

ЕНЕРГЕТИКА ТА ЕЛЕКТРОТЕХНІКА

УДК 62–838

О. Б. Мокін¹
Б. І. Мокін¹
В. А. Лобатюк¹

ОПТИМІЗАЦІЯ РУХУ ГІБРИДНОГО АВТОМОБІЛЯ З ОДНОЧАСНО ПРАЦЮЮЧИМИ НА СПІЛЬНИЙ ВАЛ ДВИГУНОМ ВНУТРІШНЬОГО ЗГОРЯННЯ ТА СИСТЕМОЮ ЕЛЕКТРОПРИВОДА

¹Вінницький національний технічний університет

Розв'язана задача оптимізації руху на підйом транспортного засобу з комбінованим приводом від двигуна внутрішнього згоряння та від електричного двигуна постійного струму за умови, що тягове зусилля створюється обома двигунами, які одночасно працюють на спільний вал.

Ключові слова: гібридний автомобіль, двигун внутрішнього згоряння, система електропривода постійного струму, одночасна робота на спільний вал, оптимізація руху на підйом.

Вихідні передумови та постановка задачі

В роботі [1] нами здійснена трансформація математичних моделей транспортних засобів з комбінованим приводом від двигуна внутрішнього згоряння та від електричного двигуна постійного струму до задачі оптимізації їх руху дорогою, яка крім горизонтальних ділянок містить спуски та підйоми, вибрані критерії оптимізації та обмеження і запропонована схема декомпозиції задачі для випадків, коли один із приводів з якоїсь причини не працює та коли вони створюють тягове зусилля на валу одночасно.

В роботі [2] показано, як розв'язується ця задача оптимізації, коли через розряд акумуляторної батареї чи через несправність в електричній системі гібридного автомобіля вимкнено його електропривод, і автомобіль рухається лише за допомогою двигуна внутрішнього згоряння.

В роботі [3] показано, як розв'язується ця задача оптимізації, коли через несправності чи за відсутності пального двигун внутрішнього згоряння вимкнено, а автомобіль рухається лише за допомогою його електропривода.

В цій роботі ми покажемо, як розв'язується така задача оптимізації, коли тягове зусилля створюється обома двигунами — і двигуном внутрішнього згоряння і системою електропривода, які одночасно працюють на спільний вал. Оскільки, як показано в роботі [1], тягове зусилля гібридного автомобіля створювати одночасно працюючими на спільний вал обома приводними двигунами доцільно лише під час руху на підйом, то саме для цього випадку ми і розв'язуватимемо задачу оптимізації руху гібридного автомобіля.

Розв'язуючи задачі, будемо використовувати математичні моделі динаміки автомобіля і критерії оптимізації та обмеження, отримані у відносних одиницях в роботі [1], а тому за поясненнями їх суті та формулами визначення пропонуємо звернутись до цієї роботи.

Зауважимо, що в разі руху гібридного автомобіля на підйом навіть в незавантаженому стані електричні двигуни постійного струму з послідовним збудженням, які використовуються в його системі електропривода, працюватимуть на нижній гілці характеристики намагнічування —

$$\phi(i) = \begin{cases} -a_2 i^2 + b_2 i, i \in [0, i_{cn}); \\ a_1 + b_1 i, i \in [i_{cn}, \infty), \end{cases} \quad (1)$$

математична модель якої у вигляді (1) отримана у роботі [4].

Вихідними умовами для нашої задачі будуть взяті з роботи [1] співвідношення:

— для математичної моделі динаміки гібридного автомобіля під час руху на підйом за допомогою одночасно працюючих обох приводних двигунів

$$\frac{dv}{d\tau} = \frac{q}{v} + i\varphi(i) - f_0^* \sin\beta - f_0 \cos\beta - f_1 v - f_2 v^2; \quad (2)$$

— для критерію оптимізації

$$e_{qi} = \int_0^{\tau_{qi}} q d\tau + \gamma \int_0^{\tau_{qi}} (1 - \alpha i) i d\tau; \quad (3)$$

— для ізопериметричного обмеження

$$l_{qi} = \int_0^{\tau_{qi}} v d\tau, \quad (4)$$

в яких $v, q, i, \tau, l_{qi}, e_{qi}, \varphi(i), \beta$ — відповідно, відносна швидкість руху гібридного автомобіля, відносні витрати пального двигуном внутрішнього згорання, відносний струм якоря приводного електродвигуна, відносний час, відносна довжина відрізка дороги, на якому на спільний вал гібридного автомобіля працюють одночасно обидва двигуни, відносна енергія, яку витрачають спільно обидва двигуни гібридного автомобіля під час долаття відповідного відрізка дороги, відносний магнітний потік приводного електродвигуна постійного струму, кут підйому поздовжньої осі полотна дороги над горизонтальною площиною, а $f_0^*, f_0, f_1, f_2, \gamma, \alpha$ — коефіцієнти, що характеризують, відповідно, опір полотна дороги під час кочення по ній коліс гібридного автомобіля, опір бічної та лобової поверхні кузова гібридного автомобіля потоку повітря, що набігає, співвідношення між механічною та електричною енергією, втрату напруги в якірних обмотках електродвигуна — формули, за якими отримані усі ці змінні та коефіцієнти, наведені в роботі [1].

У цій статті синтезуємо залежності $v(\tau), q(\tau), i(\tau)$, які доставляють мінімум критерію (3), задовольняючи водночас обмеженням (2) та (4), тобто, синтезуємо закони оптимального руху гібридного автомобіля, коли він рухається на підйом за допомогою працюючих спільно на один вал двигуна внутрішнього згорання та системи електропривода.

Розв'язання поставленої задачі

Розв'язання поставленої оптимізаційної задачі почнемо з визначення функції Лагранжа, яка згідно з рекомендаціями, викладеними в роботах [5, 6], для нашої задачі матиме вигляд

$$H^{(qi)}(v, v', q, q', i, i', \psi, \psi', \tau) = q + \gamma(1 - \alpha i)i + \lambda_1 \left(v' - \frac{q}{v} - i\varphi(i) + f_0^* \sin\beta + f_0 \cos\beta + f_1 v + f_2 v^2 \right) + \lambda_2 (\psi' - v). \quad (5)$$

Складовими функції Лагранжа є підінтегральний вираз $q + \gamma(1 - \alpha i)i$ критерію оптимізації (3), рівняння динаміки (2), помножене на невизначений множник Лагранжа λ_1 , і помножене на невизначений множник Лагранжа λ_2 рівняння, яке отримаємо з функціоналу (4), відпустивши верхню границю, увівши новий символ ψ для позначення цього функціоналу після відпущення його верхньої границі та продиференціювавши цей функціонал.

Як відомо з теорії варіаційного числення [5, 6], для того, щоб залежності $v(\tau), q(\tau), i(\tau)$ доставляли мінімум критерію (3), вони повинні бути отриманими із системи рівнянь

$$\begin{cases} H_v^{(qi)} - \frac{d}{d\tau} H_{v'}^{(qi)} = 0; \\ H_q^{(qi)} - \frac{d}{d\tau} H_{q'}^{(qi)} = 0; \\ H_i^{(qi)} - \frac{d}{d\tau} H_{i'}^{(qi)} = 0; \\ H_\psi^{(qi)} - \frac{d}{d\tau} H_{\psi'}^{(qi)} = 0, \end{cases} \quad (6)$$

де

$$\begin{aligned} H_v^{(qi)} &= \frac{\partial H^{(qi)}}{\partial v}; & H_{v'}^{(qi)} &= \frac{\partial H^{(qi)}}{\partial v'}; & H_q^{(qi)} &= \frac{\partial H^{(qi)}}{\partial q}; & H_{q'}^{(qi)} &= \frac{\partial H^{(qi)}}{\partial q'}; \\ H_i^{(qi)} &= \frac{\partial H^{(qi)}}{\partial i}; & H_{i'}^{(qi)} &= \frac{\partial H^{(qi)}}{\partial i'}; & H_\psi^{(qi)} &= \frac{\partial H^{(qi)}}{\partial \psi}; & H_{\psi'}^{(qi)} &= \frac{\partial H^{(qi)}}{\partial \psi'}. \end{aligned} \quad (7)$$

Частинні похідні (7), взяті від виразу (5), будучи підставленими разом з виразом (1) в систему рівнянь (6), створюють таку систему рівнянь:

$$\begin{cases} \lambda_1 \left(\frac{q}{v^2} + f_1 + 2f_2 v \right) - \lambda_2 - \frac{d\lambda_1}{d\tau} = 0; \\ 1 - \frac{\lambda_1}{v} = 0; \\ \gamma - 2\alpha\gamma i - \lambda_1 (a_1 + 2b_1 i) = 0; \\ -\frac{d\lambda_2}{d\tau} = 0. \end{cases} \quad (8)$$

З четвертого рівняння системи (8) отримаємо

$$\lambda_2 = -C_2, \quad (9)$$

де C_2 — невідома стала інтегрування.

З другого рівняння системи (8) отримаємо

$$\lambda_1 = v. \quad (10)$$

Підставляючи вирази (9), (10) в перше і третє рівняння системи (8), матимемо два рівняння з трьома невідомими функціями $v(\tau)$, $q(\tau)$, $i(\tau)$:

$$\begin{aligned} v \left(\frac{q}{v^2} + f_1 + 2f_2 v \right) + C_2 - \frac{dv}{d\tau} &= 0; \\ \gamma - 2\alpha\gamma i - v(a_1 + 2b_1 i) &= 0, \end{aligned} \quad (11)$$

для знаходження яких спочатку проінтегруємо перше рівняння системи (11), представивши його у вигляді

$$\frac{v}{2f_2 v^3 + f_1 v^2 + C_2 v + q} dv = d\tau, \quad (12)$$

інтеграл від якого, як показано в роботі [2], має вигляд

$$\begin{aligned} v = & \left\{ \frac{q^3}{8C_2^3} - \frac{3q^2}{2C_2} (\tau + C_1) + \left[\left(-\frac{q^3}{8C_2^3} + \frac{3q^2}{2C_2} (\tau + C_1) \right)^2 + \left(-\frac{q^2}{4C_2^2} \right)^3 \right]^{\frac{1}{2}} \right\}^{\frac{1}{3}} + \\ & + \left\{ \frac{q^3}{8C_2^3} - \frac{3q^2}{2C_2} (\tau + C_1) - \left[\left(-\frac{q^3}{8C_2^3} + \frac{3q^2}{2C_2} (\tau + C_1) \right)^2 + \left(-\frac{q^2}{4C_2^2} \right)^3 \right]^{\frac{1}{2}} \right\}^{\frac{1}{3}} + \frac{q}{2C_2} \end{aligned} \quad (13)$$

або

$$v = v_b(q, C_1, C_2, \tau) + \frac{q}{2C_2}, \quad (14)$$

де C_1 — ще одна стала інтегрування, а $v_b(q, C_1, C_2, \tau)$ — це інше позначення тієї частини виразу

(13), яка є сумою складових степеня $\frac{1}{3}$, тобто

$$v_b(q, C_1, C_2, \tau) = (\bullet + \bullet \bullet)^{\frac{1}{3}} + (\bullet - \bullet \bullet)^{\frac{1}{3}}. \quad (15)$$

Підставляючи вираз (13) у вигляді (14) в друге рівняння системи (11), отримаємо:

$$\gamma - 2\alpha\gamma i - \left(v_b(q, C_1, C_2, \tau) + \frac{q}{2C_2} \right) (a_1 + 2b_1 i) = 0. \quad (16)$$

Як бачимо, рівняння (16) уже містить у собі обидві незалежні змінні q , i , які є витратами пального та струму, необхідними для забезпечення оптимальної швидкості руху гібридного автомобіля за одночасної роботи на спільний вал двигуна внутрішнього згоряння та електродвигуна постійного струму з послідовним збудженням системи електропривода. Перепишемо це рівняння (16) так:

$$F(q, i, C_1, C_2, \tau) = 0. \quad (17)$$

Рівняння (17) можна використати двічі — спочатку для визначення чисельних значень C_1^* , C_2^* сталих інтегрування C_1 , C_2 , для чого в це рівняння необхідно підставити почергово ліві та праві граничні умови

$$q(0) = q_{lg}; \quad i(0) = i_{lg}; \quad (18)$$

$$q(\tau_{qi}) = q_{qi}; \quad i(\tau_{qi}) = i_{qi}, \quad (19)$$

отримати систему рівнянь

$$F(q_0, i_0, C_1, C_2, 0) = 0; \quad (20)$$

$$F(q_{qi}, i_{qi}, C_1, C_2, \tau_{qi}) = 0,$$

розв'язати її відносно невідомих C_1 , C_2 і отримати їх чисельні значення C_1^* , C_2^* , а потім підставити ці чисельні значення у ліву частину цього рівняння (17), привівши його до вигляду

$$F(q, i, C_1^*, C_2^*, \tau) = 0, \quad (21)$$

і з рівняння (21), яке, нагадаємо, отримане з умов руху гібридного автомобіля з оптимальною швидкістю v , виразити змінну i для цих умов через змінну q , тобто представити рівняння (21) у вигляді

$$i = \frac{\gamma - a_1 v_b(q, C_1^*, C_2^*, \tau) - \frac{a_1}{2C_2^*} q}{2\alpha\gamma + 2b_1 v_b(q, C_1^*, C_2^*, \tau) + \frac{b_1}{C_2^*} q}. \quad (22)$$

А далі вчинимо так: підставимо нижню гілку моделі (1) в рівняння (2) динаміки гібридного автомобіля під час його руху на підйом, а результат запишемо у вигляді

$$q = vv' - a_1 v i - b_1 v i^2 + v f_0^* \sin \beta + v f_0 \cos \beta + f_1 v^2 + f_2 v^3. \quad (23)$$

Співвідношення (22), (23) і будуть задавати оптимальні відносні витрати пального q у двигуні внутрішнього згоряння та оптимальне відносне значення струму i в якорі двигуна постійного струму з послідовним збудженням системи електропривода гібридного автомобіля з одночасною роботою на спільний вал обох приводних двигунів під час руху цього гібриду на підйом з відносною швидкістю v та відносним прискоренням v' .

Звертаємо увагу на те, що авторами ставилася задача визначення оптимальної відносної швидкості руху гібридного автомобіля та тих значень відносних витрат пального та струму, які забезпечать досягнення цієї оптимальної за критерієм їх мінімізації швидкості, а в процесі розв'язання цієї задачі оптимізації ми трансформували її у задачу визначення оптимальних витрат пального та

струму під час руху гібридного автомобіля на підйом з тією швидкістю та прискоренням, яких бажає дотримуватись водій.

Що стосується обчислювального методу для реалізації оптимальних співвідношень (22), (23), то його можна побудувати, реалізуючи такий алгоритм:

$$i_j = \frac{\gamma - a_1 v_b (q_{j-1}, C_1^*, C_2^*, \tau_k) - \frac{a_1}{2C_2^*} q_{j-1}}{2\alpha\gamma + 2b_1 v_b (q_{j-1}, C_1^*, C_2^*, \tau_k) + \frac{b_1}{C_2^*} q_{j-1}};$$

$$q_j = v_j v_j' - a_1 v_j i_j - b_1 v_j i_j^2 + v_j f_0^* \sin \beta + v_j f_0 \cos \beta + f_1 v_j^2 + f_2 v_j^3,$$

$$\tau_k \in [\tau_1, \tau_2, \dots, \tau_{qi}].$$

Висновки

Розв'язана задача оптимізації руху на підйом транспортного засобу з комбінованим приводом від двигуна внутрішнього згорання та від електричного двигуна постійного струму за умови, що тягове зусилля створюється обома двигунами, які одночасно працюють на спільний вал.

Здійснена інверсія розв'язаної задачі, яка полягає у тому, що оптимальні значення витрат пального і струму визначаються для тих значень швидкості і прискорення гібридного автомобіля, яких бажає дотримуватись під час руху на підйом водій цього гібриду.

Запропоновано обчислювальний метод для реалізації отриманих оптимальних співвідношень.

СПИСОК ВИКОРИСТАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ

1. Декомпозиція задачі оптимізації руху транспортного засобу з комбінованим приводом [Електронний ресурс] / [О. Б. Мокін, Б. І. Мокін, В. А. Лобатюк, О. П. Кубрак] // Наукові праці Вінницького національного технічного університету. — 2015. — № 3. — С. 1—9. — Режим доступу : <http://praci.vntu.edu.ua/>.
2. Оптимізація руху гібридного автомобіля з непрацюючою системою електропривода [Електронний ресурс] / [О. Б. Мокін, Б. І. Мокін, В. А. Лобатюк, О. П. Кубрак] // Наукові праці Вінницького національного технічного університету. — 2015. — № 4. — С. 1—6. — Режим доступу : <http://praci.vntu.edu.ua/>.
3. Мокін О. Б. Оптимізація руху гібридного автомобіля з непрацюючим двигуном внутрішнього згорання / О. Б. Мокін, Б. І. Мокін, В. А. Лобатюк // Вісник Вінницького політехнічного інституту. — 2015. — № 5. — С. 69—77.
4. Мокін Б. І. Математична модель кривої намагнічування електричного двигуна постійного струму з послідовним збудженням для задач оптимізації / Б. І. Мокін, О. Б. Мокін // Вісник Вінницького політехнічного інституту. — 2004. — № 1. — С. 45—47.
5. Петров Ю. П. Вариационные методы теории оптимального управления / Ю. П. Петров // М.-Ленинград : Энергия, 1965. — 220 с.
6. Мокін Б. І. Теорія автоматичного керування, методологія та практика оптимізації / Б. І. Мокін, О. Б. Мокін // Вінниця : ВНТУ, 2013. — 210 с.

Рекомендована кафедрою відновлювальної енергетики та транспортних електричних систем і комплексів ВНТУ

Стаття надійшла 27.01.2016

Мокін Олександр Борисович — д-р техн. наук, професор, завідувач кафедри відновлювальної енергетики та транспортних електричних систем і комплексів, e-mail: abmokin@gmail.com;

Мокін Борис Іванович — акад. НАПН України, д-р техн. наук, професор, професор кафедри відновлювальної енергетики та транспортних електричних систем і комплексів;

Лобатюк Віталій Анатолійович — аспірант кафедри відновлювальної енергетики та транспортних електричних систем і комплексів.

Вінницький національний технічний університет, Вінниця

A. B. Mokin¹
B. I. Mokin¹
V. A. Lobatiuk¹

Optimization of Movement of a Hybrid Car with Internal Combustion Engine and Motor Drive System Working Simultaneously on a Common Shaft

¹Vinnytsia National Technical University

There has been solved the problem of optimization of ascending movement of a vehicle with a combo drive from the internal combustion engine and direct current electric motor provided that tractive effort is created by both engines working simultaneously on a common shaft.

Keywords: hybrid car, internal combustion engine, direct current motor drive system, simultaneous work on common shaft, optimization of ascending movement.

Mokin Oleksandr B. — Dr. Sc. (Eng.), Professor, Head of the Chair of Renewable Energy and Transport Electrical Systems and Complexes, e-mail: abmokin@gmail.com;

Mokin Borys I. — Academician of NAPS of Ukraine, Dr. Sc. (Eng.), Professor, Professor of the Chair of Renewable Energy and Transport Electrical Systems and Complexes;

Lobatiuk Vitalii A. — Post-Graduate Student of the Chair of Renewable Energy and Transport Electrical Systems and Complexes

А. Б. Мокин¹
Б. И. Мокин¹
В. А. Лобатюк¹

Оптимизация движения гибридного автомобиля с одновременно работающими на общий вал двигателем внутреннего сгорания и системой электропривода

¹Винницкий национальный технический университет

Решена задача оптимизации движения на подъем транспортного средства с комбинированным приводом от двигателя внутреннего сгорания и от электрического двигателя постоянного тока при условии, что тяговое усилие создается двумя двигателями, которые одновременно работают на общий вал.

Ключевые слова: гибридный автомобиль, двигатель внутреннего сгорания, система электропривода постоянного тока, одновременная работа на общий вал, оптимизация движения на подъем.

Мокин Александр Борисович — д-р техн. наук, профессор, заведующий кафедрой возобновляемой энергетики и транспортных электрических систем и комплексов, e-mail: abmokin@gmail.com;

Мокин Борис Иванович — акад. НАПН Украины, д-р техн. наук, профессор, профессор кафедры возобновляемой энергетики и транспортных электрических систем и комплексов;

Лобатюк Виталий Анатольевич — аспирант кафедры возобновляемой энергетики и транспортных электрических систем и комплексов