

УЗАГАЛЬНЕНА ОДНОВИМІРНА МОДЕЛЬ ПРОЦЕСІВ САМООЧИЩЕННЯ ТА РОЗБАВЛЕННЯ СТИЧНИХ ВОД У РОЗГАЛУЖЕНІЙ РІЧКОВІЙ СИСТЕМІ

Розроблено новий підхід до синтезу узагальненої математичної моделі процесів самоочищення та розбавлення забруднень у річці, що надійшли зі стічними водами. Розроблено математичну модель для розрахунку зміни діапазону значень якості річкової води, тобто у кожному створі річки математична модель дозволяє встановити мінімальне та максимальне значення заданого показника якості річкової води. Застосування математичної моделі обмежується малими та середніми річками, де в першому наближенні можна використовувати просторові одновимірні математичні моделі процесів розбавлення та змішування стічних вод з річковими.

1. Постановка задачі

Процесами самоочищення та розбавлення стічних вод у річках, зокрема динамікою якості вод річки, займаються багато вчених протягом тривалого часу [1—10]. У роботі ж [11] автором виведена нова математична модель процесів самоочищення та розбавлення стічних вод у розгалуженій річковій системі. Розглянемо вихідні передумови, на яких була побудована ця модель і сформулюємо нову задачу.

Об'єктом моделювання є деякий показник якості води (ПЯВ), наприклад, концентрація у річці забруднювальної речовини [1—10]. Вважається, що зменшення значення ПЯВ слід трактувати як покращення якості води та навпаки [3]. Одним з найдієвіших самоочисних процесів зменшення ПЯВ є розбавлення, яке полягає у змішуванні річкової води зі стічними водами. Як правило, річкової води набагато більше і вона значно чистіша, ніж стічні, тому саме розбавлення вносить найбільший внесок у зменшення значення ПЯВ для стічних вод. Для того, щоб підкреслити наявність ще й інших самоочисних процесів, окрім розбавлення, часто вживають термін «*моделі самоочищення та розбавлення*» [3—9].

Для спрощення математичного опису для заданої ділянки річки зі значенням ПЯВ x та витратами води Q проводиться декомпозиція на N елементарних ділянок (ЕД), кожна з яких має не більше одного просторово-зосередженого входу стічних чи інших вод зі значенням ПЯВ u_i та витратами води q_i ($i = 1, \dots, N$).

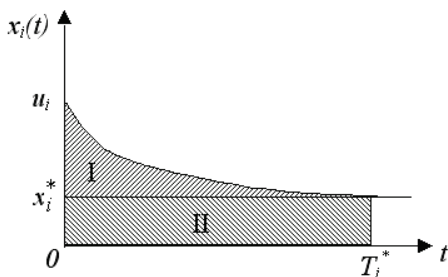


Рис. 1. Складові значення ПЯВ річки $x_i(t)$: $t = 0$ відповідає надходженню стічних вод з ПЯВ u у річку; I — приріст значення ПЯВ у річці через надходження стічних вод ($t < T_i^*$); II — значення ПЯВ річки після розбавлення стічними водами ($t = T_i^*$).

Запропонована у роботі [11] модель основана на відомій моделі Фролова–Родзиллера, яка описує зміну значення ПЯВ у найзабрудненішій частині річкового потоку $x_{\max i}(t)$, тобто у частині, куди безпосередньо надходять стічні води з ПЯВ u_i . Далі значення ПЯВ зменшується за рахунок розбавлення все більшою частиною річкового потоку й у створі повного змішування (рис. 1) досягає мінімального забруднення x_i^* [3, 5, 9]. В моделі окремо моделюється приріст значення ПЯВ після надходження стічних вод у річку (зона I рис. 1) і окремо враховується кінцеве значення x_i^* (зона II рис. 1) [5, 9]:

$$x_{\max i}(t) = x_i^* + (u_i - x_i^*) e^{-\alpha_i \sqrt[3]{t}}; \quad x_i^* = \frac{Q_i x_i + q_i u_i}{Q_i + q_i}; \quad t = [0, T_i^*], \quad (1)$$

де α_i — коефіцієнт, що враховує гідравлічні умови змішування, який обчислюється за паспортними даними ділянки річки [5, 9].

Для моделювання зміни ПЯВ у найменш забрудненій частині річкового потоку $x_{\min i}(t)$ треба у

формулі (1) замінити u на $x_i(0)$ [5, 9]

$$x_{\min i}(t) = x_i^* + (x_i(0) - x_i^*) e^{-\alpha_i \sqrt[3]{t}}; \quad x_i^* = \frac{Q_i x_i + q_i u_i}{Q_i + q_i}; \quad t = [0, T_i^*]. \quad (2)$$

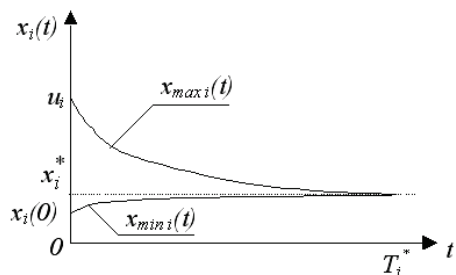


Рис. 2. Графіки зміни ПЯВ у максимально та мінімально забруднених частинах річкового потоку після змішування зі стічними водами

Графіки зміни ПЯВ за моделями (3) та (4) показано на рис. 2.

Якщо річкові води більше забруднені, ніж «стічні» (наприклад, притока із джерельною водою), тобто $x_i(0) > u_i$, тоді модель (1) описує $x_{\min i}(t)$, а модель (2) — $x_{\max i}(t)$. У тій же роботі [11] запропоновано ускладнення моделі (1) для врахування, по-перше, інших процесів самоочищення, а по-друге, багатьох скидів («входів») стічних вод у річку.

Для опису процесів самоочищення використовувалась проста, але дуже поширена, модель, яка є розв'язком диференціального рівняння першого порядку [3—6, 8, 9]:

$$x_i(t) = (Q_i x_i(0) + q_i u_i) e^{-k_i t}, \quad t = [0, T_i],$$

(3)

де k_i — коефіцієнт самоочищення — для більшості забруднювальних речовин є табличні значення [4, 5].

Задача, яка повинна бути розв'язана, формулюється так: треба побудувати узагальнену одновимірну математичну модель процесів самоочищення та розбавлення стічних вод у розгалуженій річковій системі, яка забезпечуватиме визначення усього діапазону можливих значень ПЯВ в будь-якому створі річки. Модель повинна використовувати інші відомі та поширені математичні моделі розбавлення стічних вод з річковими та математичні моделі процесів самоочищення. Побудуємо таку математичну модель за аналогією з математичною моделлю, виведеною для найзабрудненішої частини потоку річки на основі розв'язку математичної моделі Фролова–Родзиллера (1) та рівняння (3).

2. Побудова моделі для випадку забруднення річкового потоку багатьма входами стічних вод

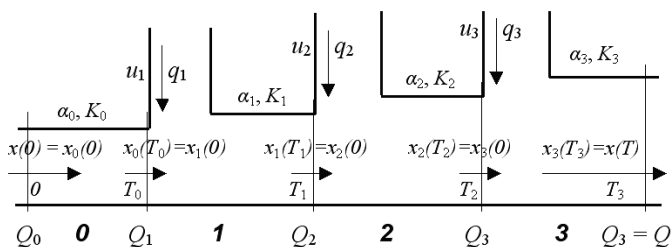


Рис. 3. Схема ділянки річки із трьома входами — скидами стічних вод

Розглянемо випадок, коли на річці знаходиться $N = 3$ входів стічних вод, причому час добігання води від i -го до $(i + 1)$ -го становить T_i . На рис. 3 введено такі позначення: K_i — вектор усіх параметрів математичної моделі i -ої ЕД річки; T — час, необхідний для добігання води від нульового створу усієї ділянки річки, що моделюється, до її останнього створу, в якому витрати води дорівнюють Q ; $x(t)$, $t = [0, T]$ — значення ПЯВ у межах усієї ділянки

річки. А нульова ЕД — це ділянка річки, на якій немає жодного скиду стічних вод чи водозабору і яка розташована перед першою ЕД.

Математичну модель для найзабрудненішої частини річкового потоку було отримано на основі таких перетворень:

— врахування тільки процесів розбавлення математичною моделлю (3)

$$x_{\max i}(t) = \frac{Q_i x_i(0) + q_i u_i}{Q_i + q_i} + \left(u_i - \frac{Q_i x_i(0) + q_i u_i}{Q_i + q_i} \right) e^{-\alpha_i \sqrt[3]{t}},$$

$$Q_i x_i(0) + q_i u_i + Q_i (u_i - x_i(0)) e^{-\alpha_i \sqrt[3]{t}} = (Q_i + q_i) x_{\max i}(t),$$

— врахування інших самоочисних процесів

$$\left[(Q_i x_i(0) + q_i u_i) + Q_i (u_i - x_i(0)) e^{-\alpha_i \sqrt[3]{t}} \right] \frac{e^{-k_i t}}{Q_i + q_i} = x_{\max i}(t), \quad t = [0, T_i],$$

$$(1 - e^{-\alpha_i \sqrt[3]{t}}) \frac{Q_i}{Q_{i+1}} e^{-k_i t} x_i(0) + \left(\frac{q_i}{Q_i} + e^{-\alpha_i \sqrt[3]{t}} \right) \frac{Q_i}{Q_{i+1}} e^{-k_i t} u_i = x_{\max i}(t), \quad t = [0, T_i].$$
(4)

Побудуємо аналогічну математичну модель для найменш забрудненої частини річкового потоку i -ої ЕД на основі моделі (2) за тим же алгоритмом:

— врахування тільки процесів розбавлення математичною моделлю (2)

$$x_{\min i}(t) = \frac{Q_i x_i(0) + q_i u_i}{Q_i + q_i} + \left(x_i(0) - \frac{Q_i x_i(0) + q_i u_i}{Q_i + q_i} \right) e^{-\alpha_i \sqrt[3]{t}},$$

$$Q_i x_i(0) + q_i u_i + q_i (x_i(0) - u_i) e^{-\alpha_i \sqrt[3]{t}} = (Q_i + q_i) x_{\min i}(t),$$

— врахування інших самоочисних процесів:

$$\left[(Q_i x_i(0) + q_i u_i) + q_i (x_i(0) - u_i) e^{-\alpha_i \sqrt[3]{t}} \right] \frac{e^{-k_i t}}{Q_i + q_i} = x_{\min i}(t), \quad t = [0, T_i],$$

$$\left(\frac{Q_i}{q_i} + e^{-\alpha_i \sqrt[3]{t}} \right) \frac{q_i}{Q_{i+1}} e^{-k_i t} x_i(0) + (1 - e^{-\alpha_i \sqrt[3]{t}}) \frac{q_i}{Q_{i+1}} e^{-k_i t} u_i = x_{\min i}(t), \quad t = [0, T_i].$$
(5)

З порівняння математичних моделей (4) та (5) видно, що вони мають багато спільного, але деякі елементи їх складових міняються місцями.

Для випадку $t = T_i$ має місце скорочений вираз:

$$A_i x_i(0) + B_i u_i = x_{\min i}(T_i),$$
(6)

$$A_i = \left(\frac{Q_i}{q_i} + e^{-\alpha_i \sqrt[3]{T_i}} \right) \frac{q_i}{Q_{i+1}} e^{-k_i T_i}, \quad B_i = \left(1 - e^{-\alpha_i \sqrt[3]{T_i}} \right) \frac{q_i}{Q_{i+1}} e^{-k_i T_i}.$$
(7)

Отримана модель є рекурентною на основі виразу для нульової ЕД:

$$x_0(T_0) = A_0 x(0) = x_1(0), \quad A_0 = e^{-k_0 T_0}.$$
(8)

Щоб знайти $x_N(T)$, треба знайти усі $x_i(T_i)$, $i = 0, \dots, N$. Усунемо цей недолік і виведемо вираз, який дозволить знайти $x_N(T)$ за вхідними даними одразу. Врахувавши (див. рис. 3), що

$$x_{i+1}(0) = x_i(T_i), \quad x_N(T_N) = x(T), \quad Q_{i+1} = Q_i + q_i, \quad q_0 = 0, \quad i = 0, \dots, N = 3,$$
(9)

виведемо вираз для $x_3(T_3) = x(T)$ у позначеннях (6)–(9)

$$x(T) = x_3(T_3) = A_3 x_3(0) + B_3 u_3 = A_3 x_2(T_2) + B_3 u_3 = A_3 (A_2 x_2(0) + B_2 u_2) + B_3 u_3 =$$

$$= A_3 A_2 (A_1 x_1(0) + B_1 u_1) + A_3 B_2 u_2 + B_3 u_3 = A_3 A_2 A_1 A_0 x(0) + A_3 A_2 B_1 u_1 + A_3 B_2 u_2 + B_3 u_3.$$
(10)

Підставляючи в (10) вирази (7)–(8), повертаючись від $t = T_i$ до загального випадку $t = [0, T_i]$ та проводячи відповідні перетворення і спрощення, на основі методу математичної індукції можна отримати такий вираз для значення ПЯВ для випадку N стічних вод чи водозаборів:

$$x_{\min i}(t) = \prod_{j=1}^i \frac{q_j}{Q_{j+1}} \prod_{j=1}^{i-1} \chi_j(T_j) \cdot \chi_i(t) e^{-\sum_{j=0}^{i-1} k_j T_j - k_i t} x(0) +$$

$$+ \sum_{j=1}^{i-1} \left(\prod_{m=j}^i \frac{q_m}{Q_{m+1}} \right) \left(\prod_{m=j+1}^{i-1} \chi_m(T) \right) \chi_i(t) \gamma_j(T_j) e^{-\sum_{m=j}^{i-1} k_m T_m - k_i t} u_j + \gamma_i(t) \frac{q_i}{Q_{i+1}} e^{-k_i t} u_i,$$
(11)

$$\gamma_i(t) = 1 - e^{-\alpha_i \sqrt[3]{t}}, \quad \chi_i(t) = \frac{Q_i}{q_i} + e^{-\alpha_i \sqrt[3]{t}};$$
(12)

$$Q_{i+1} = Q_i + q_i; \quad q_0 = 0; \quad t = [0, T_i]; \quad i = \overline{1, N}. \quad (13)$$

Для порівняння зазначимо, що аналогічна математична модель для найзабрудненішої частини потоку річки має вигляд [11]

$$x_{\max i}(t) = \prod_{j=1}^i \frac{Q_j}{Q_{j+1}} \prod_{j=1}^{i-1} \gamma_j(T_j) \gamma_i(t) e^{-\sum_{j=0}^{i-1} k_j T_j - k_i t} x(0) + \sum_{j=1}^{i-1} \left(\prod_{m=j}^i \frac{Q_m}{Q_{m+1}} \right) \prod_{m=j+1}^{i-1} \gamma_m(T_m) \gamma_i(t) \varphi_j(T_j) e^{-\sum_{m=j}^{i-1} k_m T_m - k_i t} u_j + \varphi_i(t) \frac{Q_i}{Q_{i+1}} e^{-k_i t} u_i; \quad (14)$$

$$\gamma_i(t) = 1 - e^{-\alpha_i \sqrt[3]{t}}; \quad \varphi_i(t) = \frac{q_i}{Q_i} + e^{-\alpha_i \sqrt[3]{t}}; \quad (15)$$

$$Q_{i+1} = Q_i + q_i; \quad q_0 = 0; \quad t = [0, T_i]; \quad i = \overline{1, N}. \quad (16)$$

3. Узагальнена модель процесів самоочищення та розбавлення річкового потоку з багатьма входами стічних вод

З порівняння математичних моделей процесів самоочищення та розбавлення великої кількості стічних вод та водозаборів, окремо для найменш та для найбільш забрудненого потоку річки, легко бачити, що вони є дуже схожими. Отже, є можливість побудови універсальної узагальненої математичної моделі на найменш та найбільш забруднений річковий потік.

Введемо такі позначення: w_i — значення ПЯВ найбільш забруднених вод з витратами q_{wi} у місці їх змішування з менш брудними, які мають значення ПЯВ \bar{w}_i та витрати вод $q_{\bar{w}i}$, тобто

$$w_i = \begin{cases} u_i, & \text{якщо } u_i > x_i(0); \\ x_i(0), & \text{якщо } u_i \leq x_i(0); \end{cases} \quad q_{wi} = \begin{cases} q_i, & \text{якщо } u_i > x_i(0); \\ Q_i, & \text{якщо } u_i \leq x_i(0); \end{cases} \quad (17)$$

$$\bar{w}_i = \begin{cases} x_i(0), & \text{якщо } u_i > x_i(0); \\ u_i, & \text{якщо } u_i \leq x_i(0); \end{cases} \quad q_{\bar{w}i} = \begin{cases} Q_i, & \text{якщо } u_i > x_i(0); \\ q_i, & \text{якщо } u_i \leq x_i(0). \end{cases} \quad (18)$$

У такому разі, наприклад, моделі (1) та (3) набудуть вигляду:

$$x_{\max i}(t) = x_i^* + (w_i - x_i^*) e^{-\alpha_i \sqrt[3]{t}}; \quad x_i^* = \frac{q_{wi} w_i + q_{\bar{w}i} \bar{w}_i}{q_{wi} + q_{\bar{w}i}}; \quad (19)$$

$$x_{\min i}(t) = x_i^* + (\bar{w}_i - x_i^*) e^{-\alpha_i \sqrt[3]{t}}; \quad x_i^* = \frac{q_{wi} w_i + q_{\bar{w}i} \bar{w}_i}{q_{wi} + q_{\bar{w}i}}. \quad (20)$$

За аналогією з перетворенням моделей (1), (3) до вигляду моделей (19), (20) переписуємо математичні моделі (11)–(16) у позначеннях (17), (18) для усього діапазону можливих значень ПЯВ у будь-якому створі річки

$$x_i(t) = \prod_{j=1}^i \frac{q_{w_j}}{Q_{j+1}} \prod_{j=1}^{i-1} \psi_j(T_j) \chi_i(t) e^{-\sum_{j=0}^{i-1} k_j T_j - k_i t} x(0) + \sum_{j=1}^{i-1} \left(\prod_{m=j}^i \frac{Q_m}{Q_{m+1}} \right) \prod_{m=j+1}^{i-1} \gamma_m(T_m) \chi_i(t) \varphi_j(T_j) e^{-\sum_{m=j}^{i-1} k_m T_m - k_i t} u_j + \varphi_i(t) \frac{Q_i}{Q_{i+1}} e^{-k_i t} u_i; \quad (21)$$

$$t = [0, T_i]; \quad i = \overline{1, N};$$

$$x_0(t) = x(0) e^{-k_0 t}, \quad t = [0, T_0]; \quad (22)$$

$$\psi_j(t) = \begin{cases} \gamma_j(t), & \text{якщо } u > x_0, \\ \chi_j(t), & \text{якщо } u \leq x_0, \end{cases} \quad \theta_j(t) = \begin{cases} \varphi_j(t), & \text{якщо } u > x_0, \\ \gamma_j(t), & \text{якщо } u \leq x_0, \end{cases} \quad (23)$$

$$\gamma_j(t) = 1 - e^{-\alpha_j \sqrt[3]{t}}; \quad \chi_j(t) = \frac{q_{\bar{w}_j}}{q_{w_j}} + e^{-\alpha_j \sqrt[3]{t}}; \quad \varphi_j(t) = \frac{q_{w_j}}{q_{\bar{w}_j}} + e^{-\alpha_j \sqrt[3]{t}}; \quad (24)$$

$$Q_{i+1} = q_{w_i} + q_{\bar{w}_i}, \quad q_{w_0} = 0, \quad q_{\bar{w}_0} = Q_0. \quad (25)$$

Математична модель (21)—(25) доповнюється виразами (17) та (18).

4. Алгоритм побудови математичної моделі для діапазону значень показника якості води річки з багатьма входами стічних вод

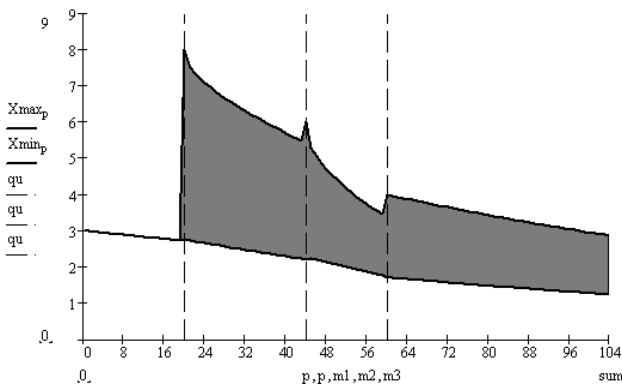


Рис. 4. Графіки значень деякого ПЯВ у найбільш (верхній графік) та у найменш (нижній графік) забруднених частинах потоку усієї ділянки річки. Усі можливі значення забруднення в різних потоках по ширині річки охоплюються зафарбованою зоною. Пунктирною лінією відмічено місця надходження стічних вод

Алгоритм побудови математичної моделі (17), (18), (21)—(25) такий.

1. Розбити ділянку річки на елементарні ділянки таким чином, щоб на кожній з них було не більше одного просторово-зосередженого входу стічних чи природних вод або водозабору. Критерієм розбиття може бути, також, постійність параметрів моделі — α_i та k_i . Якщо їх значення суттєво змінюються в межах однієї ЕД, тоді останню слід розбити ще на декілька таким чином, щоб у межах кожної з них вказані параметри були приблизно постійними.

2. Визначити усі вхідні дані $x(0)$, Q_0 , u_i , q_{ii} та параметри T_i , α_i , k_i моделі.

3. Для кожної ЕД, починаючи з нульової, робити таким чином:

- якщо це водозабір, тоді врахувати тільки його витрати, взяті з від'ємним знаком у співвідношенні (25) і перейти до наступної ЕД;
- якщо це нульова ділянка, тоді виконати обчислення за співвідношеннями (22) та (25);
- якщо це надходження вод, тоді порівняти їх значення ПЯВ з отриманим на виході попередньої ЕД і, відповідно до результатів порівняння, вибрати та обчислити функції за виразами (17), (18), (23), (24) і потім провести розрахунки за моделлю (21) спочатку для найбільш (у позначеннях (17)), а потім для найменш (у позначеннях (18)) забрудненого річкового потоку.

Важливо відмітити, що запропонований у роботі підхід не накладає суттєвих обмежень на вибір моделей процесів самоочищення та розбавлення. Взяті за основу моделі (1) та (3) можуть бути й складнішими, як наприклад у роботах [2—4, 6—10], але це призведе лише до ускладнення виразів (21)—(24). Розглянемо приклад.

5. Приклад розв'язання задачі для трьох входів

Застосуємо виведені співвідношення для моделювання зміни значень деякого показника якості води ділянки річки, наведеної на рис. 3. Параметри елементарних ділянок річки наведені у табл. 1, а вхідні дані про витрати стічних вод та їх стан — у табл. 2. Значення ПЯВ у початковому створі ділянки річки — $x(0) = 3$ мг/л, а витрати води — $Q_0 = 1,2$ млн. л/год.

Таблиця 1

Параметри елементарних ділянок річки

№ ЕД, i	0	1	2	3
Тривалість протікання води по ЕД T_i , (год.)	1,0	1,2	0,8	2,2
Гідравлічний параметр α_i , (1/год. ³)	0,2	0,24	0,4	0,15
Інтенсивність самоочищення k_i , (1/год.)	0,01	0,02	0,04	0,015

Вхідні дані про витрати стічних вод та їх стан

№ ЕД, i	0	1	2	3
Значення ПЯВ у стічних вод u_i , (мг/л)	0	8	6	4
Витрати стічних вод q_i , (млн. л/год.)	0	0,09	0,22	0,14

На рис. 4 показано графік значень ПЯВ у найзабрудненішій частині потоку усієї ділянки річки, розрахованих за моделлю (14), та графік значень ПЯВ у найменш забрудненій частині потоку, розрахованих за моделлю (11). Розрахунок проведено з часовим інтервалом у 3 хв., тобто $\Delta_t = 0,05$ (год.).

Як видно на рис. 4, на нульовій елементарній ділянці ($N = 0$), де немає скидів стічних вод, забруднення річкового потоку однакове по ширині і графіки збігаються. На інших елементарних ділянках — вони відрізняються. На границі будь-яких двох елементарних ділянок графік найзабрудненішої частини річки робить стрибки. Важливо зазначити, що при цьому не відбувається порушення закону нерозривності потоку та речовини — просто найзабрудненішою стає інша частина річкового потоку, яка щойно надійшла зі стічними водами.

Висновки

Розроблено новий підхід до синтезу узагальненої математичної моделі процесів самоочищення та розбавлення забруднень у річці, що надійшли зі стічними водами. Розроблено математичну модель для розрахунку зміни діапазону значень якості річкової води, тобто у кожному створі річки математична модель дозволяє встановити мінімальне та максимальне значення заданого показника якості річкової води. Застосування математичної моделі обмежується малими та середніми річками, де в першому наближенні можна використовувати просторові одновимірні математичні моделі процесів розбавлення та змішування стічних вод з річковими.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Калицун В. И., Кедров В. С., Ласков Ю. М.. Гидравлика, водоснабжение и канализация: Учебное пособие для вузов, 4-е изд. — М.: Стройиздат, 2001. — 397 с.
2. Мокін В. Б. Аналітичне моделювання динаміки річкових процесів з одночасним врахуванням ламінарної та турбулентної зон // Вісник ВПІ. — 2001. — № 2. — С. 108—113.
3. Мокін В. Б., Мокін Б. І. Математичні моделі та програми для оцінювання якості річкових вод. — Вінниця: УНІВЕРСУМ-Вінниця, 2000. — 152 с.
4. Справочник по гидрохимии / Под ред. А. М. Никанорова.— Л.: Гидрометеиздат, 1989. — 392 с.
5. Родзиллер И. Д. Прогноз качества воды водоемов-приемников сточных вод. — М.: Стройиздат, 1984. — 263 с.
6. Mathematical Models in Water Pollution Control / Edited by A. James. — New York, Chichester, Brisbane, Toronto: John Wiley and Sons Ltd., 1978. — 470 p.
7. Караушев А. В., Шварцман А. Я., Бесценная М. А. Теоретическое и экспериментальное изучение разбавления сточных вод в реках и водоемах // Труды IV Всесоюз. гидрол. съезда. — Т. 9. — Л.: Гидрометеиздат. — 1976.— С. 27—35.
8. Лаврик В. І. Методи математичного моделювання в екології. — К.: Фітосоціоцентр, 1998. — 131 с.
9. Черкинский С. Н. Санитарные условия спуска сточных вод в водоемы. — М.: Изд-во Мин-ва коммун. хоз-ва РСФСР, 1962. — 238 с.
10. L. Biesen, Z. Cisneros, T. Chebreegziabeber. On the Application of the Power of GIS to Environmental Measurements for the Monitoring, Exploitation and Sustainable Environmental Management of Marine Ecosystems // XVII IMEKO World Congress — Metrology in the 3rd Millennium. Proceedings. — Dubrovnik, Croatia: HMD Croatian Metrology Society, 2003. — TC19. — P. 2110—2113.
11. Мокін В. Б. Одновимірні динамічні моделі процесів самоочищення та розбавлення великої кількості стічних вод для найбільш забрудненого потоку річки // Вісник ВПІ. — 2003. — № 5. — С. 42—47.

Рекомендована кафедрою кафедри моделювання та моніторингу складних систем

Надійшла до редакції 13.04.05
Рекомендована до друку 26.05.05

Мокін Віталій Борисович — завідувач кафедри моделювання та моніторингу складних систем,
Вінницький національний технічний університет