

УДК 624.138.2.678.063

М. Я. Довжик¹
Б. Я. Татьянченко¹
О. О. Соларьов¹
Ю. В. Сіренко¹

СПОСІБ УРАХУВАННЯ ВПЛИВУ ВІДВЕДЕННЯ КОЛІС ПРИ ВИЗНАЧЕННІ ТРАЄКТОРІЇ КРИВОЛІНІЙНОГО РУХУ МАШИНИ

¹Сумський національний аграрний університет

Запропоновано спосіб урахування впливу бічного відведення коліс на траєкторію криволінійного руху машини. Розглянуто чинники, які викликають відведення коліс. Розроблено аналітичний метод отримання траєкторії криволінійного руху двовісних колісних машин з урахуванням впливу явища відведення коліс.

Ключові слова: МТА, криволінійний рух, траєкторія повороту, курсовий кут, коефіцієнт опору бічному відведенню, коефіцієнт інтенсивності зміни кута, бічне відведення.

Вступ та постановка задачі

Як відомо, кут між вектором швидкості колеса і позитивним напрямом осі машини, який відповідає нейтральному положенню коліс, називається кутом відведення. Відомо також, що кути відведення, які виникають під час криволінійного руху колісних машин внаслідок деформації шин, спотворюють траєкторію руху і спричиняють суттєвий вплив на керованість машини. Тому не випадково дослідженню причин відведення та його залежності від різних факторів описані у великій кількості робіт. Теорія відведення коліс викладається в навчальній літературі з цього предмету, але, незважаючи на це, не можна вважати, що явище вивчено на стільки, щоб його можна було правильно враховувати, визначаючи траєкторії руху, що особливо важливо для розробки способів автоматичного керування транспортними засобами. Слід зазначити, що кути відведення коліс залежать від багатьох факторів, і ці залежності мають, як правило, досить складний характер. Так, наприклад, залежність між бічною силою і кутом відведення за постійного навантаження на колесо може бути лінійною тільки за невеликих значень бічної сили і за умови, що колесо котиться без ковзання [1, рис. 2.31, с. 70]. Відхилення середньої площини колеса від напрямку руху викликається не тільки еластичністю шин, але й ковзанням плями контакту, а також піддатливістю ґрунту, що особливо важливо для тракторів під час руху для виконання польових робіт. Відведення коліс супроводжується бічним ковзанням, яке стає переважаючим, коли бічна сила досягає значення сили зчеплення, при цьому кут відведення зростає навіть за постійної бічної сили. На коефіцієнт опору бічному відведенню впливають такі конструктивні і експлуатаційні фактори, як розміри і конструкція шини, тиск повітря в шині, характер і значення сил, що діють на колесо, стан опорної поверхні, кривизна траєкторії і особливо швидкість руху.

Д. А. Антонов на підставі теорії нелінійного відведення для отримання істинного значення коефіцієнта опору відведенню запропонував множити деякі постійні величини цього коефіцієнта на додаткові коефіцієнти: нормального навантаження, дотичної реакції, коефіцієнт зчеплення та інші — всього сім коефіцієнтів [1, дод. 6, с. 310]. Застосувати їх в теоретичних дослідженнях практично неможливо. Складно також використати для отримання рівнянь руху і формули для кутів відведення передніх і задніх коліс, наведені в [1, с. 232], через їх громіздкість. Тому не випадково з'являються роботи, в яких вводяться спрощуючі припущення за умови, що вони істотно не впливають на кінцевий результат. Наприклад, в роботі [2, с. 193] бічна сила розподіляється між мостами пропорційно жорсткості їх підвісок, кути розвалу керованих коліс приймаються рівними нулю,

кути бічного відведення коліс однієї осі вважаються однаковими, коефіцієнти опору відведенню коліс, швидкість руху машини і реакції на колеса — постійними. За таких припущень кути бічного відведення залишаються пропорційними бічним силам, які, в свою чергу, пропорційні квадрату швидкості руху машини і обернено пропорційні радіусу повороту. Авторі стверджують, що отримані за таких припущень результати можуть бути використані тільки в наближених розрахунках. Не зважаючи на це, використання навіть таких припущень не спрощує, наприклад, знаходження рівняння траєкторії руху.

Відомо, що в реальних умовах експлуатації машин кути бічного відведення не перевищують $7 \dots 8^\circ$, в деяких випадках вони досягають $10 \dots 12^\circ$ [3, с. 95]. У таких малих межах майже не має значення, як складно змінюються ці параметри. Завжди можна підібрати закономірність, яка є близькою до реальної. Разом з тим, лінійна залежність кутів бічного відведення від бічної сили часто переходить в нелінійну вже із кутами бічного відведення $2 \dots 4^\circ$, після чого мають переважний вплив не стільки пружні деформації шин, скільки їх ковзання. Однак ця нелінійність в межах реальних значень кутів відведення настільки незначна [4], що можна з невеликими похибками вважати пропорційною залежність між зміною курсового кута внаслідок відведення коліс і кутом повороту корпусу машини. Коли ж бічні реакції досягають сили зчеплення, відбувається повне ковзання колеса убік. Але і з цим явищем можна боротися відомими способами, з тим, щоб розширити межі прямої пропорційності.

Результати досліджень

Розглянемо спосіб теоретичного визначення траєкторії руху центра мас C машини (рис. 1) на прикладі чотирьохколісного трактора з передніми керованими колесами з урахуванням змінного кута їх повороту і явища відведення передніх коліс.

Проекції швидкості центра C на нерухомі осі координат визначатимуться з формул

$$v_x = v \cos(\varphi + \alpha); \quad v_y = v \sin(\varphi + \alpha), \quad (1)$$

де φ — кут повороту корпусу трактора відносно осі Ox ; α — кут відхилення вектора швидкості центра C від осі трактора, який в загальному випадку може бути визначений з виразу

$$\operatorname{tg} \alpha = [l \cdot \operatorname{tg}(\alpha_1 - \alpha_1'') + l_1 \cdot \operatorname{tg} \alpha_2''] / L,$$

де l і l_1 — відстані від центра мас, відповідно, до заднього і переднього мостів; L — база трактора; α_1' і α_2'' — кути відхилення вектора v від осі трактора, викликані явищем відведення коліс, відповідно, передньої і задньої осей.

Координати центра C в системі координат xOy

$$\begin{aligned} x &= \int v_x dt = \int v \cos(\varphi + \alpha) dt; \\ y &= \int v_y dt = \int v \sin(\varphi + \alpha) dt. \end{aligned} \quad (2)$$

Функцію курсового кута на ділянці входу в поворот подамо в залежності від кута повороту корпусу машини φ

$$\alpha = \alpha' - \alpha'' = (\alpha_0' + k_1 \varphi) - (\alpha_0'' + k_2 \varphi) = \alpha_0 + k \varphi, \quad (3)$$

де α_1' і α_2'' — кути відхилення вектора швидкості v від осі трактора, викликані, відповідно, поворотом передніх коліс або поворотом керма і бічним відведенням передніх коліс, які змінюються в процесі повороту; α_0' і α_0'' — початкові значення кутів α_1' і α_2'' , які залежать від повороту керма в момент початку входу в поворот або в момент початку виходу з повороту; k_1 і k_2 — коефіцієнти, які визначають інтенсивність зміни кутів α_1' і α_2'' , і прийняті в залежності від меж кутів, в яких

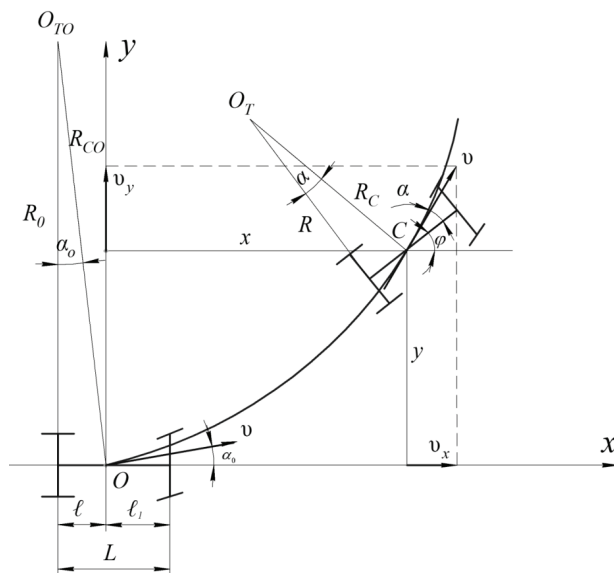


Рис. 1. Схема руху трактора по криволінійній траєкторії за змінних значень курсового кута α

здійснюється поворот. Відведення передніх коліс зменшує кривизну траєкторії, а отже, і величину курсового кута, знижуючи поворотність машини. Відведення задніх коліс спричиняє зворотний ефект. Це слід враховувати, приймаючи знак «плюс» або «мінус» для кута α'' і коефіцієнта інтенсивності його зміни k_2 . Таким чином, для ділянки входу в поворот з урахуванням впливу відведення передніх коліс маємо очевидні співвідношення

$$\alpha_0 = \alpha'_0 - \alpha''; \quad k = k_1 + k_2. \quad (4)$$

В інтегральних рівняннях (2) для x і y маємо чотири незалежні змінні: v , α , φ і час t . З метою зведення підінтегральної функції до однієї змінної величини замінимо диференціал dt на $d\varphi$. Це

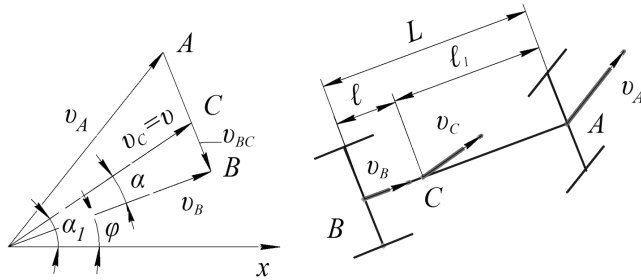


Рис. 2. План швидкостей для характерних точок остова трактора

можна зробити, виразивши елементарну дугу — переміщення точки B відносно точки C (рис. 2), $dS = l d\varphi = v_{BC} dt$, де v_{BC} — швидкість точки B відносно точки C , яку можна виразити через швидкість $v = v_C$. З плану швидкостей (рис. 2) маємо

$$v_{BC} = v \sin \alpha \approx v \alpha = v(\alpha_0 + k\varphi),$$

де $\sin \alpha \approx \alpha$, який згідно з [1, с. 215] пов'язаний з кутом повороту керованих коліс α_1 залежністю $\operatorname{tg} \alpha = l \cdot \operatorname{tg}(\alpha_1 - \alpha_1'') / (l + l_1)$, тому

за робочих значень кута $\alpha_1 = 50 \dots 55^\circ$ кут $\alpha = 25 \dots 30^\circ$. Тоді

$$dt = \frac{l}{v_{BC}} d\varphi = \frac{l}{v(\alpha + k\varphi)} d\varphi. \quad (5)$$

Швидкість v можна виразити через її проекції на осі координат (див. рис. 1)

$$v = \frac{v_x}{\cos(\alpha + \varphi)} = \frac{v_x}{\cos[\alpha_0 + (1 + k)\varphi]}; \quad (6)$$

$$v = \frac{v_x}{\sin(\alpha + \varphi)} = \frac{v_x}{\sin[\alpha_0 + (1 + k)\varphi]}.$$

Тоді остаточні рівняння криволінійного руху в інтегральній формі набудуть вигляду

$$\begin{aligned} x &= l \int \frac{\cos(\alpha + \varphi)}{\alpha} d\varphi = l \int \frac{\cos[\alpha_0 + (1 + k)\varphi]}{\alpha_0 + k\varphi} d\varphi; \\ y &= l \int \frac{\sin(\alpha + \varphi)}{\alpha} d\varphi = l \int \frac{\sin[\alpha_0 + (1 + k)\varphi]}{\alpha_0 + k\varphi} d\varphi. \end{aligned} \quad (7)$$

Далі, розкладаючи функції $\cos[\alpha_0 + (1 + k)\varphi]$ і $\sin[\alpha_0 + (1 + k)\varphi]$ в ряди Маклорена і взявши для косинуса перші два члена ряду, а для синуса — один, після інтегрування і визначення постійних з умов ($x = 0; \varphi = 0$) і ($y = 0; \varphi = 0$), отримаємо остаточні рівняння траєкторій руху машини з передніми керованими колесами і змінним кутом повороту керма на ділянці входу в поворот:

$$\begin{aligned} x &= \frac{l}{k} \left[-\frac{(1 + k)^2}{4} \varphi^2 + \frac{\alpha_0(1 - k^2)}{2k} \varphi - \frac{\alpha_0^2 - 2k^2}{2k^2} \ln \left| \frac{\alpha_0 - k\varphi}{\alpha_0} \right| \right]; \\ y &= \frac{l}{k} \left[(1 + k)\varphi - \frac{\alpha_0}{k} \ln \left| \frac{\alpha_0 - k\varphi}{\alpha_0} \right| \right]. \end{aligned} \quad (8)$$

На ділянці виходу з повороту рівняння руху отримуються аналогічно, якщо вважати $\alpha = \alpha_0 - k\varphi$,

$$x = \frac{l}{k} \left[\frac{(1-k)^2}{4} \varphi^2 + \frac{\alpha_0(1-k^2)}{2k} \varphi + \frac{\alpha_0^2 - 2k^2}{2k^2} \ln \left| \frac{\alpha_0 - k\varphi}{\alpha_0} \right| \right];$$

$$y = \frac{l}{k} \left[-(1-k)\varphi - \frac{\alpha_0}{k} \ln \left| \frac{\alpha_0 - k\varphi}{\alpha_0} \right| \right].$$
(9)

Застосовуючи ці рівняння для побудови конкретної траєкторії, необхідно задатися коефіцієнтами k_1 і k_2 , початковими кутами α'_0 і α''_0 , а також значеннями кута φ , які визначають межі ділянки входу в поворот або ділянки виходу з повороту. Рівняння справедливі тільки в межах розглянутих ділянок. У рівняннях (9) коефіцієнт k береться за модулем, тому що його знак врахований під час виведення цих рівнянь.

Розглянемо конкретний випадок на прикладі трактора МТЗ-82 ($l = 0,93$ м, $L = 2,45$ м). Нехай потрібно розрахувати основні параметри ділянок входу в поворот на 90° і подальшого виходу з повороту на 90° . В результаті трактор повинен розвернутися на 180° . Беремо вихідні дані на ділянці входу в поворот: $\alpha'_0 = 5^\circ$; $\alpha''_0 = 0,05^\circ$; $k_1 = 0,2$ і $k_2 = -0,05^\circ$, знаходимо значення курсового кута, викликаного поворотом керованих коліс, в кінці ділянки: $\alpha'_k = \alpha'_0 + k_1\varphi = 5 + 0,2 \cdot 90 = 23^\circ$, що відповідає середньому куту повороту керованих коліс $\alpha'_{1k} = 48,2^\circ$, і значення курсового кута, викликаного відведенням коліс $\alpha''_k = \alpha''_0 + k_2\varphi = 0,5 + 0,05 \cdot 90 = 5^\circ = 0,0872$ рад. Курсовий кут в кінці ділянки входу в поворот $\alpha_k = \alpha'_k - \alpha''_k = 23 - 5 = 18^\circ$. Для врахування явища відведення коліс слід виходити з конкретних умов, використовуючи наявні відомості про тип коліс, стан ґрунту і передбачувану швидкість руху під час повороту. В цьому прикладі $k = 0,2 - 0,05 = 0,15$; $\alpha_0 = 5 - 0,5 = 4,5^\circ = 0,0785$ рад. Рівняння траєкторії руху на ділянці входу в поворот для розглянутого прикладу набудуть вигляду

$$x = 6,2 \left(-0,33\varphi^2 + 0,226\varphi + 0,863 \ln |1 + 1,91\varphi| \right);$$

$$y = 6,2 \left(1,15\varphi - 1,523 \ln |1 + 1,91\varphi| \right).$$
(10)

На ділянці виходу з повороту початок системи координат слід помістити в кінцеву точку траєкторії входу в поворот і взяти такі вихідні дані: $\varphi = 90^\circ$; $\alpha_0 = 23^\circ$; $\alpha''_0 = 5^\circ$. На початку цієї ділянки передні колеса повернуті на кут $\alpha_{10} = 48,2^\circ$. Бічні сили як при вході в поворот, так і під час виходу з повороту зберігають напрямок і інтенсивність зміни однаковими, тому $\alpha_0 = \alpha'_0 - \alpha''_0 = 23 - 5 = 18^\circ = 0,314$ рад і $k_2 = -0,05$. Нехай в кінці виходу з повороту необхідно витримати умову

$$\alpha_k = \alpha'_k - \alpha''_k = 5 - 0,5 = 4,5^\circ,$$

де кут $\alpha''_k = \alpha''_0 - k_2\varphi = 5 - 0,05 \cdot 90 = 0,5^\circ$. Тоді $k_1 = (\alpha'_k - \alpha'_0)/\varphi = (5 - 23)/90 = -0,2$ і загальний коефіцієнт інтенсивності зміни курсового кута на ділянці виходу з повороту $k = k_1 - k_2 = -0,2 - (-0,05) = -0,15$, або $k = (\alpha_k - \alpha_0)/\varphi = (4,5 - 18)/90 = -0,15$. Рівняння траєкторії на ділянці виходу з повороту у такому випадку будуть мати такий вигляд:

$$x = 6,2 \left(0,18\varphi^2 + 1,023\varphi + 1,191 \ln |1 - 0,478\varphi| \right);$$

$$y = 6,2 \left(-0,85\varphi - 2,093 \ln |1 - 0,478\varphi| \right).$$
(11)

На рис. 3 показані траєкторії входу в поворот і виходу з повороту для наведених вище умов як з урахуванням впливу відведення

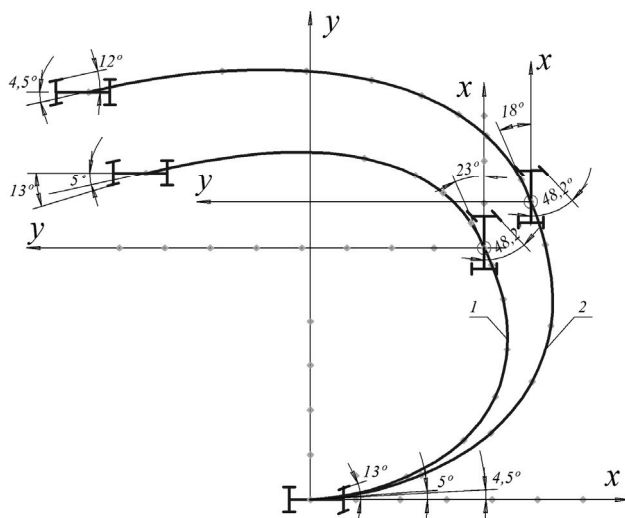


Рис. 3. Траєкторії входу в поворот і виходу з повороту трактора МТЗ-82: 1 — без урахування відведення коліс; 2 — з урахуванням відведення коліс

передніх коліс (крива 2), так і без урахування впливу відведення коліс (крива 1). Вочевидь, за прийнятих середніх значень коефіцієнта k_2 має місце істотна розбіжність траєкторій, побудованих з урахуванням і без урахування впливу відведення передніх коліс, як на ділянці входу в поворот, так і на ділянці виходу з повороту. Відведення передніх коліс завжди знижує інтенсивність входу в поворот і виходу з повороту.

Час руху трактора на ділянках входу в поворот і виходу з повороту зі сталою швидкістю v можна визначити, скориставшись формулою (5) для dt , беручи до уваги, що $R_C = l/\alpha$ і $d\varphi = d\alpha/k$

$$t = \int_0^\varphi \frac{R_C}{v} d\varphi = \frac{l}{v} \cdot \frac{1}{k} \int_{\alpha_0}^{\alpha_k} \frac{d\alpha}{\alpha} = \frac{l}{v} \cdot \frac{1}{k} \ln \left| \frac{\alpha_k}{\alpha_0} \right|, \quad (12)$$

де α_k — значення кута α в кінці ділянки входу в поворот, яке в розглянутому прикладі за відсутності відведення коліс дорівнює $5 + 0,2 \cdot 90 = 23^\circ$, а з урахуванням відведення коліс — $23 - 5 = 18^\circ$. На ділянці виходу з повороту без урахування відведення коліс $\alpha_k = 5^\circ$, а з урахуванням відведення коліс $\alpha_k = 5 - 0,5 = 4,5^\circ$.

Результати розрахунків для наведеного в статті прикладу за сталої швидкості $v = 7$ км/год., без урахування впливу явища відведення коліс такі: $t_{\text{вх}} = t_{\text{вих}} = 3,55$ с. Довжини ділянок траєкторій, відповідно, будуть $S_{\text{вх}} = S_{\text{вих}} = 7,1$ м.

Оскільки відведення передніх коліс уповільнює вхід в поворот і вихід з повороту, а відведення задніх коліс зумовлює зворотний ефект, то це треба враховувати, приймаючи знаки відповідних коефіцієнтів інтенсивності зміни курсового кута.

З урахуванням впливу відведення передніх коліс час руху на ділянках входу в поворот і виходу з повороту згідно з (12) будуть: $t_{\text{вх}} = t_{\text{вих}} = 4,3$ с. Довжини цих ділянок: $S_{\text{вх}} = S_{\text{вих}} = 8,6$ м.

Отримані загальні рівняння руху по криволінійній траєкторії з урахуванням впливу відведення коліс можуть бути використані для будь-якої колісної машини як для лівого, так і для правого повороту. В останньому випадку кут φ від'ємний.

Використовуючи відомі з механіки криволінійного руху залежності, можна визначити значення радіуса повороту R , кутової швидкості ω корпусу трактора та інші параметри, що залежать від кута φ .

Висновки

Розроблено аналітичний метод отримання рівнянь траєкторії криволінійного руху двовісних колісних машин з урахуванням впливу явища відведення коліс. Отримані рівняння руху машини на ділянках входу в поворот і виходу з повороту, дозволяють враховувати вплив відведення коліс як для лівого, так і для правого поворотів в діапазоні зміни кута повороту корпусу машини $\varphi \leq 90^\circ$.

СПИСОК ВИКОРИСТАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ

1. Тракторы: Теория : учеб. для студентов вузов по спец. «Автомобили и тракторы» [В. В. Гуськов, Н. Н. Велев, Ю. Е. Атаманов и др.]; под ред. В. В. Гуськова. — М. : Машиностроение, 1988. — 376 с.
2. Любимов И. И. Исследование связи увода колес автомобиля с жёсткостью подвески / И. И. Любимов, Ю. А. Буйлов // Весник СГТУ. — 2013. — № 2 (70). — С. 192—195.
3. Смирнов Г. А. Теория движения колесных машин / Г. А. Смирнов. — М. : Машиностроение, 1981. — 272 с.
4. Подригайло М. А. Нове в теорії експлуатаційних властивостей автомобілів та тракторів : навч. посіб. / М. А. Подригайло, В. В. Шелудченко. — Суми : Сумський національний аграрний університет, 2015. — 213 с.

Рекомендована кафедрою автомобілів та транспортного менеджменту ВНТУ

Стаття надійшла до редакції 3.04.2017

Довжик Михайло Якович — канд. техн. наук, доцент, декан інженерно-технологічного факультету;
Татьянченко Борис Якович — канд. техн. наук, доцент кафедри технічного сервісу;
Соларьов Олександр Олексійович — канд. техн. наук, асистент кафедри тракторів та с.-г. машин, e-mail: lmcсан@i.ua ;

Сіренко Юлія Володимирівна — аспірантка кафедри тракторів та с.-г. машин.
 Сумський національний аграрний університет, Суми

M. Ya. Dovzhyk¹
B. Ya. Tatianchenko¹
O. O. Solariov¹
Yu. V. Sirenko¹

Method of Considering Influence of Driving Wheels in Determining Curved Trajectory of Tractor

¹Sumy National Agrarian University

It is well known that the curvilinear motion of the machine and tractor unit (MTU) is significantly different from its rectilinear motion. Typically, kinematic and dynamic work environment in the curvilinear motion is much more complicated. It requires additional study of many factors that affect the handling, stability and reliability of the machine. Despite the complexity of the process, research the conditions of the curvilinear motion machine and tractor units is actual and has a practical importance. It is important to know exactly how far during certain operations need to be overcome tractor before forecasting future costs of fuel and oil. It is known that turns and reversals amount about 10...40 % of the trajectory of the MTU. There are diagrams of unit's turns in different parts of the field and some attempts to construct the trajectory of curvilinear motion by different methods in the academic literature. The authors of this article analytically determine the trajectory of turning the tractor with front steered wheels.

A scientific research of the conditions of curvilinear motion by machine and tractor units is of practical importance. A curvilinear motion by MTU is significantly different from its rectilinear motion. Typically, kinematic and dynamic work environment are much more complex. It requires the study of many additional factors that affect the handling, stability and reliability of the machine.

This article attempts to describe the curvilinear trajectory of a four-wheeled tractor using parametric equations in Cartesian coordinates. This study is quite important for Agricultural engineering service companies as it allows advance planning area of cultivation, planting and areas which will be turning and topping band. It will enable to calculate the necessary amount of fuel and time.

Keywords: MTU, curvilinear motion, trajectory of the rotation, lateral withdrawal, course angle, cornering power of coefficient of variation of the angle of intensity.

Dovzhyk Mykhailo Ya. — Cand. Sc. (Eng.), Assistant Professor, Dean of Engineering-Technological Faculty;

Tatianchenko Borys Ya. — Cand. Sc. (Eng.), Assistant Professor of the Chair of Technical Service;

Solariov Oleksandr O. — Cand. Sc. (Eng.), Assistant of the Chair of Tractors and Agricultural Machines, e-mail: lmcsan@i.ua ;

Sirenko Yuliia V. — Post-Graduate Student of the Chair of Tractors and Agricultural Machinery

М. Я. Довжик¹
Б. Я. Татьяначенко¹
А. А. Соларёв¹
Ю. В. Сиренко¹

Способ учета влияния увода колес при определении траектории криволинейного движения машины

¹Сумской национальный аграрный университет

Предложен метод учета влияния бокового увода колес на траекторию криволинейного движения машины. Рассмотрены факторы, которые вызывают увод колес. Разработан аналитический метод получения траектории криволинейного движения двухосных колесных машин с учетом влияния явления увода колес.

Ключевые слова: МТА, криволинейное движение, траектория поворота, боковой увод, курсовой угол, коэффициент сопротивления боковому уводу, коэффициент интенсивности изменения угла.

Довжик Михаил Яковлевич — канд. техн. наук, доцент, декан инженерно-технологического факультета Сумского национального аграрного университета;

Татьянченко Борис Яковлевич — канд. техн. наук, доцент кафедры технического сервиса;

Соларёв Александр Алексеевич — канд. техн. наук, ассистент кафедры тракторов и сельскохозяйственных машин, e-mail: lmcsan@i.ua ;

Сиренко Юлия Владимировна — аспирант кафедры тракторов и сельскохозяйственных машин