

**А. В. Чабан**<sup>1</sup>  
**В. Р. Левонюк**<sup>1</sup>  
**В. Г. Лисяк**<sup>2</sup>

## АНАЛІЗ ПЕРЕХІДНИХ ПРОЦЕСІВ У ДОВГІЙ ЛІНІЇ ЕЛЕКТРОПЕРЕДАЧ ЯК ЕЛЕМЕНТА ЕЛЕКТРОЕНЕРГЕТИЧНОЇ СИСТЕМИ

<sup>1</sup>Львівський національний аграрний університет;  
<sup>2</sup>Національний університет «Львівська політехніка»

*На основі узагальненого міждисциплінарного (інтердисциплінарного) методу математичного моделювання, який ґрунтується на модифікації інтегрального варіаційного принципу Гамільтона–Остроградського, запропоновано математичну модель електросистеми, ключовим елементом якої є довга лінія електропередач. Репрезентовано результати комп'ютерної симуляції перехідних процесів у вигляді графіків, які аналізуються.*

**Ключові слова:** математичне моделювання, неусталені електромагнітні процеси, принцип Гамільтона–Остроградського, рівняння Ейлера–Лагранжа, електроенергетична система, лінія електропередач з розподіленими параметрами.

### Вступ

Будь-яку країну світу неможливо уявити без потужної електроенергетики — однієї з основних галузей промисловості, до функцій якої входить: виробництво електроенергії, її передача, розподілення та споживання. Для підвищення надійності та якості електропостачання, для зниження сумарної потужності електростанцій та для економного використання енергоресурсів створюють об'єднані енергосистеми шляхом об'єднання окремих енергосистем з допомогою ліній електропередач високої та надвисокої напруги. Зазвичай згадані лінії мають велику протяжність і зі зміною стану роботи лінії у ній відбуваються неусталені хвильові електромагнітні процеси [1], власне останні і входять у коло наукових досліджень авторів.

У науковій літературі є велика кількість робіт, в яких аналізуються перехідні процеси в електроенергетичних системах. Розглянемо деякі з них.

У роботі [2] розглянуто математичну модель лінії електропередач у фазних координатах. За допомогою останньої аналізуються електромагнітні неусталені процеси в лінії. Також на підставі згаданої математичної моделі можна створити комп'ютерну модель ЛЕП для дослідження як неусталених, так і усталених станів з отриманням миттєвих значень реальних фізичних величин.

У статті [3] обґрунтовується схема заміщення симетричної трифазної електричної мережі й диференціальні рівняння, що описують неусталені процеси, пояснюється метод перетворення матриць поперечних та повздовжніх параметрів трифазної лінії електропередач до діагонального виду, що дозволяє розглядати процеси зміни напруг та струмів окремо для кожної із симетричних складових.

У [4] розглянуто застосування частотного методу для розрахунку неусталеного процесу при нульових початкових умовах у джерелі і нульових початкових умовах у лінії та навантаженні. Розрахунок проводився для однієї фази при підключенні навантаженої лінії електропередач до джерела синусоїдальної напруги. Методика враховує багаторазове проходження хвилями напруги і струму по лінії, а також відбивання цих хвиль від навантаження і джерела.

У статті [5] обговорюються проблеми розробки математичних моделей і макромоделей ліній електропередач. Розроблено дискретну макромодель лінії електропередач в однофазному вигляді з використанням «чорного ящика». Представлено опис моделі, порядок її створення та отримані результати досліджень.

*Метою роботи є аналіз неусталених процесів у фрагменті електричної мережі електроенергетичної системи, ключовими елементами якої є довга лінія електропередач з розподіленими пара-*

метрами та додаткові вітки ліній електропередач із зосередженими параметрами.

### Математична модель електроенергетичної системи

Для побудови математичної моделі електроенергетичної системи використаємо розроблений у [6] інтердисциплінарний варіаційний метод, який ґрунтується на модифікації принципу Гамільтона–Остроградського.

Схему досліджуваної електроенергетичної системи показано на рис. 1.

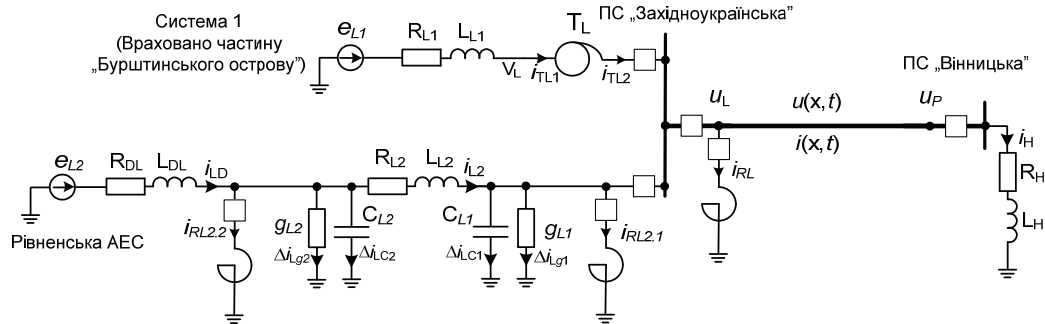


Рис. 1. Схема досліджуваної електроенергетичної системи

Ключовим елементом модифікованого принципу Гамільтона–Остроградського є розширений неконсервативний лагранжіан. Подано його аналітичний вигляд [6, 7]

$$L^* = \tilde{T}^* - P^* + \Phi^* - D^*, \quad (1)$$

де  $L^*$  — модифікована функція Лагранжа,  $\tilde{T}^*$  — кінетична енергія,  $P^*$  — потенціальна енергія,  $\Phi^*$  — енергія дисипації,  $D^*$  — енергія сторонніх непотенціальних сил.

Елементами модифікованої функції Лагранжа будуть як енергетичні функції, так і відповідні їм густини [1, 9]. Функціонал дії за Гамільтоном–Остроградським буде виглядати так [6]:

$$S = \int_{t_1}^{t_2} L^* dt + \int_{l_1}^{l_2} \int L_l dl dt, \quad I = \int L_l dl, \quad (2)$$

де  $S$  — дія за Гамільтоном–Остроградським,  $L_l$  — лінійна густина модифікованої функції Лагранжа,  $I$  — енергетичний функціонал.

Запишемо складники розширеної функції Лагранжа

$$T^* = \int_0^{i_{TL1}} \Psi_{TL1} di_{TL1} + \int_0^{i_{TL2}} \Psi_{TL2} di_{TL2} + \frac{L_{L1} i_{TL1}^2}{2} + \frac{L_{DL} i_{DL}^2}{2} + \frac{L_{L2} i_{L2}^2}{2} + \frac{L_{RL} i_{RL}^2}{2} + \frac{L_{RL2,1} i_{RL2,1}^2}{2} + \frac{L_{RL2,2} i_{RL2,2}^2}{2} + \frac{L_H i_H^2}{2}; \quad (3)$$

$$P^* = \frac{Q_{L1}^2}{2C_{L1}} + \frac{Q_{L2}^2}{2C_{L2}}; \quad (4)$$

$$\Phi^* = \frac{1}{2} \int_0^t (r_{TL1} i_{TL1}^2 + r_{TL2} i_{TL2}^2) d\tau + \frac{1}{2} \int_0^t (R_{L1} i_{L1}^2 + R_{DL} i_{DL}^2 + R_{L2} i_{L2}^2 + R_H i_H^2) d\tau + \frac{1}{2} \int_0^t (R_{RL} i_{RL}^2 + R_{RL2,1} i_{RL2,1}^2 + R_{RL2,2} i_{RL2,2}^2) d\tau; \quad (5)$$

$$D^* = \int_0^t (e_{L1} i_{L1} + e_{L2} i_{DL}) d\tau; \quad (6)$$

$$\frac{\partial T^*}{\partial x} \equiv T_l = \frac{L_0 Q_t^2}{2}; \quad \frac{\partial P^*}{\partial x} \equiv P_l = \frac{1}{2C_0} Q_x^2; \quad Q_t \equiv \frac{\partial Q}{\partial t} = i; \quad (7)$$

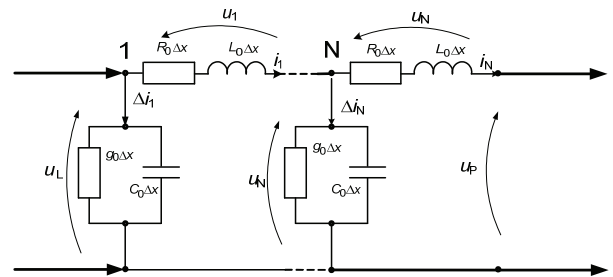


Рис. 2. Заступна схема лінії електропередач

$$\frac{\partial \Phi^*}{\partial x} \equiv \Phi_l = \Phi_{l3} - \Phi_{lB} = \int_0^l \left( \frac{R_0}{2} Q_l^2 - \frac{g_0}{2C_0^2} Q_x^2 \right) d\tau, \quad (8)$$

а також приймаємо

$$\frac{\partial T^*}{\partial Q_j} = u_j, \quad (9)$$

де індекс  $L$  — стосується лівої сторони системи,  $\Psi$  — потокощеплення,  $i$  — струми,  $i(x, t)$  — струм у лінії,  $R_0, g_0, C_0, L_0$  — параметри лінії,  $\Phi_{l3}$  — зовнішня дисипація енергії,  $\Phi_{lB}$  — внутрішня дисипація енергії,  $Q(x, t)$  — функція заряду лінії.

Варто зазначити, що в рівнянні (8) фігурує знак мінус! Це пов'язано з тим що функція внутрішньої дисипації залежить від струмів витоку, які протікають між проводами лінії. Очевидно, що лінія електропередач під час пересилання енергії від джерела до споживача споживає енергію, що розсіюється в просторі. Іншими словами, енергія передається виключно за допомогою електромагнітного поля, а проводи лінії лише вказують напрямком поширення електромагнітної хвилі [1].

Автори не наводять виведення рівнянь, оскільки подібна процедура була зроблена в працях [8, 9], а лише запишемо кінцеві рівняння Ейлера–Лагранжа:

$$\frac{\partial v}{\partial t} = (C_0 L_0)^{-1} \left( \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - (g_0 L_0 + C_0 R_0) v - g_0 R_0 u \right); \quad \frac{\partial u}{\partial t} = v; \quad (10)$$

$$\frac{d\Psi_{TL1}}{dt} = V_L - r_{TL1} i_{TL1}; \quad \frac{d\Psi_{TL2}}{dt} = u_L - r_{TL2} i_{TL2}; \quad (11)$$

$$\frac{di_{L1}}{dt} = \frac{1}{L_{L1}} (e_{L1} - R_{L1} i_{L1} - V_L); \quad \frac{di_{DL}}{dt} = \frac{1}{L_{DL}} (e_{L2} - R_{DL} i_{DL} - u_{CL2}); \quad \frac{di_{L2}}{dt} = \frac{1}{L_{L2}} (u_{CL2} - R_{L2} i_{L2} - u_1); \quad (12)$$

$$\frac{di_{RL}}{dt} = \frac{1}{L_{RL}} (u_1 - R_{RL} i_{RL}); \quad \frac{di_{RL2.1}}{dt} = \frac{1}{L_{RL2.1}} (u_1 - R_{RL2.1} i_{RL2.1}); \quad \frac{di_{RL2.2}}{dt} = \frac{1}{L_{RL2.2}} (u_{CL2} - R_{RL2.2} i_{RL2.2}); \quad (13)$$

$$\frac{du_{CL1}}{dt} = \frac{i_{TL2} - i_1 - \Delta i_{1C} - \Delta i_{1g} - i_{RL} - i_{RL2.1} - \Delta i_{g1} + i_{L2}}{C_{L1}}; \quad \frac{du_{CL2}}{dt} = \frac{i_{LD} - i_{RL2.2} - \Delta i_{Lg2} - i_{L2}}{C_{L2}}. \quad (14)$$

Замінімо модель трансформатора  $\Psi$ -типу (11) на модель  $A$ -типу [6]:

$$\frac{di_{TL1}}{dt} = A_{11L} (V_L - r_{TL1} i_{TL1}) + A_{12L} (u_L - r_{TL2} i_{TL2}); \quad \frac{di_{TL2}}{dt} = A_{21L} (V_L - r_{TL1} i_{TL1}) + A_{22L} (u_1 - r_{TL2} i_{TL2}); \quad (15)$$

де  $A_{kmL}$  — коефіцієнти, що залежать від обернених індуктивностей трансформатора [6].

Основна проблема під час розв'язання мішаної задачі зводиться до пошуку крайових умов до рівняння (10). У випадку, що розглядається, напруги на початку  $u(x, t)|_{x=0}$  й вкінці  $u(x, t)|_{x=l}$  лінії є невідомими. Власне пошуком цих напруг і займемось.

Запишемо за другим законом Кірхгофа рівняння для контуру заступної схеми довгої лінії з розподіленими параметрами (рис. 2)

$$-\frac{\partial u(x, t)}{\partial x} = R_0 i(x, t) + L_0 \frac{\partial i(x, t)}{\partial t}. \quad (16)$$

Дискретизуючи рівняння (10) та (16) за методом скінчених різниць, отримаємо:

$$\frac{dv_j}{dt} = (C_0 L_0)^{-1} \left( \frac{u_{j-1} - 2u_j + u_{j+1}}{(\Delta x)^2} - (g_0 L_0 + C_0 R_0) v_j - g_0 R_0 u_j \right); \quad u_1 = u(x, t)|_{x=0}; \quad u_N = u(x, t)|_{x=l}; \quad (17)$$

$$-\frac{u_{j+1} - u_{j-1}}{2\Delta x} = R_0 i_j + L_0 \frac{di_j}{dt}; \quad \frac{du_j}{dt} = v_j, \quad j = 1, \dots, N. \quad (18)$$

Аналізуючи рівняння (17) та (18), можна побачити, що для знаходження напруги на першому та останньому вузлах дискретизації є невідомі напруги у фіктивних вузлах  $u_0$  та  $u_{N+1}$ , відповідно.

З рисунків 1 та 2 видно, що напругу першого вузла лінії можна знайти, використовуючи крайові умови I-го роду до рівняння (17) за допомогою першого рівняння у (14). Автори ж пропонують шукати згадану напругу, використовуючи крайові умови II-го та III-го родів, оскільки такий підхід дає змогу уніфікувати пошук крайових умов за відсутності конденсатора в вузлі (див. рис. 1) та позбавляє додаткового втручання у внутрішні дискретні вузли лінії електропередач. Результати комп'ютерної симуляції показали повну ідентичність обох підходів.

Запишемо рівняння стаціонарних зв'язків

$$i_{TL2} - i_1 - \Delta i_{1C} - \Delta i_{1g} - i_{RL} - i_{RL2.1} - \Delta i_{g1} - \Delta i_{CL1} + i_{L2} = 0; \quad (19)$$

$$\Delta i_{1g} = \Delta x g_0 u_1; \quad \Delta i_{1C} = \Delta x C_0 \frac{du_1}{dt} = \Delta x C_0 v_1; \quad \Delta i_{Lg1} = g_{L1} u_1; \quad \Delta i_{Lg2} = g_{L2} u_{CL2}; \quad \Delta i_{LC1} = C_{L1} \frac{du_1}{dt} = C_{L1} v_1. \quad (20)$$

Далі продиференціюємо рівняння (19) та (20) за часом

$$\frac{di_{TL2}}{dt} - \frac{di_1}{dt} - \frac{d\Delta i_{1C}}{dt} - \frac{d\Delta i_{1g}}{dt} - \frac{di_{RL}}{dt} - \frac{di_{RL2.1}}{dt} - \frac{d\Delta i_{g1}}{dt} - \frac{d\Delta i_{CL1}}{dt} + \frac{di_{L2}}{dt} = 0; \quad (21)$$

$$\frac{d\Delta i_{1g}}{dt} = \Delta x g_0 v_1; \quad \frac{d\Delta i_{1C}}{dt} = \Delta x C_0 \frac{dv_1}{dt}; \quad \frac{d\Delta i_{Lg1}}{dt} = g_{L1} v_1; \quad \frac{d\Delta i_{LC1}}{dt} = C_{L1} \frac{dv_1}{dt}. \quad (22)$$

Тепер на підставі першого рівняння (18), рис. 1 та 2 запишемо

$$\frac{di_1}{dt} = \frac{1}{L_0} \left( \frac{u_0 - u_2}{2\Delta x} - R_0 i_1 \right); \quad \frac{di_N}{dt} = \frac{1}{L_0} \left( \frac{u_{N-1} - u_{N+1}}{2\Delta x} - R_0 i_N \right); \quad \frac{di_N}{dt} = \frac{1}{L_N + L_0 \Delta x} \left[ u_N - (R_0 \Delta x + R_H) i_N \right]. \quad (23)$$

Підставивши в (21) третє рівняння з (12), перше та друге рівняння з (13), друге рівняння з (15), (22) та перше рівняння з (23) отримуємо:

$$A_{21L} (V_L - r_{TL1} i_{TL1}) + A_{22L} (u_1 - r_{TL2} i_{TL2}) - \frac{1}{L_0} \left( \frac{u_0 - u_2}{2\Delta x} - R_0 i_1 \right) - \Delta x C_0 \frac{dv_1}{dt} - \Delta x g_0 v_1 - \frac{1}{L_{RL}} (u_1 - R_{RL} i_{RL}) - \frac{1}{L_{RL2.1}} (u_1 - R_{RL2.1} i_{RL2.1}) - g_{L1} v_1 - C_{L1} \frac{dv_1}{dt} + \frac{1}{L_{L2}} (u_{CL2} - R_{L2} i_{L2} - u_1) = 0. \quad (24)$$

Звідки отримуємо вираз для знаходження напруги у фіктивному вузлі з лівого боку лінії:

$$u_0 = \frac{2C_0 L_0 (\Delta x)^2}{2C_{L1} + 3C_0 \Delta x} \left[ \left( A_{22L} + \frac{(C_{L1} + \Delta x C_0) (2 + g_0 R_0 (\Delta x)^2)}{C_0 L_0 (\Delta x)^2} - \frac{1}{L_{RL}} - \frac{1}{L_{RL2.1}} - \frac{1}{L_{L2}} \right) u_1 - \frac{\Delta x C_0 + 2C_{L1}}{2(\Delta x)^2 C_0 L_0} u_2 + \left( \frac{(C_{L1} + \Delta x C_0) (g_0 L_0 + C_0 R_0)}{C_0 L_0} - \Delta x g_0 - g_{L1} \right) v_1 + \frac{R_0}{L_0} i_1 + A_{21L} (V_L - r_{TL1} i_{TL1}) - A_{22L} r_{TL2} i_{TL2} + \frac{R_{RL}}{L_{RL}} i_{RL} + \frac{R_{RL2.1}}{L_{RL2.1}} i_{RL2.1} + \frac{1}{L_{L2}} (u_{CL2} - R_{L2} i_{L2}) \right]. \quad (25)$$

Прирівнявши між собою друге та третє рівняння з (23) отримуємо:

$$\frac{1}{L_0} \left( \frac{u_{N-1} - u_{N+1}}{2\Delta x} - R_0 i_N \right) = \frac{1}{L_N + L_0 \Delta x} \left[ u_N - (R_0 \Delta x + R_H) i_N \right]; \quad (26)$$

Звідси отримуємо напругу у фіктивному вузлі з правого боку лінії

$$u_{N+1} = -2\Delta x \left( R_0 i_N \frac{L_0}{L_H + L_0 \Delta x} \left[ u_N - (R_0 \Delta x + R_H) i_N \right] \right) + u_{N-1}. \quad (27)$$

Струм у лінії можна знайти, дискретизуючи рівняння (16) методом скінченних різниць, але тепер використовуючи праву похідну [6]:

$$\frac{di_j}{dt} = \frac{1}{L_0 \Delta x} (u_j - u_{j+1}) - \frac{R_0}{L_0} i_j, \quad j = 1, \dots, N-1. \quad (28)$$

Одночасному інтегруванню підлягає така система рівнянь: (12)—(15), (17), (18), (23), (28) з урахуванням (20), (25), (27).

### Результати комп'ютерної симуляції

Комп'ютерна симуляція проводилася для випадку запуску електроенергетичної системи, показаної на рис. 1. Система живиться від двох джерел нескінченної потужності  $E_{L1} = 330$  кВ та  $E_{L2} = 750$  кВ, марка трансформатора  $T_L$  – АОДЦН-333000/750/330, всі реактори марки РОДЦ-110000/750. Довжина лінії Рівненська АЕС — ПС «Західноукраїнська» — 280 км, а ПС «Західноукраїнська» — ПС «Вінницька» — 360, 5 км. Параметри навантаження  $R_H = 500$  Ом,  $L_H = 0,95$  Гн.

На рис. 3, 4 показано просторовий розподіл електромагнітної хвилі як функціональної залежності напруг (1) та струмів (2) в момент часу 0,003 та 0,006 с, відповідно. З рисунків видно фізичні засади електромагнітного перетворення в довгій лінії. Проаналізуємо ці процеси.

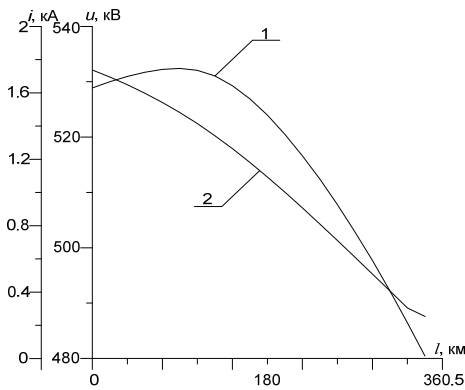


Рис. 3. Просторовий розподіл напруги (1) та струму (2) у лінії в момент часу  $t = 0,003$  с

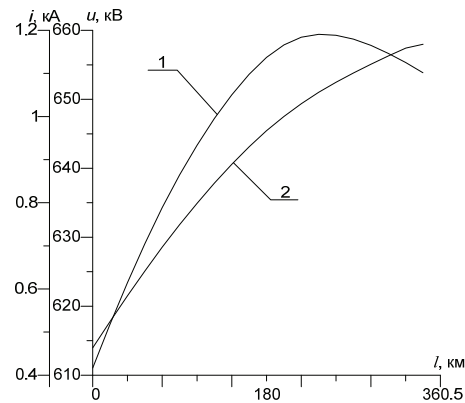


Рис. 4. Просторовий розподіл напруги (1) та струму (2) у лінії в момент часу  $t = 0,006$  с

Аналізуючи рис. 3 легко бачити, що функції струму та напруги мають більші значення на початку лінії: 1600 А та 530 кВ, і зменшуються до 200 А та 480 кВ в кінці. А з рис. 4 видно, що в момент часу 0,006 с функції напруги та струму навпаки, мають більші значення в кінці лінії, ніж на початку: 610 кВ, 500 А та 655 кВ, 1200 А, відповідно. Варто зазначити, що всі рисунки побудовано в миттєвих значеннях струмів та напруг.

На рисунках 5 і 6 показано перехідний процес функцій напруги та струму на початку лінії. З рисунків випливає, що під час пуску відбувається кидок напруги до значення 780 кВ і приблизно через два періоди система виходить на усталений стан — напруга набуває значення 610 кВ. Щодо характеру перебігу перехідного процесу функції струму, то тут можна сказати, що перехідний процес триває довше — приблизно три періоди. На початку симуляції струм збільшується до 1,7 кА і через 0,06 с набуває значення в околі 1 кА.

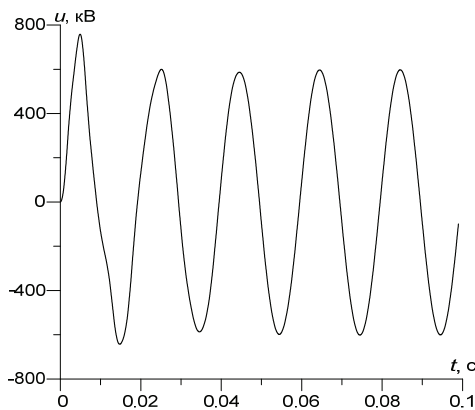


Рис. 5. Функція напруги на початку лінії

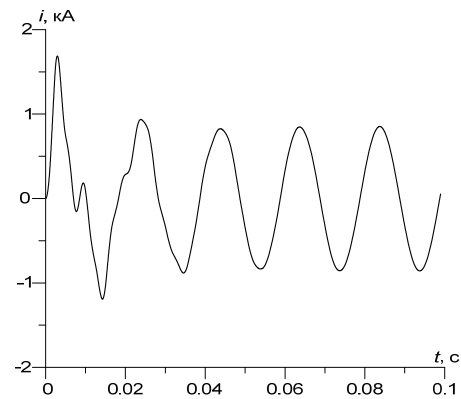


Рис. 6. Функція струму на початку лінії

Рис. 7 і 8 репрезентують напругу та струм у лінії як функцію часової й просторової координат. Ці рисунки подані у 3D форматі. Варто зазначити досить високу інформативність цих рисунків, яка полягає в тому, що і просторовий, і часовий розподіли створюють тривимірний простір. Згадані рисунки доцільно аналізувати у порівнянні з рис. 3—6.

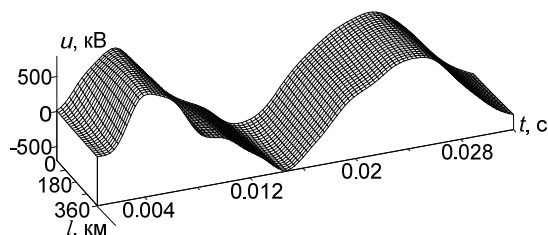


Рис. 7. Часово-просторовий розподіл функції напруги в момент часу  $t [0; 0.032]$  с

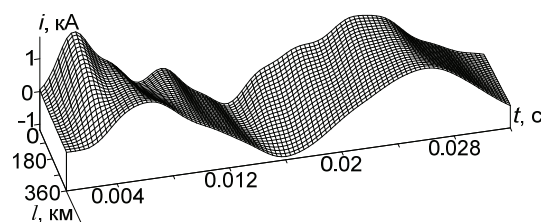


Рис. 8. Часово-просторовий розподіл функції струму в момент часу  $t [0; 0.032]$  с

На рис. 9. показано функцію перехідного процесу струму в центральній точці лінії. З рисунка можна побачити перехідний процес під час запуску системи та перехідний процес під час короткого замикання у кінці лінії в момент часу  $t = 0,07$  с. Проаналізувавши перехідний процес під час короткого замикання можемо сказати, що струм із усталеного 1 кА збільшився до 6 кА і поступово зменшується до 4 кА.

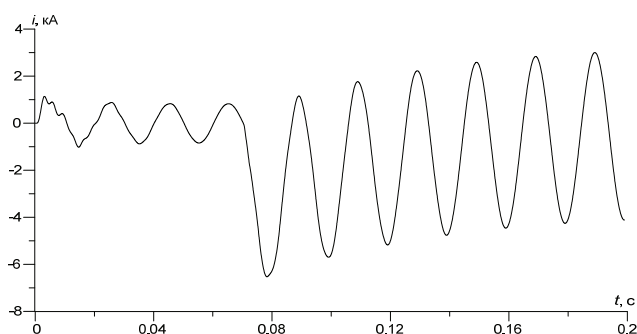


Рис. 9. Функція струму в центральній точці лінії

## Висновки

Застосування інтердисциплінарного методу, який ґрунтується на модифікації інтегрального варіаційного принципу Гамільтона–Остроградського, дає можливість уникнути декомпозиції єдиної системи та досліджувати перехідні процеси в системах з розподіленими та зосередженими параметрами. Просторовий розподіл функціональних залежностей лінії (рис. 3—9), підтверджує фізичні засади електродинаміки стосовно хвильових процесів в довгих лініях електропостачання, а представлений у 3D форматі часово-просторовий розподіл функцій струму й напруги дає максимальну інформацію про хвильові процеси в лінії. Функціональні залежності комп'ютерної симуляції підтверджують теоретичні положення щодо перебігу перехідних процесів у довгих лініях, що говорить про високу адекватність математичної моделі.

Матеріали цієї роботи будуть використовуватися в подальших дослідженнях, які стосуватимуться аналізу перехідних процесів у довгих лініях електропередач з різними видами та типами навантажень.

## СПИСОК ВИКОРИСТАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ

1. Шимони К. Теоретическая электротехника / К. Шимони. — М. : Мир, 1964. — 776 с.
2. Рудевіч Н. В. Математична модель лінії електропередач в фазних координатах для дослідження електромагнітних перехідних процесів / Н. В. Рудевіч // Вісник НТУ «ХПІ». — 2013. — № 59. — С. 117—123.
3. Кононов Б. Т. Диференціальні рівняння перехідних процесів у високовольтній трифазній електричній мережі / Б. Т. Кононов, А. О. Мушаров, А. О. Нечаус // Збірник наукових праць Харківського національного університету Повітряних Сил. — 2016. — № 4 (49). — С. 114—117.
4. Носов Г. В. Расчет переходного процесса при подключении линии электропередачи к источнику синусоидального напряжения / Г. В. Носов, Е. О. Кулешова, Н. В. Шишкина // Современные проблемы науки и образования. — 2012. — № 6. — С. 16—21.
5. Stakhiv Petro. Discrete mathematical macromodel of electric transmission line / Petro Stakhiv, Yuriy Kozak, Oksana Hoholyuk // Przegląd elektrotechniczny. — 2013. — Nr 4. — P. 272—274.
6. Чабан А. В. Принцип Гамільтона–Остроградського в електромеханічних системах : монографія / А. В. Чабан. — Львів : вид-во Тараса Сороки, 2015. — 464 с.
7. Уайд Д. Электромеханическое преобразование энергии / Д. Уайд, Г. Вудсон. — Л. : Энергия, 1964. — 539 с.
8. Model matematyczny dwuprzewojowej linii zasilania z wykorzystaniem modyfikowanej zasady Hamiltona / [Andriy Czaban and other] // Maszyny Elektryczne — Zeszyty Problemowe. — 2016. — Nr 1. — Pp. 31—36.
9. Математичне моделювання перехідних процесів у лінії Лехера в стані неробочого ходу / [А. В. Чабан та ін.] // Електротехніка і Електромеханіка. — 2016. — № 3. — С. 30—35.

Рекомендована кафедрою електричних станцій та систем ВНТУ

Стаття надійшла до редакції 27.03.2017

**Чабан Андрій Васильович** — д-р техн. наук, професор, професор кафедри електротехнічних систем, e-mail: atchaban@gmail.com ;

**Левонюк Віталій Романович** — асистент кафедри електротехнічних систем, e-mail: bacha1991@ukr.net.  
Львівський національний аграрний університет, Львів;

**Лисяк Владислав Георгійович** — канд. техн. наук, ст. викладач кафедри електропостачання промислових підприємств, міст і сільського господарства, e-mail: vladyslav.h.lysiak@lpnu.ua .

Національний університет «Львівська політехніка», Львів

**A. V. Chaban<sup>1</sup>**  
**V. R. Levoniuk<sup>1</sup>**  
**V. H. Lysiak<sup>2</sup>**

## Analysis of Transients in Long Transmission Lines as an Element of Power System

<sup>1</sup>Lviv National Agrarian University;

<sup>2</sup>National University of «Lviv Polytechnic»

*The mathematical model of the power system, a key element of which is a long power line, has been proposed in the paper on the basis of generalized multidisciplinary (interdisciplinary) method of mathematical modeling, that is based on the modification of the integral variational principle of Hamilton–Ostrogradski. There have been presented the results of computer simulation of transients in the form of figures being analyzed.*

**Keywords:** mathematical modeling, unsteady electromagnetic processes, principles Hamilton–Ostrogradski Euler-Lagrange electric power system, power line with distributed parameters.

**Chaban Andrii V.** — Dr. Sc. (Eng.), Professor, Professor of the Chair of Electrical Systems, e-mail: atchaban@gmail.com ;

**Levoniuk Vitalii R.** — Assistant of the Chair of Electrical Systems, e-mail: bacha1991@ukr.net ;

**Lysiak Vladyslav H.** — Cand. Sc. (Eng.), Senior Lecturer of the Chair of Electricity of Industry, Cities and Agriculture, e-mail: vladyslav.h.lysiak@lpnu.ua

**A. V. Чабан<sup>1</sup>**  
**В. Р. Левонюк<sup>1</sup>**  
**В. Г. Лысяк<sup>2</sup>**

## Анализ переходных процессов в длинных линиях электропередач как элемента электроэнергетической системы

<sup>1</sup>Львовский национальный аграрный университет;

<sup>2</sup>Национальный университет «Львовская политехника»

*На основе обобщенного междисциплинарного (интердисциплинарного) метода математического моделирования, основанного на модификации интегрального вариационного принципа Гамильтона–Остроградского, предложена математическая модель энергосистемы, ключевым элементом которой является длинная линия электропередач. Представлены результаты компьютерной симуляции переходных процессов в виде графиков, которые анализируются.*

**Ключевые слова:** математическое моделирование, неустоявшиеся электромагнитные процессы, принцип Гамильтона–Остроградского, уравнение Эйлера–Лагранжа, электроэнергетическая система, линия электропередач с распределенными параметрами.

**Чабан Андрей Васильевич** — д-р техн. наук, профессор, профессор кафедры электротехнических систем;

**Левонюк Виталий Романович** — ассистент кафедры электротехнических систем, e-mail: bacha1991@ukr.net ;

**Лысяк Владислав Георгиевич** — канд. техн. наук, старший преподаватель кафедры электроснабжения промышленных предприятий, городов и сельского хозяйства, e-mail: vladyslav.h.lysiak@lpnu.ua