

УДК 681.5.015+62-83:629.433

О. Б. Мокін, канд. техн. наук, доц.;

Б. І. Мокін, д-р техн. наук, проф.

## ВІДНОСНІ МОДЕЛІ РУХУ ЕЛЕКТРИЧНОГО ТРАНСПОРТНОГО ЗАСОБУ ПО ГОРИЗОНТАЛЬНОМУ ПРЯМОЛІНІЙНОМУ ВІДРІЗКУ КОЛІЇ

*Отримані моделі руху електричного транспортного засобу по прямолінійному відрізку колії, прокладеній на горизонтальній площині, у відносних одиницях, придатні для розв'язання задачі оптимізації за критерієм мінімуму витрат електроенергії. Постановка задачі і приведення проміжних математичних моделей до кінцевої форми відрізняються від традиційних.*

### Постановка задачі і вихідні передумови

В роботі [1] показано, чому відомі методи оптимізації руху електричних транспортних засобів з навантаженням, яке залежить від рельєфу місцевості, де прокладена залізнична колія, не можуть бути застосованими для розв'язання конкретних практичних задач, та запропоновано підхід до моделювання таких транспортних засобів, придатний для розв'язання практичних задач оптимізації їх руху. Суть цього підходу полягає в декомпозиції задачі оптимізації руху вздовж усієї траєкторії на сукупність підзадач оптимізації руху на відрізках, обмежених точками зміни рельєфу місцевості, в яких накладені умови гладкості як для траєкторії руху транспортного засобу, так і для кривої, яка є графіком швидкості руху цією траєкторією.

В цій роботі ми побудуємо математичні моделі у відносних одиницях для підзадачі оптимізації руху транспортного засобу з електричною тягою на прямолінійному відрізку залізничної колії, прокладеному на горизонтальній площині (відрізок  $NB$  на рис. 1 в роботі [1]), за критерієм мінімуму витрат електроенергії  $E$  у ват-секундах ( $Вт \cdot с$ ) електровозом, на електропривод якого подається з контактної мережі напруга  $U(t)$  у вольтах ( $B$ ), що створює струм  $I(t)$  в амперах ( $A$ ) в кожній із  $n$  паралельних якірних гілок цього електроприводу, тобто за критерієм мінімуму виразу

$$E = \int_{t_A}^{t_B} U(t) n I(t) dt. \quad (1)$$

Як і в роботі [1], розглядатимемо в якості першого обмеження математичну модель динаміки руху електричного транспортного засобу у вигляді

$$m \frac{dV(t)}{dt} = F_T(t) - F_T(v, t), \quad (2)$$

де  $m$  — його загальна маса в кілограмах ( $кг$ ),  $V(t)$  — лінійна швидкість руху, яка є функцією часу, в метрах за секунду ( $м/с$ ),  $F_T(t)$  — сила тяги електровоза в ньютонах ( $H$ ), а  $F_T(v, t)$  — гальмівна сила, теж в ньютонах, яку, як показано в роботі [1], можна представити у вигляді

$$F_T(V, t) = \mu_0 + \mu_1 V(t) + \mu_2 (V(t))^2. \quad (3)$$

А в якості другого обмеження розглядатимемо програму руху транспортного засобу від точки  $N$  до точки  $B$  в метрах ( $м$ ) у вигляді

$$l_{NB} = \int_{t_N}^{t_B} V(t) dt, \quad (4)$$

де  $t_N$ ,  $t_B$  — моменти часу в секундах (с), в які точки  $N$  і  $B$  досягають, відповідно, хвостовий вагон і електровоз транспортного засобу.

Цілком очевидно, що доповнити ці обмеження потрібно ще й граничними умовами, що впливають із співвідношень (10)—(13) роботи [1], тобто співвідношеннями:

$$V(N) = V_N, \quad (5)$$

$$\frac{dV}{dt}(N) = V_N^1, \quad (6)$$

$$V(B) = V_B, \quad (7)$$

$$\frac{dV}{dt}(B) = V_B^1, \quad (8)$$

в яких  $V_N$ ,  $V_B$ ,  $V_N^1$ ,  $V_B^1$  — задані числові значення швидкості (м/с) і прискорення (м/с<sup>2</sup>) в граничних точках

Співвідношення (2)—(8) і будуть нашими вихідними передумовами.

### Переведення критерію оптимізації і моделей руху до відносних величин

Для того, щоб результати оптимізації руху електричного транспортного засобу можна було узагальнити на електричний транспортний засіб будь-якої маси, доцільно при розв'язанні цієї задачі використовувати відносні величини, які формуватимемо діленням розмірної величини на базову.

В якості базової величини  $I_0$  для струму  $I$  в амперах, що споживається якорями двигунів електропривода, виберемо сумарний номінальний струм тих  $n$  якорних гілок цього електропривода, які включені паралельно під напругу контактної мережі, тобто

$$I_0 = nI_H. \quad (9)$$

Для напруги  $U$  контактної електромережі в якості базової величини  $U_0$  виберемо номінальну напругу  $U_H$  мережі в вольтах.

Для тягової сили  $F_T$  в якості базової величини  $F_0$  виберемо номінальну тягову силу  $F_T^H$  в ньютонках, яка створюється номінальними струмами якорів тягових двигунів електропривода;

Для лінійної швидкості  $V$  електричного транспортного засобу в якості базової величини  $V_0$  виберемо номінальну лінійну швидкість  $V_H$  в метрах за секунду, яка створюється номінальною тяговою силою.

В якості базової одиниці  $t_0$  для часу  $t$  виберемо механічну сталу  $T_M$  електричного транспортного засобу в секундах, формула визначення якої впливає з рівняння (2) і має вигляд

$$T_M = \frac{mV_H}{F_T^H}, \quad (10)$$

звідки базове значення для сили тяги можна записати у вигляді

$$F_0 = F_T^H = \frac{mV_H}{T_M}, \quad (11)$$

В якості базової одиниці для енергії  $E$  виберемо величину  $E_0$  у вольт-ампер-секундах, яка визначається з виразу

$$E_0 = U_0 I_0 t_0 = U_H n I_H T_M. \quad (12)$$

Для представлення критеріального рівняння (1) у відносних величинах розділимо обидві його частини на  $E_0$  з урахуванням (12). Отримаємо

$$\frac{E}{E_0} = \frac{\frac{t_B}{T_M} \int_{\frac{t_N}{T_M}}^{\frac{t_B}{T_M}} \frac{U}{U_H} \frac{nI}{nI_H} \frac{dt}{T_M}}{\frac{t_N}{T_M}} \quad (13)$$

або

$$e = \int_{\tau_N}^{\tau_B} i d\tau, \quad (14)$$

де

$$e = \frac{E}{E_0}, \quad i = \frac{I}{I_H}, \quad \tau = \frac{t}{T_M}, \quad (15)$$

— відповідно, енергія, струм і час у відносних одиницях, а відношення

$$\frac{U}{U_H} = 1, \quad (16)$$

завдяки якому критеріальне співвідношення (13) записане у формі (14), зумовлене припущенням, що контактна електромережа електричного транспортного засобу є настільки потужною, що приєднання до неї системи електроприводу цього транспортного засобу не викликає падіння напруги в ній.

Для представлення у відносній формі рівняння динаміки електричного транспортного засобу (2) розділимо обидві його частини на  $F_0$  з урахуванням (11). Отримаємо

$$\frac{dv}{d\tau} = f_T - f_\Gamma, \quad (17)$$

де

$$v = \frac{V}{V_H}; \quad f_T = \frac{F_T}{F_T^H}; \quad f_\Gamma = \frac{F_\Gamma}{F_T^H} \quad (18)$$

— відповідно, лінійна швидкість руху електричного транспортного засобу, його сила тяги та гальмівна сила у відносних одиницях.

Для представлення у відносній формі граничних умов стосовно швидкостей руху розділимо обидві частини рівнянь (5), (7) на  $V_0$ , котре, нагадуємо, дорівнює  $V_H$ . Отримаємо

$$v(N) = v_N; \quad (19)$$

$$v(B) = v_B. \quad (20)$$

Для представлення у відносній формі граничних умов стосовно прискорень розділимо обидві частини рівнянь (6), (8) на відношення  $\frac{V_H}{T_M}$ . Отримаємо

$$\frac{dv}{d\tau}(N) = v_N^1, \quad (21)$$

$$\frac{dv}{d\tau}(B) = v_B^1, \quad (22)$$

де

$$v_N^1 = \frac{V_N^1 T_M}{V_H}; \quad (23)$$

$$v_B^1 = \frac{V_B^1 T_M}{V_H}. \quad (24)$$

Тепер повернемо до виразів (17), (18).

Як відомо [2], в електроприводах електричних транспортних засобів використовуються електродвигуни постійного струму з послідовним збудженням, обертальний момент  $M_O$  в яких є пропорційним добутку струму якоря  $I$  та магнітному потоку  $\Phi(I)$ , що є функцією від цього струму, оскільки магнітний потік створюється саме цим струмом в полюсах індуктора, тобто

$$M_O = k_M I \Phi(I), \quad (25)$$

де  $k_M$  — коефіцієнт, що залежить від конструктивних параметрів електродвигуна і є паспортною величиною.

Якщо  $R$  — це радіус колеса електричного транспортного засобу, то його сила тяги матиме вигляд

$$F_T = \frac{nM_O}{R} = \frac{k_M}{R} nI\Phi(I) = k_F nI\Phi(I). \quad (26)$$

Цілком очевидно, що, виходячи з виразу (26), базове значення сили тяги можна записати у вигляді

$$F_G = F_T^H = k_F nI_H \Phi(I_H). \quad (27)$$

Із виразів (18), (26) і (27) маємо

$$f_T = i\varphi(i), \quad (28)$$

де відносний магнітний потік  $\varphi$  визначається з кривої намагнічування зі співвідношення

$$\varphi(i) = \frac{\Phi(I)}{\Phi(I_H)}. \quad (29)$$

А з виразів (3), (11), (18) маємо гальмівну силу у відносній формі —

$$f_T = f_0 + f_1 v + f_2 v^2, \quad (30)$$

де

$$f_0 = \frac{\mu_0}{F_T^H}; \quad f_1 = \frac{\mu_1 T_M}{m}; \quad f_2 = \frac{\mu_2 T_M V_H}{m}. \quad (31)$$

Підставляючи вирази (28) і (30) в (17), отримаємо:

$$\frac{dv}{d\tau} = i\varphi(i) - f_0 - f_1 v - f_2 v^2. \quad (32)$$

Залишилось перетворити у відносні одиниці лише програму руху електричного транспортного засобу по відріжку коліи  $NB$ . Для цього розділимо обидві частини рівняння (4) на добуток  $V_H T_M$ . В результаті отримаємо

$$s_{NB} = \int_{\tau_N}^{\tau_B} v d\tau, \quad (33)$$

де

$$s_{NB} = \frac{l_{NB}}{V_H T_M} \quad (34)$$

— відносна довжина відріжку коліи від точки  $N$  до точки  $B$ .

## Висновки

Здійснена нетрадиційна постановка задачі оптимізації руху електричного транспортного засобу

по горизонтальному відрізку колії, прокладеній на горизонтальній площині, за критерієм мінімуму витрат електроенергії, яку споживає електропривод цього транспортного засобу. Отримані у відносній формі всі моделі, необхідні для розв'язання поставленої задачі оптимізації.

### СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Особливості моделювання руху електричних транспортних засобів з врахуванням залежності навантаження від рельєфу місцевості [Електронний ресурс] / О. Б. Мокін, Б. І. Мокін // Наукові праці ВНТУ. — 2010. — № 1. Режим доступу до журн. : [http://www.nbu.gov.ua/e%2Djournals/VNTU/2010-1/uk/10mbidok\\_uk.pdf](http://www.nbu.gov.ua/e%2Djournals/VNTU/2010-1/uk/10mbidok_uk.pdf).
2. Безрученко В. М., Варченко В. К., Чумак В. В. Тягові електричні машини електрорухомого складу : навч. посіб. — Д. : Вид-во Дніпропетр. нац. ун-ту залізн. трансп. ім. акад. В. Лазаряна, 2003. — 252 с.

Рекомендована кафедрою відновлювальної енергетики та транспортних електричних систем і комплексів

Надійшла до редакції 30.03.01  
Рекомендована до друку 29.04.01

**Мокін Олександр Борисович** — завідувач кафедри, **Мокін Борис Іванович** — професор.

Кафедра відновлювальної енергетики та транспортних електричних систем і комплексів, Вінницький національний технічний університет