

# АВТОМАТИКА ТА ІНФОРМАЦІЙНО-ВИМІРЮВАЛЬНА ТЕХНІКА

УДК 621.311.25

В. В. Кухарчук, д-р. техн. наук, проф.; В. В. Богачук, канд. техн. наук, доц.;  
В. Ф. Граняк, студ.

## МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ НЕСИМЕТРИЧНОГО СМУГОВОГО СЕНСОРА ВОЛОГОСТІ

Розроблено математичну модель несиметричного смугового сенсора вологості та здійснено перевірку її адекватності експериментальними дослідженнями.

### Вступ

Одним з основних напрямків збільшення конкурентоспроможності вітчизняних підприємств є підвищення якості готової продукції. Особливо гостро ця проблема стоять у виробництві продуктів харчування, в тому числі і тих, що відносяться до класу гетерогенних дисперсійних діелектриків. Найпоширенішим представником цього класу речовин, що виробляються вітчизняними підприємствами переробної галузі АПК, є вершкове масло. Якість цього продукту значною мірою визначається його вологістю [1]. Оскільки забезпечення стабільності вмісту вологи у цьому продукті значною мірою ускладнюється відсутністю первинних вимірювальних перетворювачів вологості, здатних забезпечити високу точність та швидкодію [2], то очевидною є необхідність поліпшення їх метрологічних характеристик. Тож розробка нових методів вимірювального контролю, що характеризувалися б високою точністю та швидкодією, є актуальною науковою задачею, розв'язання якої має важливе прикладне значення.

### Постановка задачі

Як показано у [2], перспективним, з точки зору підвищення точності вимірювального контролю вологості, є використання сенсорів, що побудовані на основі несиметричних смугових хвилеводів. Основною перевагою цього сенсору є те, що він є інваріантним до неінформативних впливів навколошнього середовища, має високу швидкодію та відносно просте конструктивне виконання [2] (рис. 1).

Проте, їх широке використання унеможлилюється відсутністю адекватної математичної моделі, що давала б змогу з доволі високою точністю пов'язати параметри вихідної електромагнітної хвилі з вологістю досліджуваного зразка. Виходячи зі сказаного, є очевидною необхідність розробки такої моделі. Це дало б можливість отримати функцію перетворення несиметричного смугового сенсора вологості.

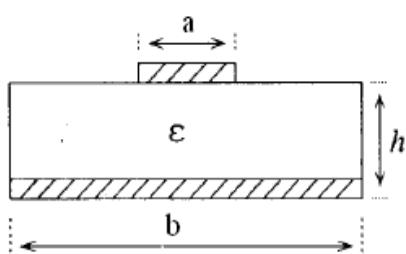


Рис. 1. Поперечний переріз смугового несиметричного хвилеводу

голового сенсора вологості.

### Аналіз шляхів розв'язання задачі

Особливістю несиметричного смугового хвилеводу є те, що структура електромагнітного поля лінії має досить складний характер. Хоча у певному спрощенні, електромагнітну хвилю, що поширюється у такому хвилеводі, можна представити у вигляді TEM-хвилі. Причому, на відносно низьких частотах (ВЧ діапазону) таке спрощення не вносить суттєвої похибки у розрахунки [3]. Тож, увівши обмеження на частоту інформативної хвилі, в подальшому у розробці математичної моделі будемо вважати, що інформаційна хвилья є хвилею TEM-типу.

Як доведено в [4], силові лінії магнітного поля концентруються в білякрайовій зоні центрального провідника. Тому, враховуючи належність молочного жиру, води та діелектрику, що розміщений між центральним провідником та заземленням, до одного класу речовин з відносною магнітною проникністю, значення якої близьке до одиниці, магнітні параметри такої хвилі можна вважати постійними. Тому, у подальших розрахунках доцільно враховувати лише зміну діелектричних параметрів системи.

Як показано у [3, 4], еквівалентна (ефективна) діелектрична проникність системи може бути визначена виразом

$$\varepsilon_{eff} = \frac{\varepsilon_d + \varepsilon_3}{2} + \frac{\varepsilon_d - \varepsilon_3}{2\sqrt{1+10\frac{h}{a}}}, \quad (1)$$

де  $h$  — товщина діелектрика підкладинки;  $a$  — ширина центрального провідника;  $\varepsilon_d$  — відносна діелектрична проникність діелектрика підкладинки;  $\varepsilon_3$  — відносна діелектрична проникність зразка.

Тож, за умови відсутності зразка на поверхні хвилеводу (наявності на його місці повітря з діелектричною проникністю (1)), що відповідає фазі опорного каналу, ефективна діелектрична проникність може бути знайдена з формули

$$\varepsilon_{efon} = \frac{\varepsilon_d + 1}{2} + \frac{\varepsilon_d - 1}{2\sqrt{1+10\frac{h}{a}}}. \quad (2)$$

Врахувавши зв'язок діелектричної проникності з фазовою швидкістю електромагнітної хвилі для обох випадків, можна записати співвідношення [3]

$$v = \frac{c}{\sqrt{\varepsilon_{eff}}}; \quad (3)$$

$$v_{on} = \frac{c}{\sqrt{\varepsilon_{efon}}}, \quad (4)$$

де  $c$  — швидкість поширення електромагнітної хвилі у вакуумі.

Оперуючи значеннями фазової швидкості, різницю фаз між опорним на інформаційним каналом, можна розрахувати за виразом

$$\Delta\phi = 2\pi f \left( \frac{L}{v} - \frac{L}{v_{on}} \right), \quad (5)$$

де  $f$  — частота електромагнітної хвилі;  $L$  — довжина хвилеводу.

Підставивши (3) та (4) в (5), отримаємо:

$$\Delta\phi = 2\pi f L \left( \frac{\sqrt{\varepsilon_{eff}}}{c} - \frac{\sqrt{\varepsilon_{efon}}}{c} \right). \quad (6)$$

Тоді, врахувавши співвідношення (1) та (2), вираз (6) можна записати у вигляді:

$$\Delta\phi = 2\pi f L \left( \frac{\sqrt{\frac{\varepsilon_d + \varepsilon_3}{2} + \frac{\varepsilon_d - \varepsilon_3}{2\sqrt{1+10\frac{h}{a}}}}}{c} - \frac{\sqrt{\frac{\varepsilon_d + 1}{2} + \frac{\varepsilon_d - 1}{2\sqrt{1+10\frac{h}{a}}}}}{c} \right). \quad (7)$$

Як випливає з (7), враховуючи, що решта параметрів для конкретного хвилеводу є постійними, різниця фази інформативної і опорної хвилі функціонально залежить лише від відносної діелектричної проникності зразка. Причому, враховуючи відсутність будь-яких хімічних зв'язків між молочним жиром та розподіленою у вершковому маслі вологовою [5], вершкове масло можна розглядати як особливий вид в'язкої емульсії. В такому випадку вкраплення

вологи, по суті, являють нерозчинну дисперсну фазу. Отже, приріст відносної діелектричної проникності відносно абсолютно сухого молочного жиру за умови відносно невеликої об'ємної частки вологи, можна розрахувати за виразом [6]:

$$\Delta\epsilon = \frac{\nu(\epsilon_B - \epsilon_J)(\epsilon_J + 2)}{\epsilon_B + 2 - \nu(\epsilon_B - \epsilon_J)}, \quad (8)$$

де  $\epsilon_B$  — відносна діелектрична проникність води;  $\epsilon_J$  — відносна діелектрична проникність молочного жиру;  $\nu$  — об'ємна частка вологи у зразку.

Об'ємна частка води знаходиться з відомого співвідношення

$$\nu = \frac{V_B}{V_B + V_J}, \quad (9)$$

де  $V_B$ ,  $V_J$  — об'єм, що займає вода та молочний жир, відповідно.

Оскільки вміст вологи у зразку визначається відомим співвідношенням мас вологи та молочного жиру, які, у свою чергу, можна виразити через густину та об'єм відповідних фракцій, то вологість об'єкта контролю можна обчислити за формулою

$$W = \frac{V_B \rho_B}{V_B \rho_B + V_J \rho_J} \cdot 100 \%, \quad (10)$$

де  $\rho_B$ ,  $\rho_J$  — відповідно, густина води та молочного жиру.

Звідси, підставивши (10) у (9), отримуємо функціональну залежність, що однозначно пов'язує об'ємну частку води з вологістю зразка:

$$\nu = \frac{\rho_B W}{100\rho_B - W(\rho_B - \rho_J)}. \quad (11)$$

Відповідно, підставивши (11) у (8) та здійснивши певні математичні перетворення, отримаємо:

$$\Delta\epsilon = \frac{W(\rho_B \epsilon_B \epsilon_J + 2\rho_B \epsilon_B - \rho_B \epsilon_J^2 - 2\rho_B \epsilon_J)}{100\rho_B \epsilon_B + 200\rho_B - W(2\rho_B \epsilon_B + 2\rho_B - \rho_J \epsilon_B - \rho_B \epsilon_J - 2\rho_J)}. \quad (12)$$

Тоді, записавши відносну діелектричну проникність зразка, як суму відносної діелектричної проникності молочного жиру та розрахованого за (12) приросту відносної діелектричної проникності, зумовленої наявністю у зразку вологи, отримаємо:

$$\epsilon_3 = \epsilon_J + \Delta\epsilon. \quad (13)$$

Підставивши (12) і (13) у (7), здійснивши певні математичні перетворення та увівши такі змінні:

$$A_1 = 4\pi^2 f^2 L^2 \left( 100\rho_B \epsilon_B \epsilon_D \sqrt{1+10\frac{h}{a}} + 200\rho_B \epsilon_D \sqrt{1+10\frac{h}{a}} + 100\rho_B \epsilon_B \epsilon_J \sqrt{1+10\frac{h}{a}} + 200\rho_B \epsilon_J \sqrt{1+10\frac{h}{a}} + 100\rho_B \epsilon_B \epsilon_D - 100\rho_B \epsilon_B \epsilon_J - 200\rho_B \epsilon_J \right); \quad (14)$$

$$A_2 = -4\pi^2 f^2 L^2 \left( 2\rho_B \epsilon_B \epsilon_D \sqrt{1+10\frac{h}{a}} + 2\rho_B \epsilon_D \sqrt{1+10\frac{h}{a}} - \rho_J \epsilon_B \epsilon_D \sqrt{1+10\frac{h}{a}} - \rho_B \epsilon_J \epsilon_D \sqrt{1+10\frac{h}{a}} - 2\rho_J \epsilon_D \sqrt{1+10\frac{h}{a}} + \rho_B \epsilon_B \epsilon_J \sqrt{1+10\frac{h}{a}} + 4\rho_B \epsilon_J \sqrt{1+10\frac{h}{a}} - \rho_J \epsilon_B \epsilon_J \sqrt{1+10\frac{h}{a}} - 2\rho_J \epsilon_J \sqrt{1+10\frac{h}{a}} - 2\rho_B \epsilon_B \sqrt{1+10\frac{h}{a}} + 2\rho_B \epsilon_B \epsilon_D + 2\rho_B \epsilon_D - \rho_J \epsilon_B \epsilon_D - \rho_B \epsilon_J \epsilon_D - 2\rho_J \epsilon_D - \rho_B \epsilon_B \epsilon_J - \rho_B \epsilon_J + \rho_J \epsilon_B \epsilon_J + \rho_B \epsilon_J^2 + 2\rho_J \epsilon_J \right); \quad (15)$$

$$A_3 = 2\pi f L \left( \sqrt{\frac{\varepsilon_d + 1}{2}} + \frac{\varepsilon_d - 1}{2\sqrt{1+10\frac{h}{a}}} \right); \quad (16)$$

$$A_4 = 2c^2 \sqrt{1+10\frac{h}{a}} \cdot (100\rho_B \varepsilon_B + 200\rho_B); \quad (17)$$

$$A_5 = 2c^2 \sqrt{1+10\frac{h}{a}} \cdot (2\rho_B \varepsilon_B + 2\rho_B - \rho_K \varepsilon_B - \rho_B \varepsilon_K - 2\rho_K), \quad (18)$$

отримаємо:

$$\Delta\phi = \sqrt{\frac{A_1}{A_4 - W \cdot A_5} + \frac{WA_2}{A_4 - W \cdot A_5}} - A_3. \quad (19)$$

Вираз (19), забезпечуючи однозначний зв'язок між вологістю зразка та різницею фаз опорної та інформативної хвиль, по суті є рівнянням перетворення смугового сенсора вологості.

Запишемо співвідношення величини кута у радіанах та електричних градусах

$$\Delta\phi_{rp} = \frac{360 \cdot \Delta\phi}{2\pi}. \quad (20)$$

Тоді, ввівши додаткові заміни

$$B_1 = \left( \frac{360}{2\pi} \right)^2 A_1; \quad (21)$$

$$B_2 = \left( \frac{360}{2\pi} \right)^2 A_2; \quad (22)$$

$$B_3 = \frac{360}{2\pi} A_3. \quad (23)$$

Відповідно рівняння перетворення сенсора у разі відображення різниці фаз у електричних градусах матиме вигляд

$$\Delta\phi = \sqrt{\frac{B_1}{A_4 - W \cdot A_5} + \frac{WB_2}{A_4 - W \cdot A_5}} - B_3. \quad (24)$$

Для підтвердження адекватності цієї математичної моделі проведено низку експериментальних досліджень, з використанням несиметричного смугового хвилеводу з гітенаковою підкладинкою, довжиною 864 мм, товщиною підкладинки 2 мм та ширину центрального провідника 2,5 мм. У дослідженні зміщення фази були використані: вимірювач різниці фаз «ФК2-12» та генератор сигналів високочастотний «Г4-107».

Структурну схему установки, що була використана у дослідженні, показано на рис. 2.

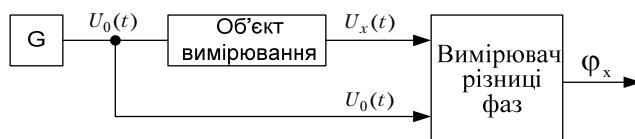


Рис. 2. Структурна схема лабораторної установки

В результаті моделювання функціональної залежності (25), з одночасним накладанням експериментальних даних, отримані результати, показані на графіку (рис. 3).

Як випливає з порівняння експериментальних та теоретичних значень, за умови накладених вище обмежень, похибка цієї моделі не перевищує 5 %, а чутливість сенсора монотонно зростає зі зростанням частоти інформаційної хвилі.

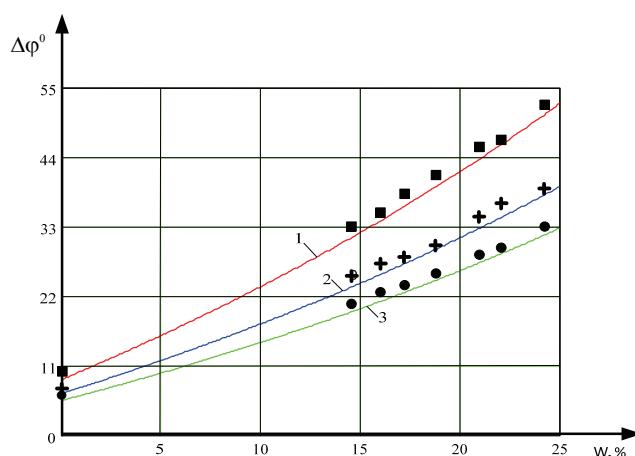


Рис. 3. Теоретичні та експериментальна статичні характеристики несиметричного смугового сенсора вологості для різних значень частоти інформаційних хвиль: 1 – інформаційна хвилі частотою 400 МГц; 2 – інформаційна хвилі частотою 300 МГц; 3 – інформаційна хвилі частотою 250 МГц

Висновки

Установлено функціональну залежність між вологістю і різницею фаз у несиметричному смуговому сенсорі, який на відміну від відомих характеризується вищою швидкодією та інваріантністю до неінформативних параметрів навколошнього середовища. Це дозволяє значно підвищити якісні показники автоматичної системи стабілізації вологості вихідного продукту.

За умови накладання обмежень на вміст вологості та частоту інформативної хвилі, доведено адекватність математичної моделі сенсора вологості. Абсолютна похибка моделі не перевищує 2,5 %.

Встановлено зв'язок між частотою інформаційної хвилі та чутливістю сенсора.

## СПИСОК ВИКОРИСТАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ



Рекомендована кафедрою теоретичної електротехніки та електричних вимірювань

Стаття надійшла до редакції 1.03.12  
Рекомендована до друку 22.03.12

**Кухарчук Василь Васильович** — завідувач кафедри теоретичної електротехніки та електричних вимірювань;

**Богачук Володимир Васильович** – доцент кафедри відновлювальної енергетики та транспортних електрических систем і комплексів;

**Граняк Валерій Федорович** — студент Інституту магістратури, аспірантури та докторантурі.

Вінницький національний технічний університет, Вінниця