

# ІНФОРМАЦІЙНІ ТЕХНОЛОГІЇ ТА КОМП'ЮТЕРНА ТЕХНІКА

---

УДК 62.50:658.21

**М. В. Васильська**, асп.;  
**I. С. Колесник**, канд. техн. наук, доц.;  
**В. А. Северілов**, канд. техн. наук, доц.

## МОДЕЛІ-ПРЕДІКТОРИ: ПРОБЛЕМИ РОЗРОБКИ І АДЕКВАТНОСТІ

*Здійснено аналіз і класифікацію задач і методів прогнозування розвитку. Сформульовано проблеми розробки і приклади моделей-предикторів для активного прогнозування розвитку підприємства, галузі на базі імітаційного моделювання.*

### Вступ

У роботі розглядаються математичні моделі процесів розвитку виробничих систем на базі нових технологій. Моделювання, взагалі, і прогнозування зокрема, — дуже широка і «зашумлена» галузь науки. Тому неможливо, а головне, непродуктивно в рамках окремої статті аналізувати і розробляти класифікації математичних моделей, призначених для прогнозування. Будь-яка галузь знань має дві взаємозв'язані частини: пошук, гіпотези, концепції і єдині «правила гри» — класифікації, визначення термінів. Порушення балансу цих частин (у будь-яку сторону) веде до деградації наукового напряму. Моделювання стає все більш «гарячою» галуззю науки: продуктивні моделі-предиктори можуть з малими затримками вбудовуватися в реальні системи управління. У таких умовах виникає жорсткий розрив між науковою підручниками, дисертаціями і власною науковою. Наприклад, в кваліфікаційних роботах необхідно спочатку знайти незаповнене місце серед аналогів і прототипів, розробити «математичні моделі», «алгоритми», і тільки потім написати програму (зробити робочу модель) і провести моделювання для підтвердження «адекватності». Давно існує технологія, коли вже спочатку створюється робоча модель (дійсно, навіщо писати формули на папері, якщо їх відразу можна набрати в середовищі пакету для моделювання), а далі кожна ітерація моделі дає знання для створення наступної.

Розглянемо визначення понять, необхідних для цієї роботи. *Математична модель* — модель, що використовує мову математики. Проте програмування — теж мова математики, з програмами і результатами роботи програм можна оперувати, як зі звичними об'єктами алгебри. Врахуємо це: *робоча математична модель* — модель, записана в стандартах математичних публікацій, і виконувана в середовищі математичного пакету, як звичайна програма. *Модель формальної системи* в математиці і логіці — будь-яка сукупність об'єктів, властивості яких і відношення між якими задовільняють аксіоми і правила виведення формальної системи, яка є сумісним (неявним) визначенням такої сукупності. *Модель в теорії систем алгебри* — сукупність деякої множини і заданих на його елементах властивостей і відношень. До математичної моделі приходять зазвичай через етапи побудови лінгвістичної і графічної моделей. *Модель в лінгвістиці* — абстрактне поняття, подання деякої системи або підсистеми мови. Сьогодні на роль мови абстрактного моделювання претендує система UML. У інформатиці існує поняття еталонної моделі, наприклад: мережева модель OSI (Open Systems Interconnection Reference Model), архітектура фон Неймана — еталонна модель з послідовними обчисленнями, еталонна модель Архітектури державного підприємства, Еталонна Модель (Reference Model, RM) Openehr.

У цій роботі розглядається імітаційна модель для ще нествореного реального об'єкта (авіалайнера, гідроелектростанції, підприємства). Така модель «незаконна» щодо канонів «адекватності» на базі середньоквадратичних помилок. У роботі розглядається процедура встановлення адекват-

ності для моделей систем, що розвиваються. Поняття імітаційної моделі визначимо, спираючись на роботи Дж. Форрестера [1]: модель, побудована на базі відтворення «механізмів» (достовірних законів механіки, хімії, біології, екології, психології), що діють в реальній системі. Інший клас моделей — моделі-апроксимації, які будуються на базі статистичних даних. «Адекватність» таких моделей відноситься тільки до відтворення статистичних даних, зазвичай неповних і неточних. До цього класу відносяться моделі на базі штучних нейронних мереж. Імітаційне моделювання не тільки відтворює поведінку реальної системи, але і пояснює цю поведінку. В деяких випадках імітаційна модель настільки точно відтворює поведінку реального об'єкту, що може називатися «віртуальною реальністю».

### Постановка проблеми

Дійсність (динамічний, інноваційний характер розвитку виробничих систем) примушує, а комп'ютерні системи дозволяють використовувати математичні моделі для прогнозування і управління. Але на цьому шляху існує низка невирішених проблем (НП): — дефіцит моделей, адекватних реальності; — труднощі в організації взаємодії менеджера з моделлю; — невизначеності в розподілі функцій конструювання моделей між користувачем і розробником моделі; — недоступність ефективних моделей для системи вищої освіти.

Відомо, що активна робота з моделями (експерименти, модифікації, розробка) істотно змінює не тільки об'єм, але і структуру знань фахівця, а пасивна «комп'ютеризація» приводить до інтелектуальної деградації суспільства.

Розглянемо проблеми на прикладах нових робочих моделей. Саме нових, а не відомих, але набраних в середовищі пакету для моделювання. Виходячи з досвіду розробки нових моделей для нових постановок задач [2, 3], упорядкуємо робочі моделі і задачі прогнозування (рис. 1). Відповідно до цієї класифікації розглянемо три приклади.



Рис. 1. Класифікація моделей прогнозування

### Приклад 1. Прогнозування оптимального розподілу ресурсів на базі методу оптимального агрегування

Розглядається відома задача нелінійного програмування про розподіл обмеженого ресурсу у виробничій системі з  $N$  паралельно працюючих елементів з довільними функціями «витрати—випуск» — неопуклими, негладкими. Суть методу — заміна задачі знаходження екстремуму функції  $N$  змінних послідовністю одновимірних задач пошуку екстремуму. Теоретична основа — введення множини  $\alpha$ -функцій:

$$fd2(x, \alpha) := F4(\alpha \cdot x, A, w, s) + F4((1 - \alpha)x, A, w, s),$$

де  $F4(\alpha \cdot x, A, w, s)$  — виробнича функція (ВФ) деякого класу;  $x, A, w, s$  — витрати ресурсу і параметри, відповідно.

Очевидно  $\alpha$ -функція є ВФ системи з двох елементів, отриманої за умови постійної пропорції розподілу ресурсу  $0 \leq \alpha \leq 1$ . Обвідна цих функцій (підмножина Парето):  $Fdd(x) := \max(fd2(x, 1), fd2(x, 0, 5))$ .

### Властивості оптимальних виробничих функцій: агрегування

Операція алгебри «максимум» асоціативна:  $\max(A1, A2, A3) = \max(\max(A1, A2), A3)$ . Ця формула є робочою в середовищі математичного пакету:  $\max(11, 2, 13) = \max(\max(11, 2), 13) = 1$ . Остання одиниця означає істинність виразу. Доведено, що оптимальна ВФ системи з двох ВФ є обвідною системи  $\alpha$ -функцій, тобто результатом застосування асоціативної і комутативної операції  $\max()$ . Тому для оптимальних ВФ виробничих систем з адитивним критерієм оптимальності  $FopN(f1, f2, \dots, fN)$  має місце властивість.

$$Fop3(f1, f2, f3) = Fop2(f1, Fop2(f2, f3)), \quad Fop2(f2, f3) = \max_u [f2(R \cdot u) + f3[R(1 - u)]].$$

Подивимося на тривимірний графік на рис. 2, бачимо: «еквівалентну оптимальну виробничу функцію» — графік «в профіль» і «вектор-функцію оптимального розподілу ресурсу» — графік «зверху».

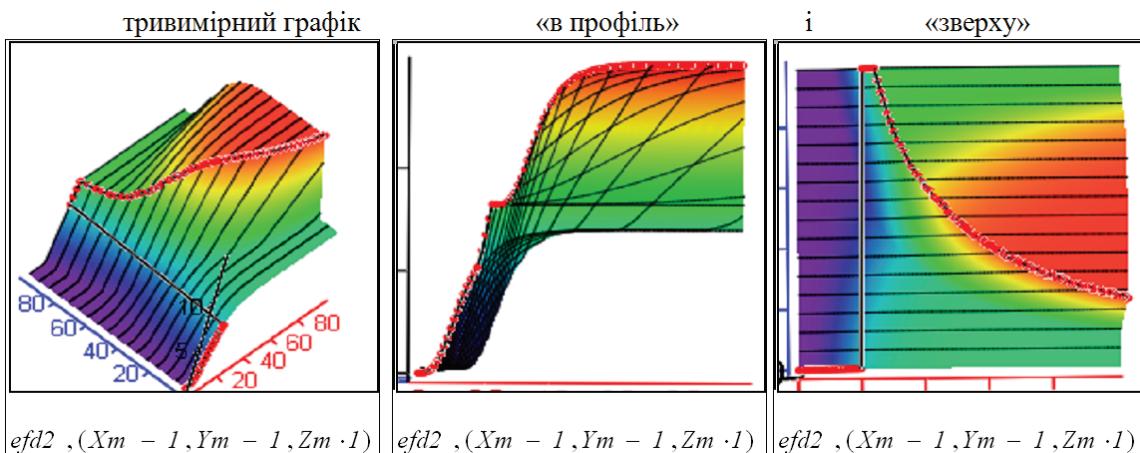


Рис. 2. Оптимальне агрегування ВФ системи з двох елементів

Ці залежності — проекції однієї і тієї ж просторової кривої. На лівому графіку (див. рис. 2) бачимо цільову функцію системи «полініяну» « $\alpha$ -функціями»; на середньому графіку — бачимо обвідну всіх  $\alpha$ -функцій, яка є «еквівалентною оптимальною ВФ», за умови ресурс ділиться відповідно до вектор-функції оптимального розподілу ресурсу. На рис. 3 подано приклад використання методу оптимального агрегування для системи з чотирьох елементів. Фактично це модуль для «ЩО буде ЯКЩО аналізу».

Те, що бачить користувач — це багатовимірний простір оптимальних можливостей. Користувач отримує не тільки одну точку для конкретного набору входних даних, але і великі околи цієї точки. Ще один аспект нашої системи — ми одночасно оперуємо з характеристиками системи в цілому і характеристиками окремих елементів.

До суб'єктивного негативу пропонованого прогнозування слід віднести зведення оптимізації до алгебраїчної задачі, аналогічної перемножуванню чисел. Формально задача прогнозування зводиться до рутинних операцій. Особливо слід виділити те, що на нижньому рівні екстремум визначається методом прямого перебору, що знімає обмеження на вид цільової функції і дозволяє будувати ефективні, відкриті інформаційні системи для підтримки рішень.

## Приклад 2. Прогнозування процесів розвитку виробничої системи

Розглядається варіаційна «задача розподілу», досліджена в загальному вигляді  $P$ . Беллманом. Майбутнє завжди має більший або менший «горизонт прогнозування», з урахуванням невизначенностей задача оптимального розвитку визначається як багатокрокова задача прийняття рішень. Суть методу — заміна виробничої системи еквівалентним оптимальним елементом, розв'язання одновимірної варіаційної задачі методом принципу максимуму Понтрягіна. Цей метод замінює задачу знаходження екстремуму функціонала послідовністю задач знаходження функції Гамільтона. Створимо модель оптимального процесу розвитку. Маємо виробничу систему, що випускає  $N$  видів продукції. Темпи випуску продукції рівні  $x_1(t), x_2(t), x_3(t), \dots, x_l(t), \dots, x_N(t)$  (одиниць вимірювання за одиницю часу). Рівняння динаміки виробничих потужностей таке:

$\frac{dx(t)_i}{dt} = fin(y(t)_i, i) = fin(xs(t)u_i, i)$ , де  $fin(y(t)_i, i)$  — функція інвестицій для  $i$ -го виробництва, яка належить до класу нестрого додатних і монотонно зростаючих обмежених функцій;  $xs(t) = \sum_{j=1}^N x(t)_j$  — сумарне виробництво;  $0 \leq u(t)_i \leq 1$  — управління, змістовно, це частка сумарних поточних ресурсів, яка виділяється для розширення виробничих потужностей за  $i$ -м продуктом. Для управління виконується умова нормування:  $\sum_j u(t)_j + unak(t) = 1$ , де  $unak(t)$  — частка ресурсів, яка йде в накопичення.

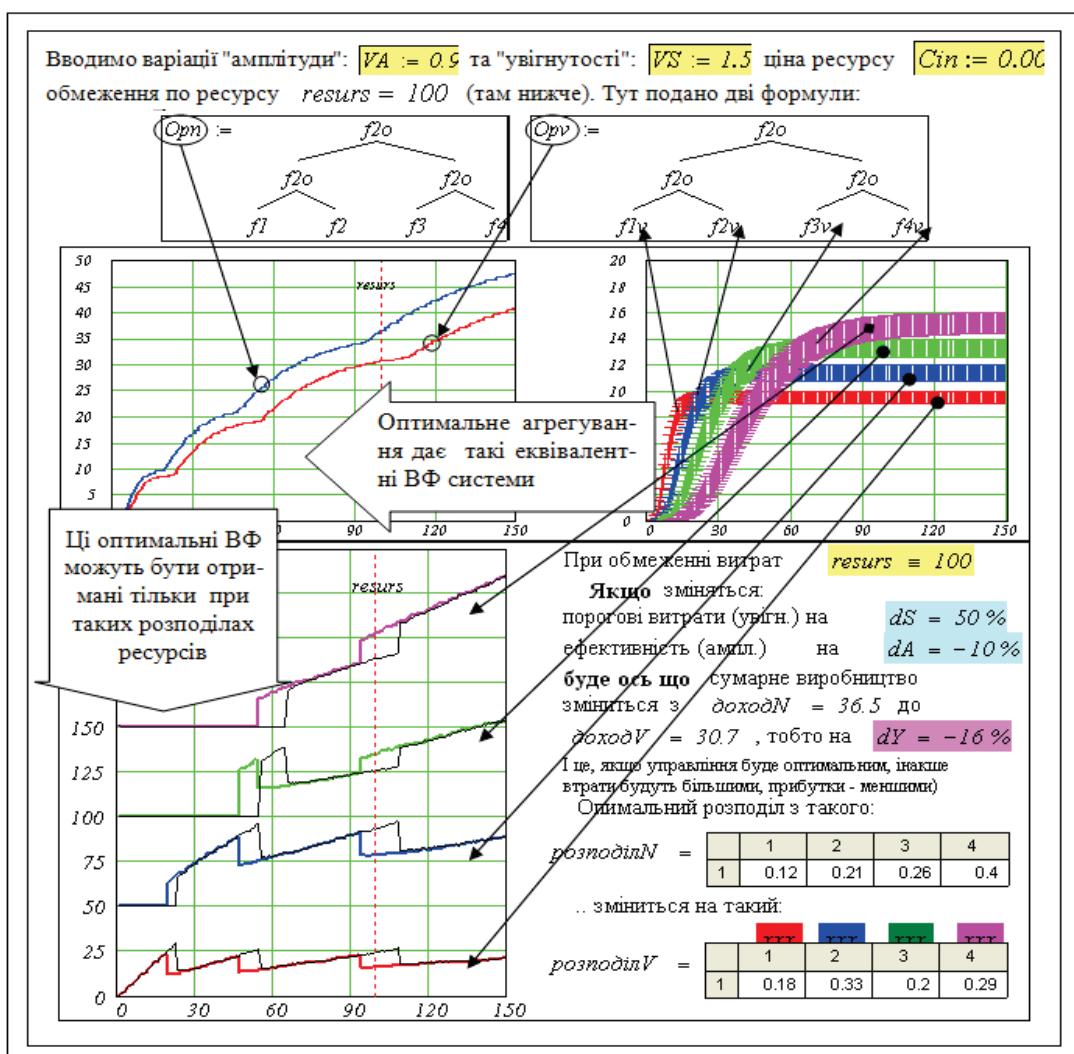


Рис. 3. Прогнозування оптимального розподілу ресурсу. Приклад

Найважча, але вирішувана частина в методі принципу максимуму — розв'язання системи спріжених рівнянь і отримання функції Гамільтона. Використання чисельних методів і наближень

дозволяє знаходити рішення для складних випадків. Розглянемо приклад урахування кінцевої вартості фондів, використання кредитів у функції Гамільтона:

$$H(x, u) = x(t) \cdot (1 - u(t)) + fin(x(t) \cdot u(t)) \cdot (T - t) — почтковий вираз;$$

$$H(x, u) = x(t) \cdot (1 - u(t)) + fin(x(t) \cdot u(t)) \cdot (T - t + pri cov ar) — фондів;$$

$$H(x, u, xkr) = xs \cdot (1 - u) + fin(xs \cdot u, p) \cdot (T - t + prcv) - xkr \cdot [1 + prc \cdot (T - t)] — з урахуванням кредитів.$$

У цих виразах:  $pri cov ar$  — приведений коефіцієнт вартості фондів;  $xs(t) = x(t) + xkr(t)$  — сумарні поточні ресурси;  $x(t)$  — поточні виробничі потужності (грн\_продукції/рік);  $u(t)$  — поточна частка ресурсу в інвестиції;  $xkr(t)$  — поточний кредит (темп кредитів);  $prc$  — кредитний відсоток (= ставка кредиту);  $fin()$  — функція віддачі інвестицій;  $Tp$  — плановий період;  $prcv$  — приведений коефіцієнт кінцевої вартості фондів.

Як і модель однокрокового оптимального розподілу ресурсів, модель оптимального розвитку має суттєві елементи новизни — агрегування, обчислення функції Гамільтона в циклі моделювання процесу, обчислення екстремумів виконується тільки методом прямого перебору, що звичайні обмеження на вид цільових функцій. Саме такі моделі необхідні для систем прогнозування. На рис. 4 подано блок для «ЩО буде ЯКЩО аналізу», аналогічний блоку на рис. 3.

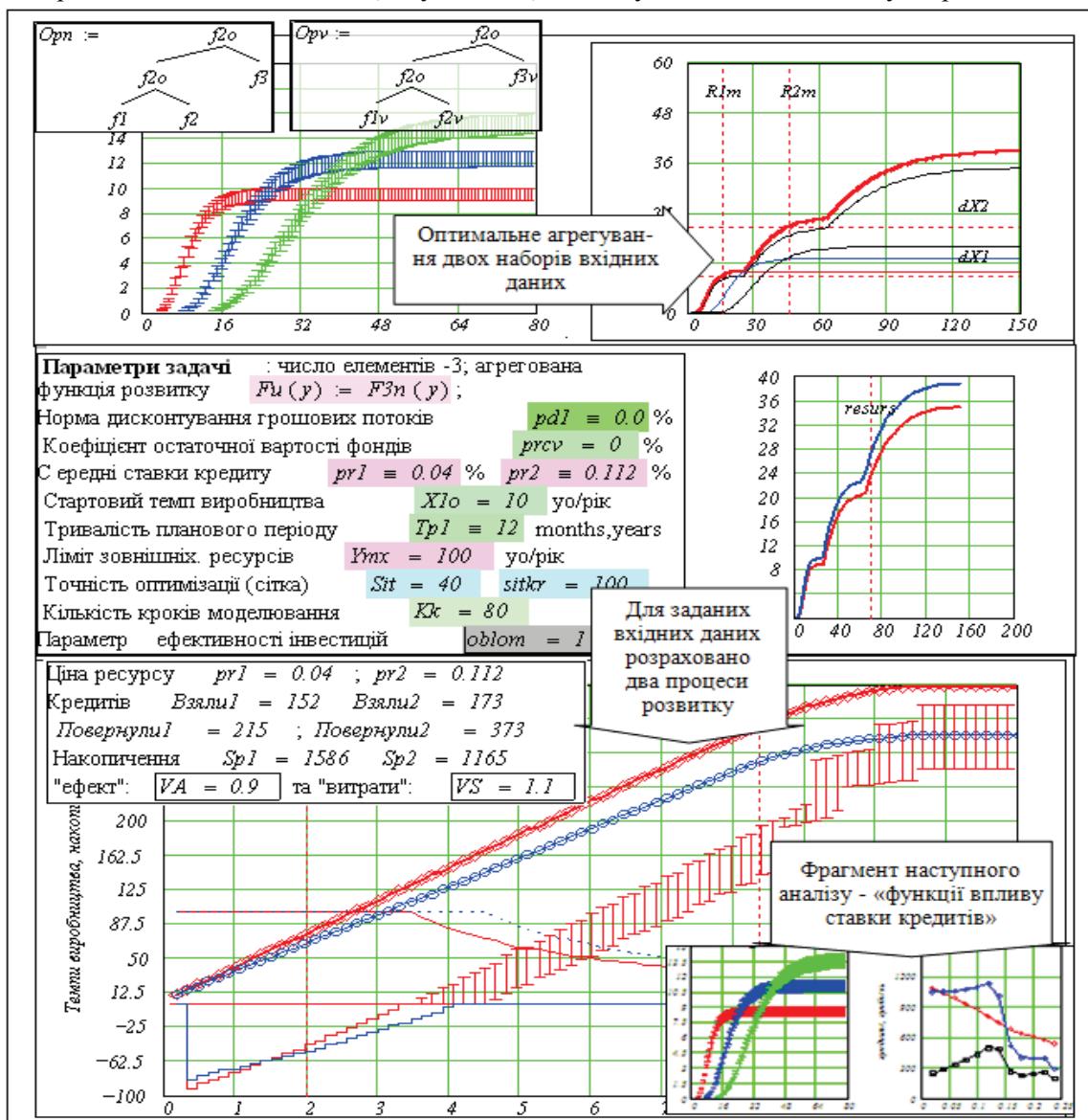


Рис. 4. Прогнозування оптимального процесу розвитку. Приклад «ЩО буде ЯКЩО» аналізу

Те, що подано на рис. 4 — мала частина інструментів аналізу, на базі яких побудовано декілька модифікацій моделі-предиктора: з урахуванням обмежень попиту, ринку, освоєння, запізніваний, невизначеностей.

### Приклад 3. Прогнозування процесів розвитку системи «виробники, продукти»

Розглядається система з  $N$  виробників, кожен з яких може випускати  $M$  продуктів. Детально моделі такого класу розглянуті в [3]. На рис. 5 подано програму моделювання (робоча модель) і математичну модель як систему рівнянь. Бачимо тотожність цих форм.

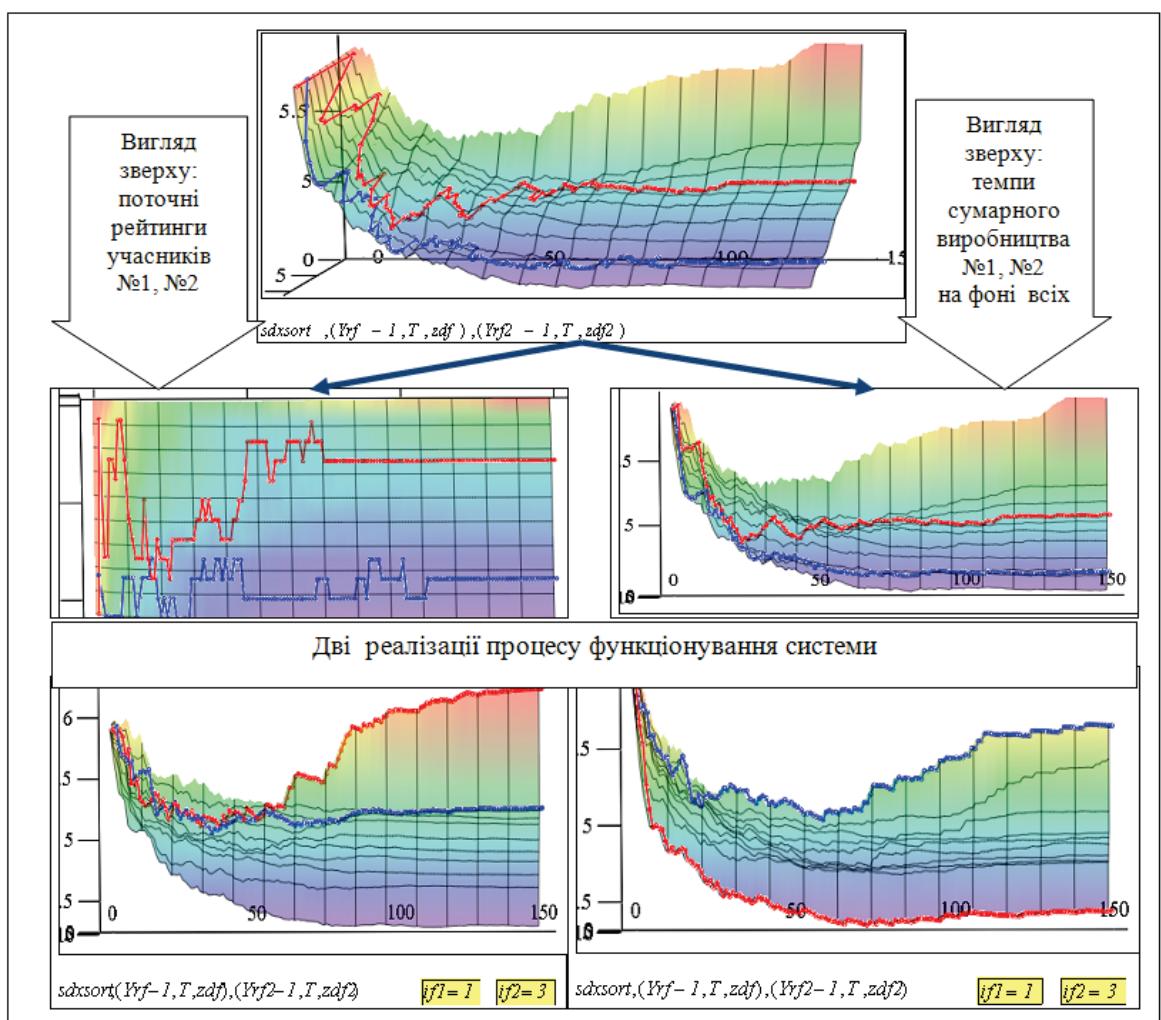
<pre> for t ∈ 1 .. Tmo     for i ∈ 1 .. N         Dox<sub>i,t</sub> ← ∑<sub>j=1</sub><sup>M</sup> (X<sub>t</sub>)<sub>i,j</sub>         for j ∈ 1 .. M             Sus<sub>j,t</sub> ← ∑<sub>q=1</sub><sup>N</sup> (X<sub>t</sub>)<sub>q,j</sub>             xs<sub>i,j</sub> ← xs<sub>i,j</sub> · α + (X<sub>t</sub>)<sub>i,j</sub> · (1 - α)             Δxs<sub>i,j</sub> ← xs<sub>i,j</sub> - xs<sub>i,j</sub>             dxs<sub>i,j</sub> ← dxs<sub>i,j</sub> · β + Δxs<sub>i,j</sub> · (1 - β)             efp<sub>i,j</sub> ← a1 · xs<sub>i,j</sub> + a2 · dxs<sub>i,j</sub>             Inv<sub>i,j</sub> ← Dox<sub>i,t</sub> · r<sub>rp,i,j</sub>             ΔX<sub>i,j</sub> ← [efp<sub>i,j</sub> · (X<sub>t</sub>)<sub>i,j</sub>] · (Rn<sub>i,j</sub> - Rnk<sub>j</sub>)             xax<sub>i,j</sub> ← (X<sub>t</sub>)<sub>i,j</sub> + ΔX<sub>i,j</sub>             xs<sub>i,j</sub> ← xs<sub>i,j</sub>             r<sub>rp</sub> ← vP8(ep<sub>i,j</sub><sup>T</sup>, loh)<sup>T</sup>     </pre>	<p>Сумарний поточний дохід <math>i</math>-ої фірми</p> $Dox_{i,t} = \sum_{j=1}^M (X_t)_{i,j};$ <p>Інвестиції <math>i</math>-ої фірми в <math>j</math>-те виробництво</p> $Inv_{i,j} = Dox_{i,t} \cdot (Roz_t)_{i,j};$ <p>Сумарне поточне виробництво <math>j</math>-го продукту</p> $Sus_{j,t} = \sum_{i=1}^N (X_t)_{i,j};$ <p>Поточне середнє виробництво <math>j</math>-го продукту <math>i</math>-ої фірми</p> $xs_{i,j} = xs_{i,j} \cdot \alpha + (X_{t+1})_{i,j} \cdot (1 - \alpha);$ <p>Поточний середній приріст виробництва <math>j</math>-го продукту <math>i</math>-им учасником</p> $dxs_{i,j} = dxs_{i,j} \cdot \beta + xs_{i,j} \cdot (1 - \beta);$ <p>Оцінка перспективності <math>j</math>-го продукту <math>i</math>-ї фірми</p> $efp_{i,j} = a1 \cdot xs_{i,j} + a2 \cdot dxs_{i,j};$ <p>Інвестиції <math>i</math>-ої фірми в <math>j</math>-те виробництво</p> $Inv_{i,j} \leftarrow Dox_{i,t} \cdot r_{rp,i,j};$ <p>прирошення <math>j</math>-го виробництва <math>i</math>-ї фірми</p> $efp_{i,j} \cdot [(X_t)_{i,j}] \cdot \left( \frac{Rnk_j - Sus_{j,t}}{Rnk_j} \right) \cdot Inv_{i,j}$ <p>Для обчислення управління викликається підпрограма vP8(матриця_efp, ризик)</p>
--	---

Рис. 5. Робоча модель системи « $N$  виробників,  $M$  продуктів». Версія

Модель може бути налаштована на різні застосування: від системи операторів на ринку послуг мобільного зв’язку до малих формальних груп. Для цього потрібна тільки кваліфікація і час. Для кожного виробника і ринку кожного продукту задаються характеристики, задаються моделі і параметри невизначеностей і ризиків: виробництва, ринку, прийняття рішень. Кожний виробник може мати свою стратегію прийняття рішень по розподілу ресурсів і навчання (алгоритми, закони управління, правила прийняття рішень).

Призначення моделі «активне прогнозування» — пошук управління, показників як для будь-якого учасника, так і для системи в цілому. Зокрема розроблена підсистема для моделювання в режимі «один на фоні всіх», коли для вибраного учасника шукається краща стратегія за деякої незмінної стратегії решти учасників системи.

На рис. 6 подано приклади моделювання для ситуації «відновлення після спаду», коли нормовані показники ефективності учасників лежать в діапазоні  $0,9 \leq eff_i \leq 1,1$  і всі використовують ризикове управління. Ця версія моделі не враховує всі механізми спаду і відновлення, але задовільно відображає властивості реальних процесів, зокрема велике розсіювання у разі виходу зі спаду і підвищення імовірності зміни лідерів. Ця модель розроблялася для режимів зростання, але виявилася придатним для режимів спаду через конструювання моделі на базі відтворення «механізмів», а не «регресій».

Рис. 6. Приклади моделювання системи « $N$  виробників,  $M$  продуктів»

На рис. 7 подано результати дослідження ефективності ризикового управління в ситуаціях спаду і зростання темпів сумарного виробництва.

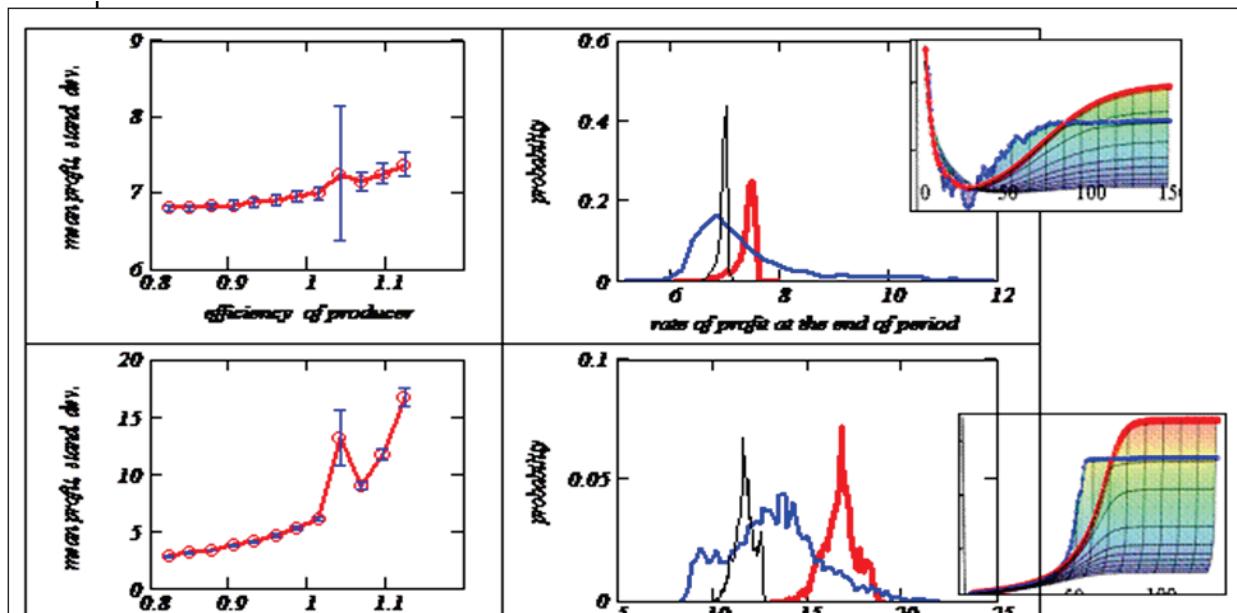


Рис. 7. Приклади моделювання. Статистика «віртуальної реальності»

Суть ризикового управління в тому, що ресурс не ділиться між продуктами пропорційно показ-

никам перспективності, а цілком віддається одному з виробництв з імовірністю, пропорційно показнику ефективності. Сценарій дослідження (див. рис. 7): один з учасників використовує ризикове управління, інші учасники — пропорційне. Через наявність невизначеностей показники перспективності продуктів визначаються з випадковими помилками.

Бачимо: у ситуації спаду ризикове управління дає невеликий виграв за неприпустимо великого розкиду (ризику); у ситуації зростання виробництва ризикове управління дає суттєвий виграв щодо сусідніх за ефективністю учасників за малого розкиду.

Сучасні виробничі системи не мають чітких меж, суттєвомінюються в часі, моделі таких систем також створюються і розвиваються, змінюючи статус від моделі-еталону для об'єкта до моделі-відображення об'єкта. Тому процедура визначення адекватності суттєво відрізняється від процедур встановлення адекватності моделей-апроксимацій.

Процедура визначення адекватності складається з таких пунктів:

- Відбір адекватних функціональних субмоделей, параметризація — по суті інваріантне занурення деякої функції в множину функцій цього класу. У прикладах 1 і 2 використано декілька класів узагальнених виробничих функцій, трипараметричних. Вибором параметрів можна достатньо точно відобразити відомі емпіричні залежності для процесів освоєння, розвитку і власне виробництва. Збірка моделі системи з субмоделей;

- Пошук моделей-аналогів, що відносяться до певного параметричного класу. Пошук і створення реальних систем (зазвичай це неможливо) цього класу.

- Перевірка адекватності створюваної моделі-предиктора зібраним даним про властивості реальних виробничих систем-аналогів. Адекватність моделі виробничої системи на якісному рівні: стійкість, коливальні режими, залежність від початкових умов, розподілу імовірності для змінних стану. У цьому процесі проводиться налаштування параметрів моделі.

- Перевірка адекватності настроєної моделі на кількісному рівні (за умови наявності даних по реальному об'єкту цього класу) стандартними методами ідентифікації.

## Висновки

Запропонована класифікація моделей — предикторів, прив'язана до системи задач оптимального оперативного і стратегічного управління. На конкретних прикладах показана ефективність підходу до створення моделей на базі породжувальних механізмів. Цей підхід дозволяє говорити про конструювання робочих математичних моделей — розробку в кінцеві терміни, із кінцевими витратами ресурсів.

## СПИСОК ВИКОРИСТАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ

1. Форрестер Дж. Основы кибернетики предприятия / Дж. Форрестер ; пер. с англ. — М. : Прогресс, 1971. — 340 с.
2. Боровська Т. М. Метод оптимального агрегування в оптимізаційних задачах : моног. / Т. М. Боровська, І. С. Коленник, В. А. Северілов. — Вінниця : УНІВЕРСУМ–Вінниця, 2009. — 229 с. — ISBN 978-966-641-285-3.
3. Моделювання і оптимізація процесів розвитку виробничих систем з урахуванням використання зовнішніх ресурсів та ефектів освоєння : моног. / [Боровська Т. М., Бадьора С. П., Северілов В. А., Северілов П. В.]; за заг. ред. М. Боровської. — Вінниця : ВНТУ, 2009. — 255 с. — ISBN 978-966-641-312-6.

Рекомендована кафедрою комп'ютерних систем управління

Стаття надійшла до редакції 23.02.11  
Рекомендована до друку 10.03.11

**Васильська Майя Валеріївна** — аспірантка кафедри телекомунікаційних систем та телебачення; **Колесник Ірина Сергіївна** — доцент кафедри обчислювальних систем.

Вінницький національний технічний університет, Вінниця;

**Северілов Віктор Андрійович** — доцент кафедри інформаційних технологій.

Вінницький соціально-економічний інститут Відкритого міжнародного університету розвитку людини «Україна», Вінниця