aligned} 1 - 2\alpha i + 3a_2 i^2 \lambda_1(\tau) - 2b_2 i \lambda_1(\tau) &= 0; \\ -\frac{d\lambda_0(\tau)}{d\tau} &= 0; \\ -\lambda_0(\tau) + f_1 \lambda_1(\tau) + 2f_2 v \lambda_1(\tau) - \frac{d\lambda_1(\tau)}{d\tau} &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (24)$$

Як і у роботі [1], з другого та третього рівнянь системи (24), відповідно, знаходимо невизначені

множники $\lambda_0(\tau)$ та $\lambda_1(\tau)$;

$$\lambda_0(\tau) = -C_1; \quad (25)$$

$$\lambda_1(\tau) = C_2 \cdot e^{(f_1+2f_2 \cdot v)\tau} - \frac{C_1}{f_1 + 2f_2 v}, \quad (26)$$

де C_1, C_2 — невідомі константи.

А розв'язуючи перше рівняння системи (24) відносно струму i , отримаємо:

$$i_{1,2}(\tau) = \frac{2\alpha + 2b_2\lambda_1(\tau) \pm \sqrt{(2\alpha + 2b_2\lambda_1(\tau))^2 - 12a_2\lambda_1(\tau)}}{6a_2\lambda_1(\tau)}. \quad (27)$$

Математична модель (27) з урахуванням виразу (26) і визначає закон формування струму $i(\tau)$ якоря ТЕД незавантаженого електромобіля, реалізуючи який, отримаємо мінімальні витрати енергії е САКБ з тим значенням лінійної швидкості $v(\tau)$, з якою рухається електромобіль у певний момент. Але для реалізації цього закону необхідно спочатку визначити у виразі (26) числові значення невідомих сталих C_1 та C_2 . Це можна зробити, адаптувавши для цієї задачі алгоритм, наведений у роботі [7], що буде нами реалізовано в одній з наступних публікацій, в якій також буде досліджено і такі рекомендації: коли в моделі (27) потрібно перед коренем брати знак плюс, а коли — знак мінус.

Висновки

1. Розв'язано задачу оптимізації руху незавантаженого електромобіля з ТЕД постійного струму послідовного збудження по горизонтальному прямолінійному відрізку дороги за критерієм мінімуму витрат електроенергії силової акумуляторної батареї.
2. Побудовано закон зміни струму тягового електродвигуна постійного струму послідовного збудження для незавантаженого електромобіля.
3. Доведено, що реалізація отриманого закону зміни струму дозволить мінімізувати витрати енергії акумуляторної батареї під час руху незавантаженого електромобіля за будь-яким законом зміни швидкості його руху.

СПИСОК ВИКОРИСТАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ

1. Оптимізація руху завантаженого електромобіля з тяговим електродвигуном постійного струму послідовного збудження по горизонтальному прямолінійному відрізку дороги / О. Б. Мокін, О. Д. Фолішняк, Б. І. Мокін, В. А. Лобатюк // Вісник Вінницького політехнічного інституту. — 2013. — № 1. — С. 56—60. — ISSN 1997-9266.
2. Мокін О. Б. Відносні моделі руху електричного транспортного засобу по горизонтальному прямолінійному відрізку колії / О. Б. Мокін, Б. І. Мокін // Вісник Вінницького політехнічного інституту. — 2010. — № 2. — С. 20—24. — ISSN 1997-9266.
3. Мокін О. Б. Оптимізація руху електромобіля по горизонтальному прямолінійному відрізку дороги за критерієм мінімуму витрат енергії акумуляторної батареї / О. Б. Мокін, Б. І. Мокін, О. Д. Фолішняк // Вісник Вінницького політехнічного інституту. — 2011. — № 2. — С. 96—100. — ISSN 1997-9266.
4. Павловський М. А. Теоретична механіка / М. А. Павловський. — К.: Техніка, 2002. — 512 с.
5. Андреев В. П. Основы электропривода / В. П. Андреев, Ю. А. Сабинин. — М. — Л.: Госэнергоиздат, 1963. — 772 с.
6. Мокін Б. І. Ідентифікація параметрів моделей та оптимізація режимів системи електропривода трамвая з тяговими електродвигунами постійного струму: моногр. / Б. І. Мокін, О. Б. Мокін. — Вінниця: УНІВЕРСУМ-Вінниця. — 2008. — 92 с. — ISBN 978-966-641-241-9.
7. Мокін О. Б. Метод параметричної ідентифікації моделі оптимального струму електромобіля / О. Б. Мокін, Б. І. Мокін, О. Д. Фолішняк // Вісник Вінницького політехнічного інституту. — 2011. — № 3. — С. 89—92. — ISSN 1997-9266.

Рекомендована кафедрою відновлювальної енергетики та транспортних електричних систем і комплексів

Стаття надійшла до редакції 13.02.2013
Рекомендована до друку 25.04.2013

Мокін Олександр Борисович — завідувач кафедри, **Мокін Борис Іванович** — професор, **Фолішняк Олена Дмитрівна** — аспірантка.

Кафедра відновлювальної енергетики та транспортних електричних систем і комплексів;

Лобатюк Віталій Анатолійович — студент Інституту електроенергетики та електромеханіки.

Вінницький національний технічний університет, Вінниця