

Г. Г. Бортник<sup>1</sup>  
 О. Г. Бортник<sup>1</sup>  
 М. В. Васильківський<sup>1</sup>

## МЕТОД ЦИФРОВОГО СПЕКТРАЛЬНОГО АНАЛІЗУ СИГНАЛІВ У РЕАЛЬНОМУ МАСШТАБІ ЧАСУ

<sup>1</sup>Вінницький національний технічний університет

*Запропоновано метод цифрового спектрального аналізу сигналів на базі алгоритмів швидкого перетворення Фур'є. Перевагою методу є висока продуктивність, що дає змогу виконувати спектральний аналіз сигналів у реальному масштабі часу.*

**Ключові слова:** цифровий спектральний аналіз, продуктивність, дискретне перетворення Фур'є, реальний масштаб часу.

### Вступ

Галузі застосування спектрального аналізу сигналів відомі та достатньо повно описані [1—3]. У радіолокації, ядерній фізиці та системах зв'язку реалізація спектрального аналізу вимагає виконання цифрового оброблення сигналів (ЦОС) у реальному масштабі часу [3, 4]. Аналізатор спектра в реальному часі повинен виконувати дискретне перетворення Фур'є (ДПФ) зі швидкістю надходження вибірок вхідного сигналу. Слід зазначити, що в теоретичних роботах алгоритми ДПФ розглядаються головним чином для тих випадків, коли спектральний аналіз проводиться за наявності повного масиву вибірок оброблюваного сигналу. На практиці, у більшості випадків виникає необхідність використання ДПФ у процедурах цифрового спектрального аналізу сигналів у реальному масштабі часу [5, 6].

Проблематика ЦОС у реальному часі обумовлена обмеженою швидкодією програмно-апаратних засобів цифрового спектрального аналізу. Традиційний метод вирішення такої проблеми вимагає наявності потужних обчислювальних засобів, які здатні виконувати швидке перетворення Фур'є (ШПФ) за класичним алгоритмом з високою швидкістю. Але реалізація такого підходу обмежує частотний діапазон оброблюваних сигналів до значень 1...5 МГц [5].

Високі вимоги, що висуваються насамперед до продуктивності засобів спектрального аналізу сигналів спонукають розробників переглянути традиційні методи виконання ШПФ. Незважаючи на отримані певні результати, досягнуті в цих методах, питання підвищення продуктивності цифрового спектрального аналізу сигналів у реальному масштабі часу, як і раніше, залишаються актуальними.

### Мета та задачі дослідження

*Метою роботи є підвищення продуктивності спектрального аналізу сигналів за рахунок динамічного оброблення з урахуванням значень ДПФ, отриманих на попередніх етапах аналізу.*

Задачами дослідження є:

- отримання рекурентного виразу для знаходження ДПФ послідовності, в якій оновлюються  $m$  членів;
- отримання виразів для частинних випадків спектрального аналізу сигналів у реальному масштабі часу;
- аналіз продуктивності запропонованого цифрового методу спектрального аналізу сигналів у реальному масштабі часу.

### Результати дослідження

Вираз для ДПФ заданої вибірки сигналу у часовій області  $x(n)$  довжиною  $N$ , де  $n = 0, 1, \dots, N-1$ , має вигляд [3]

$$Y(k) = \sum_{n=0}^{N-1} x(n)W_N^{nk}, \quad (1)$$

де  $W_N = e^{-j(2\pi/N)}$  — поворотальні множники ДПФ.

Спектральний аналіз сигналу в реальному масштабі часу проводиться шляхом повторення ДПФ для кожної послідовності вхідної реалізації. При цьому зсув між двома сусідніми інтервалами менший довжини всієї реалізації. Враховуючи те, що дві суміжні послідовності мають частину спільних оброблюваних даних, можна знайти вираз, який для кожної нової порції вхідної інформації враховував би коефіцієнти ДПФ, що були обчислені для попереднього сегмента вхідного сигналу.

ДПФ першої послідовності довжиною  $N$  з віконним зважуванням вхідних даних, має такий вигляд [7]:

$$Y_1(k) = \sum_{n=0}^{N-1} \omega(n) \cdot x(n) \cdot W_N^{nk}. \quad (2)$$

На базі відомого ДПФ (2) необхідно знайти ДПФ нової послідовності, отриманої шляхом продовження початкової послідовності на  $m$  членів справа та вилученням її перших членів (рис. 1).

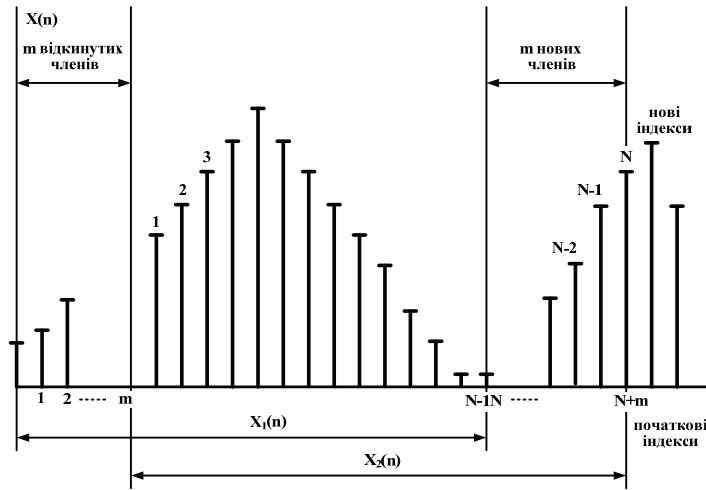


Рис. 1. Підготовка даних для обробки за допомогою ДПФ

ДПФ, отриманої таким чином послідовності, буде дорівнювати

$$Y_2(k) = \sum_{n=0}^{N-1} \omega(n+m) \cdot x(n+m) \cdot W_N^{nk}. \quad (3)$$

У цьому виразі необхідно домножити кожен доданок на поворотальний множник  $W_N^{mk}$ , а всю суму, щоби вона залишилась незмінною, домножимо на  $W_N^{-mk}$ :

$$Y_2(k) = \left[ \sum_{n=0}^{N-1} \omega(n+m) \cdot x(n+m) \cdot W_N^{k(n+m)} \right] \cdot W_N^{-mk}. \quad (4)$$

З останнього виразу видно, що у квадратних дужках знаходиться та ж сума, що й у правій частині виразу (2). З урахуванням цього, а також взявши до уваги періодичність поворотальних множників ДПФ, співвідношення для  $Y_2(k)$  можна подати у такому вигляді:

$$Y_2(k) = \left\{ Y_1(k) + \sum_{n=0}^{m-1} \omega(n) \cdot [x(N+m) - x(n)] W_N^{nk} \right\} W_N^{-mk}. \quad (5)$$

Таким чином, отримано рекурентний вираз для знаходження ДПФ послідовності, в якій оновлюються  $m$  членів.

Розглянемо часткові випадки реалізації запропонованого методу, за яких процедура рекурентного визначення ДПФ значно спрощується.

У випадку, коли до початкової послідовності додається лише одне значення  $x(N)$ , тобто  $m=1$ , вираз (5) набуде такого вигляду:

$$Y_2(k) = \{Y_1(k) + [x(N) - x(0)]\} W_N^{-k}. \quad (6)$$

Виходячи з цього виразу, можна стверджувати, що для визначення поточного ДПФ на базі відомих результатів попередньої процедури ДПФ необхідно виконати лише одну операцію множення та дві операції додавання комплексних чисел для знаходження кожного відліку у частотній області.

Розглянемо випадок спектрального аналізу, коли  $m=2$ . У такому разі вираз (5) для знаходження ДПФ набуде вигляду

$$Y_2(k) = \{Y_1(k) + [x(N) - x(0)] + [x(N+1) - x(1)] W_N^k\} W_N^{-2k}. \quad (7)$$

Реалізація цього співвідношення вимагає виконання двох операцій множення та чотирьох операцій додавання комплексних чисел.

Критерієм ефективності запропонованого методу є продуктивність, який зручно оцінювати за числом операцій множення. Узагальненням цього критерію є коефіцієнт продуктивності, який демонструє виграв у кількості необхідних «довгих» операцій множення у разі застосування запропонованого методу спектрального аналізу відносно методу безпосереднього визначення спектра на базі алгоритму зваженого ШПФ [8]

$$G_S = \frac{C_{FFT}}{C_{DSA}}, \quad (8)$$

де  $C_{FFT}$  — кількість «довгих» операцій множення за безпосереднього аналізу спектра сигналу на базі алгоритму зваженого ШПФ;  $C_{DSA}$  — кількість операцій множення у разі застосування запропонованого методу.

Для реалізації запропонованого методу цифрового спектрального аналізу сигналів з віконним зважуванням максимально необхідне число операцій множення дорівнює  $4N + N \cdot \log_2 m$ .

Спектральний аналіз сигналів на базі безпосереднього виконання ШПФ вимагає  $N \cdot \log_2 N$  операцій множення [3]. Окрім того, алгоритму ШПФ обов'язково передуватиме операція віконного зважування та формування масиву вхідних даних, яка виконується з використанням  $N-1$  множень [1]. Тоді коефіцієнт продуктивності запропонованого методу дорівнює

$$G = \frac{\log_2 N + 1}{\log_2 m + 4}. \quad (9)$$

Графік залежності коефіцієнта продуктивності від об'єму аналізованої вибірки сигналу для різного числа оновлюваних членів вхідної послідовності показано на рис. 2.

Верхня крива побудована для значення  $m=1$ , а криві, що розташовані нижче, відповідають кількості оновлюваних членів 2, 8 та 64. Як видно з графіків, продуктивність запропонованого методу підвищується зі збільшенням обсягу вибірки і дорівнює 5,3...7,8 для мінімального часового зсуву послідовності, тобто  $m=1$ . Зі збільшенням числа оновлюваних членів до 64 коефіцієнт продуктивності зменшується і знаходиться у межах 2,1...6,2, залежно від обсягу аналізованої вибірки сигналу.

Таким чином, використання рекурентних співвідношень для визначення ДПФ зменшує число необхідних арифметичних операцій і, як наслідок, приводить до підвищення продуктивності цифрового спектрального аналізу сигналів.

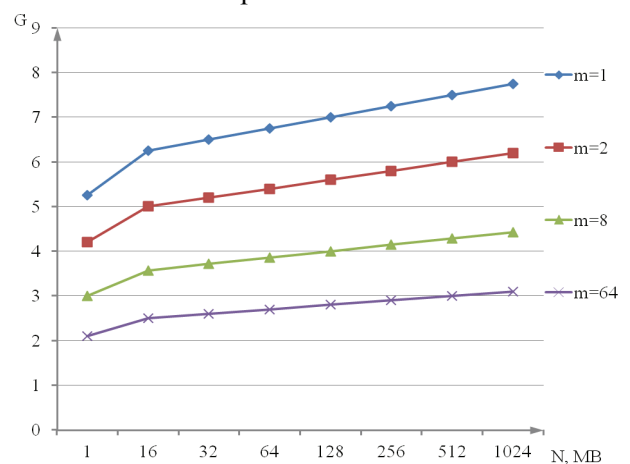


Рис. 2. Залежність коефіцієнта продуктивності від обсягу аналізованої вибірки сигналу  $N$  для різного числа оновлюваних членів послідовності

## Висновки

У роботі запропоновано високопродуктивний метод цифрового спектрального аналізу сигналів, який базується на дискретному перетворенні Фур'є досліджуваного сигналу з урахуванням його значень, отриманих на попередніх етапах аналізу.

Аналіз ефективності запропонованого методу підтвердив, що завдяки розробленому методу вдається підвищити продуктивність цифрового спектрального аналізу сигналів у 2,1...7,8 рази залежно від обсягу аналізованої вибірки сигналу та числа оновлюваних членів вхідної послідовності. Максимальний вииграш у продуктивності досягається за умови, коли до початкової послідовності додається лише одна нова вибірка сигналу.

Запропонований метод можна використовувати у телекомунікаційних і радіотехнічних системах для спектрального аналізу сигналів у режимі реального масштабу часу.

## СПИСОК ВИКОРИСТАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ

1. Марпл-мл. С. Л. Цифровой спектральный анализ и его приложения : пер. с англ. / С. Л. Марпл-мл. — М. : Мир, 1990. — 584 с. — ISBN 5-03-001191-9.
2. Бортник Г. Г. Методи та засоби підвищення ефективності оцінювання фазового дрижання сигналів у телекомунікаційних системах : монографія / Г. Г. Бортник, М. В. Васильківський, В. М. Кичак. — Вінниця : ВНТУ, 2015. — 140 с. — ISBN 978-966-641-621-9.
3. Рабинер Л. Теория и применение цифровой обработки сигналов : пер. с англ. / Л. Рабинер, Б. Гоулд. — М. : Мир, 1978. — 848 с.
4. Бортник Г. Г. Метод оцінювання основних параметрів фазового дрижання в системах передавання даних / Г. Г. Бортник, М. В. Васильківський, О. В. Стальченко // Вісник Вінницького політехнічного інституту. — 2010. — № 6. — С. 97—101. — ISSN 1997-9266.
5. Айфичер Э. Цифровая обработка сигналов / Э. Айфичер, Б. Джервис. — М. : Вильямс, 2004. — 992 с.
6. Бортник Г. Г. Методи та засоби оцінювання параметрів абонентських ліній зв'язку / Г. Г. Бортник, В. М. Кичак, В. Ф. Яблонський. — Вінниця : УНІВЕРСУМ-Вінниця, 2006. — 139 с. — ISBN 966-641-183-0.
7. Бортник Г. Г. Цифровий метод спектрального оцінювання випадкових сигналів / Г. Г. Бортник, М. В. Васильківський, О. В. Стальченко // Вісник Вінницького політехнічного інституту. — 2014. — № 2. — С. 108—114. — ISSN 1997-9266.
8. Бортник Г. Г. Методи цифрового спектрального аналізу вузькосмугових сигналів / Г. Г. Бортник, О. Г. Бортник, О. В. Стальченко // Вісник Вінницького політехнічного інституту. — 2016. — № 4. — С. 97—101. — ISSN 1997-9266.

Рекомендована кафедрою телекомунікаційних систем та телебачення ВНТУ

Стаття надійшла до редакції 5.11.2016

**Бортник Геннадій Григорович** — канд. техн. наук, професор, професор кафедри телекомунікаційних систем і телебачення, e-mail: bgen88@gmail.com ;

**Бортник Олександр Геннадійович** — аспірант кафедри телекомунікаційних систем і телебачення;

**Васильківський Микола Володимирович** — канд. техн. наук, доцент, доцент кафедри телекомунікаційних систем і телебачення, e-mail: mvasylkivskyi@gmail.com .

Вінницький національний технічний університет, Вінниця

**G. G. Bortnyk<sup>1</sup>**  
**O. G. Bortnyk<sup>1</sup>**  
**M. V. Vasykivskyi<sup>1</sup>**

## The Method of Digital Spectral Analysis of Signals in Real Time

<sup>1</sup>Vinnytsia National Technical University

*The method of digital spectral analysis of signals based on Fast Fourier Transformation is being suggested. The advantage of this method is the high performance that enables spectral analysis of signals in real time.*

**Keywords:** digital spectral analysis, performance, Discrete Fourier Transformation, real time.

**Bortnyk Gennadii G.** — Cand. Sc. (Eng.), Professor, Professor of the Chair of Telecommunication Systems and Television, e-mail: bgen88@gmail.com;

**Bortnyk Oleksandr G.** — Post-Graduate Student of the Chair of Telecommunication Systems and Television;  
**Vasylykivskyi Mykola V.** — Cand. Sc. (Eng.), Assistant Professor, Assistant Professor of the Chair of Telecommunication Systems and Television

**Г. Г. Бортник**<sup>1</sup>  
**А. Г. Бортник**<sup>1</sup>  
**Н. В. Васильковский**<sup>1</sup>

## **Метод цифрового спектрального анализа сигналов в реальном масштабе времени**

<sup>1</sup>Винницкий национальный технический университет

*Предложен метод цифрового спектрального анализа сигналов на основе алгоритмов быстрого преобразования Фурье. Преимуществом метода является высокая производительность, что даёт возможность выполнять спектральный анализ сигналов в реальном масштабе времени.*

**Ключевые слова:** цифровой спектральный анализ, производительность, дискретное преобразование Фурье, реальный масштаб времени.

**Бортник Геннадий Григорьевич** — канд. техн. наук, профессор, профессор кафедры телекоммуникационных систем и телевидения, e-mail: bgen88@gmail.com;

**Бортник Александр Геннадьевич** — аспирант кафедры телекоммуникационных систем и телевидения;

**Васильковский Николай Владимирович** — канд. техн. наук, доцент, доцент кафедры телекоммуникационных систем и телевидения