

ЕНЕРГЕТИКА ТА ЕЛЕКТРОТЕХНІКА

УДК 623.522.6

А. С. Міщенко¹

МОДЕЛЮВАННЯ ТЕМПЕРАТУРНОГО ПОЛЯ ПОРОХОВОГО ЗАРЯДУ АРТИЛЕРІЙСЬКИХ БОЄПРИПАСІВ В УМОВАХ НЕСТАЦІОНАРНОГО ТЕМПЕРАТУРНОГО РЕЖИМУ

¹Національна академія сухопутних військ імені гетьмана Петра Сагайдачного

Розглянуто процес нестационарного теплообміну порохового заряду артилерійських боєприпасів з навколишнім середовищем. На підставі рівняння теплопровідності, використовуючи перетворення Лапласа, отримані математичні моделі, які описують зміну температурного поля заряду за сталої температури навколишнього середовища та для випадку лінійної зміни температури навколишнього середовища.

Ключові слова: артилерія, температура заряду, теплообмін.

Вступ

Артилерія є основним видом вогневого ураження противника в умовах сучасного бою. Досвід застосування артилерії в сучасних збройних конфліктах та в антитерористичній операції свідчить про підвищення вимог до точності та оперативності застосування артилерії, внаслідок близького розташування цілей та позицій своїх військ та місць проживання цивільного населення та збільшення кількості маневрених цілей.

Головним способом визначення установок для стрільби на ураження, який забезпечує швидкість і раптовість відкриття вогню є повна підготовка [1]. Однак всі заходи повної підготовки характеризуються певними серединними помилками та вимагають часу для їх здійснення. Помилки підготовки та технічне розсіювання боєприпасів спричиняють відхилення точки влучення снаряду від середньої точки прицілювання [2].

Кожна помилка підготовки характеризується вагою, яку вона вносить в загальне відхилення точки попадання від середньої точки прицілювання за напрямом та дальністю.

Вага помилок визначення температури заряду особливо велика у разі застосування реактивних, активно-реактивних пострілів та пострілів унітарного заряджання [3], внаслідок неможливості безпосереднього вимірювання температури заряду, який знаходиться в корпусі боєприпасів. В активно-реактивних та реактивних пострілах, крім того, збільшується вплив помилки визначення температури заряду через наявність металюного та реактивного зарядів. З метою точнішого та оперативного визначення температури заряду в роботі [4] запропонований новий спосіб для визначення температури зарядів на основі даних про зміну температури поверхні гільзи.

Зміна температури заряду, викликає відповідну зміну початкової швидкості снаряду. Ця зміна відбувається внаслідок впливу температури заряду на такі характеристики пороху, як сила пороху f , кінцевий імпульс порохівих газів J_k та коефіцієнт швидкості горіння u_1 [5].

Врахування впливу температури відбувається внесенням відповідних поправок до елементів траєкторії, визначених за нормальних умов (температура заряду $t_3 = +15$ °C).

Для оцінювання абсолютної величини цих поправок необхідно розрахувати величину зміни початкової швидкості снаряду, за зміни температури заряду на 1 °C, тобто знайти поправочний коефіцієнт на зміну температури заряду.

Для ствольної артилерії цю зміну можна розрахувати [5] через одночасну зміну сили пороху та кінцевого імпульсу порохівих газів:

$$\frac{\delta V_d}{V_d} = l_f \frac{\partial f}{f} + l_{J_k} \frac{\partial J_k}{J_k}. \quad (1)$$

де V_d — початкова швидкість снаряду, м/с; f — сила пороху, Дж/кг; J_k — кінцевий імпульс порохівих газів, Н·с/м²; l_f — поправковий коефіцієнт зміни початкової швидкості на зміну сили пороху; l_{J_k} — поправковий коефіцієнт зміни початкової швидкості на зміну кінцевого імпульсу порохівих газів.

Виражаючи зміну зазначених параметрів через зміну температури заряду t_0 , отримаємо:

$$\begin{aligned} \delta f &= \frac{\partial f}{\partial t_3} \delta t_3; \\ \delta J_k &= \frac{\partial J_k}{\partial t_3} \delta t_3, \end{aligned} \quad (2)$$

де t_3 — температура заряду, °С.

Тоді початкова швидкість

$$\frac{\delta V_d}{V_d} = l_f \frac{\partial f}{\partial t_3} \cdot \frac{\delta t_3}{f} + l_{J_k} \frac{\partial J_k}{\partial t_3} \cdot \frac{\delta t_3}{J_k}. \quad (3)$$

Позначимо

$$\begin{aligned} K_f &= \frac{\partial f}{\partial t_3} \cdot \frac{1}{f}; \\ K_{J_k} &= \frac{\partial J_k}{\partial t_3} \cdot \frac{1}{J_k}; \end{aligned} \quad (4)$$

$$l_t = K_f l_f + K_{J_k} l_{J_k},$$

де l_t — поправковий коефіцієнт зміни початкової швидкості на зміну температури заряду.

Тоді

$$\frac{\delta V_d}{V_d} = l_t \delta t_0. \quad (5)$$

Коефіцієнти l_f та l_{J_k} , визначені в таблицях поправкових коефіцієнтів [6]. Коефіцієнт K_f можна знайти [5] із залежності

$$K_f = \frac{c}{Q_w}, \quad (6)$$

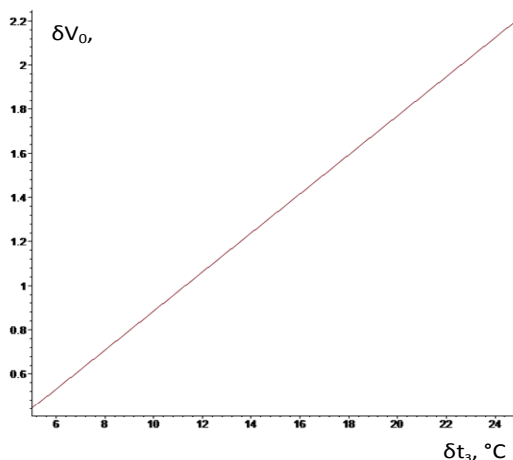


Рис. 1. Залежність зміни початкової швидкості снаряду для артилерійської системи 2С3 від температури заряду

де c — питома теплоємність пороху, Дж/кг·°С; Q_w — калорійність пороху, Дж.

Коефіцієнт K_{J_k} , який враховує зміну кінцевого імпульсу зі зміною температури за даними дослідних стрільб [6, 7], дорівнює $K_{J_k} = -0,0016$.

Для артилерійської системи 2С3 коефіцієнт впливу температури, розрахований за залежностями (4), буде дорівнювати $l_t = 0,0002$ м/с·°С.

Зміна початкової швидкості снаряду для артилерійської системи 2С3, внаслідок зміни температури заряду в такому випадку проілюстрована на рис. 1.

Для підвищення точності вимірювання температури заряду артилерійських пострілів, особливо тих, де неможливо виміряти температуру заряду безпосередньо (унітарні боєприпаси, ракети) необхідно розробити математичні моделі, які дозволять визначати

температуру заряду за безпосередньо вимірною температурою оболонки заряду. Таке вимірювання пропонується проводити до моменту настання стаціонарного теплового режиму, вважаючи що із настанням стаціонарного режиму температура оболонки заряду, заряду та навколишнього середовища вирівнюються. В умовах задачі заряд пострілу доцільно розглядати, як циліндричне тіло в тонкій оболонці.

Першим етапом розв'язання такої задачі є моделювання нестационарного температурного поля суцільного циліндра за зміни температури навколишнього середовища.

Виклад основного матеріалу

Розглядається задача визначення нестационарного температурного поля суцільного циліндра. Вважається, що температурне поле в циліндрі змінюється лише в радіальному напрямі, тому рівняння теплопровідності [8] має вигляд

$$\frac{\partial^2 t(\rho, \tau)}{\partial \rho^2} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial t(\rho, \tau)}{\partial \rho} = \frac{1}{a} \frac{\partial t(\rho, \tau)}{\partial \tau}, \quad (0 < \rho < r_1, \tau > 0), \quad (7)$$

де $t(\rho, \tau)$ — температурне поле заряду, °С; a — коефіцієнт теплопровідності для порошу, м²/с; ρ — радіальна координата, м; τ — час, с; r_1 — координата зовнішньої поверхні заряду, м.

Розглядається осесиметрична задача, тому температурне поле задовольняє рівняння

$$\frac{\partial t(0, \tau)}{\partial \rho} = 0. \quad (8)$$

Друга гранична умова може мати вигляд

$$t(r_1, \tau) = t_{p1}(\tau) \quad (9)$$

або

$$\lambda \frac{\partial t(r_1, \tau)}{\partial \rho} = \alpha (t_{p2}(\tau) - t(r, \tau)), \quad (10)$$

де $t_{p1}(\tau)$ — температура поверхні заряду, °С; $t_{p2}(\tau)$ — температура навколишнього середовища, °С; λ — коефіцієнт теплопровідності порошу, Вт/м²°С; α — коефіцієнт теплообміну між зарядом і зовнішнім середовищем, Вт/м²°С.

Для розв'язання задач використаємо перетворення Лапласа. Спочатку визначимо розподіл температурного поля за граничних умов (8) і (9). Рівняння (7)—(9) після застосування перетворення Лапласа набудуть такого вигляду:

$$\frac{d^2 t(\rho, \omega)}{d\rho^2} + \frac{1}{\rho} \frac{dt(\rho, \omega)}{d\rho} - \frac{\omega}{a} t(\rho, \omega) = -\frac{1}{a} f(\rho), \quad (0 < \rho < r_1), \quad (11)$$

де $f(\rho)$ — розподіл температурного поля в початковий момент часу.

$$\frac{dt(0, \omega)}{d\rho} = 0; \quad (12)$$

$$t(r_1, \omega) = t_p(\omega). \quad (13)$$

Розв'язок диференціального рівняння (11) [8] матиме вигляд

$$t(\rho, \omega) = C_1 I_0 \left(\rho \sqrt{\frac{\omega}{a}} \right) + C_2 K_0 \left(\rho \sqrt{\frac{\omega}{a}} \right) - \frac{1}{a} \int_0^\rho \left(I_0 \left(\rho \sqrt{\frac{\omega}{a}} \right) K_0 \left(\zeta \sqrt{\frac{\omega}{a}} \right) - I_0 \left(\zeta \sqrt{\frac{\omega}{a}} \right) K_0 \left(\rho \sqrt{\frac{\omega}{a}} \right) \right) \zeta f(\zeta) d\zeta, \quad (14)$$

і похідна від виразу (14) набуде вигляду

$$\frac{dt(\rho, \omega)}{d\rho} = \sqrt{\frac{\omega}{a}} C_1 I_1 \left(\rho \sqrt{\frac{\omega}{a}} \right) - \sqrt{\frac{\omega}{a}} C_2 K_1 \left(\rho \sqrt{\frac{\omega}{a}} \right) - \frac{\rho}{a} \int_0^\rho \left(I_1 \left(\rho \sqrt{\frac{\omega}{a}} \right) K_0 \left(\zeta \sqrt{\frac{\omega}{a}} \right) + I_0 \left(\zeta \sqrt{\frac{\omega}{a}} \right) K_1 \left(\rho \sqrt{\frac{\omega}{a}} \right) \right) \zeta f(\zeta) d\zeta. \quad (15)$$

Враховуючи граничну умову $\frac{\partial t(0, \tau)}{\partial \rho} = 0$ і її зображення $\frac{dt(0, \omega)}{d\rho} = 0$, отримаємо:

$$\sqrt{\frac{\omega}{a}} C_1 I_1(0) - \sqrt{\frac{\omega}{a}} C_2 K_1(0) = 0.$$

Оскільки $I_1(0) = 0$, то стала величина $C_2 = 0$.

Тоді, враховуючи (15) та граничну умову на зовнішній поверхні циліндра (13), отримаємо:

$$C_1 I_0\left(r_1 \sqrt{\frac{\omega}{a}}\right) - \frac{1}{a} \int_0^{r_1} \left(I_0\left(r_1 \sqrt{\frac{\omega}{a}}\right) K_0\left(\zeta \sqrt{\frac{\omega}{a}}\right) - I_0\left(\zeta \sqrt{\frac{\omega}{a}}\right) K_0\left(r_1 \sqrt{\frac{\omega}{a}}\right) \right) \zeta f(\zeta) d\zeta = t_{p_1}(\omega).$$

З цього рівняння визначаємо значення величини C_1

$$C_1 = \frac{t_p(\omega) + \frac{1}{a} \int_0^{r_1} \left(I_0\left(r_1 \sqrt{\frac{\omega}{a}}\right) K_0\left(\zeta \sqrt{\frac{\omega}{a}}\right) - I_0\left(\zeta \sqrt{\frac{\omega}{a}}\right) K_0\left(r_1 \sqrt{\frac{\omega}{a}}\right) \right) \zeta f(\zeta) d\zeta}{I_0\left(r_1 \sqrt{\frac{\omega}{a}}\right)}. \quad (16)$$

Зображення температурного поля матиме вигляд

$$t(\rho, \omega) = \frac{t_p(\omega) + \frac{1}{a} \int_0^{r_1} \left(I_0\left(r_1 \sqrt{\frac{\omega}{a}}\right) K_0\left(\zeta \sqrt{\frac{\omega}{a}}\right) - I_0\left(\zeta \sqrt{\frac{\omega}{a}}\right) K_0\left(r_1 \sqrt{\frac{\omega}{a}}\right) \right) \zeta f(\zeta) d\zeta}{I_0\left(r_1 \sqrt{\frac{\omega}{a}}\right)} I_0\left(\rho \sqrt{\frac{\omega}{a}}\right) - \frac{1}{a} \int_0^{\rho} \left(I_0\left(\rho \sqrt{\frac{\omega}{a}}\right) K_0\left(\zeta \sqrt{\frac{\omega}{a}}\right) - I_0\left(\zeta \sqrt{\frac{\omega}{a}}\right) K_0\left(\rho \sqrt{\frac{\omega}{a}}\right) \right) \zeta f(\zeta) d\zeta. \quad (17)$$

Здійсимо перехід від зображення до оригіналу, для цього розглянемо характеристичне рівняння, яке матиме вигляд

$$\Delta = I_0\left(r_1 \sqrt{\frac{\omega}{a}}\right). \quad (18)$$

Здійсимо розклад характеристичного рівняння в ряд в околі нуля:

$$\Delta = 1 + \frac{r_1^2 \omega}{4a} + \frac{\left(\frac{r_1^2 \omega}{4a}\right)^2}{(2!)^2} + \frac{\left(\frac{r_1^2 \omega}{4a}\right)^3}{(3!)^2} + \dots \quad (19)$$

Нехай зміна температури навколишнього середовища відбувається за законом:

$$t_p(\tau) = \beta_0 + \beta_1 \tau,$$

тоді

$$t_p(\omega) = \beta_0 \omega^{-1} + \beta_1 \omega^{-2}. \quad (20)$$

Здійсимо розклад чисельника виразу (19) в степеневий ряд в околі нуля:

$$\Delta C_1 = \left(\frac{\beta_1}{\omega^2} + \frac{\beta_0}{\omega} + \dots \right) \left(1 + \frac{\rho^2}{4a} \omega + \dots \right) = \beta_1 \omega^{-2} + \left(\beta_0 + \frac{\beta_1 \rho^2}{4a} \right) \omega^{-1} + \dots \quad (21)$$

Отже, в околі нуля зображення температурного поля $t(\rho, \omega)$ розкладається в ряд

$$t_1(\rho, \omega) = \frac{\beta_1 \omega^{-2} + \left(\beta_0 + \frac{\beta_1 \rho^2}{4a} \right) \omega^{-1} + \dots}{1 + \frac{r_1^2}{4a} \omega + \dots}. \quad (22)$$

Введемо позначення:

$$a_0 = \beta_1; \quad a_{10} = \beta_0 + \frac{\beta_1 \rho^2}{4a}; \quad b_0 = 1; \quad b_1 = \frac{r_1^2}{4a},$$

тоді перехід від зображення виразу (23) до оригіналу

$$t_1(\rho, \tau) = \frac{a_0}{b_0} \tau + \frac{a_{10} b_0 - a_0 b_1}{b_0^2}. \quad (23)$$

Враховуючи значення величин a_0, a_{10}, b_0, b_1 , отримаємо:

$$t_1(\rho, \tau) = \beta_1 \tau + \beta_0 + \frac{\beta_1 (\rho^2 - r_1^2)}{4a}. \quad (24)$$

Похідна від характеристичного рівняння по ω дорівнює

$$\frac{d\Delta(\omega)}{d\omega} = \frac{dI_0 \left(r_1 \sqrt{\frac{\omega}{a}} \right)}{d\omega} = I_1 \left(r_1 \sqrt{\frac{\omega}{a}} \right) \frac{r_1}{2\sqrt{\omega a}}. \quad (25)$$

Оскільки характеристичне рівняння дійсних коренів не має, а лише є уявні $i\gamma$, то з виразів (16) та (25) отримаємо:

$$\Delta C_1(\gamma) = \left(\frac{\beta_1}{\gamma^4} - \frac{\beta_0}{\gamma^2} \right) - \frac{\pi}{2a} \int_0^{\eta} \left(J_0 \left(\frac{\zeta \gamma}{\sqrt{a}} \right) Y_0 \left(\frac{r_1 \gamma}{\sqrt{a}} \right) - J_0 \left(\frac{r_1 \gamma}{\sqrt{a}} \right) Y_0 \left(\frac{\zeta \gamma}{\sqrt{a}} \right) \right) \zeta f(\zeta) d\zeta; \quad (26)$$

$$\Delta'(i\gamma) = \frac{r_1}{2\gamma\sqrt{a}} J_1 \left(\frac{r_1 \gamma}{\sqrt{a}} \right). \quad (27)$$

Отже, температурне поле в заряді описується рівнянням

$$t(\rho, \tau) = \beta_1 \tau + \beta_0 + \frac{\beta_1 (\rho^2 - r_1^2)}{4a} + \sum_{i=1}^{\infty} \frac{\Delta C_1(\gamma_i) J_0 \left(\frac{\rho \gamma_i}{\sqrt{a}} \right)}{\Delta'(\gamma_i)} e^{-\gamma_i^2 \tau}. \quad (28)$$

Аналогічно, розв'язуючи задачу (7) і враховуючи граничні умови (8) і (10), отримаємо, що характеристичне рівняння дійсних коренів не має, а лише є уявні $i\gamma$. Тоді рівняння набуде вигляду

$$\Delta(i\gamma) = \alpha J_0 \left(\frac{r_1 \gamma}{\sqrt{a}} \right) - \frac{\lambda \gamma}{\sqrt{a}} J_1 \left(\frac{r_1 \gamma}{\sqrt{a}} \right). \quad (29)$$

$$\Delta C_1 = \alpha \left(\frac{\beta_1}{\gamma^4} - \frac{\beta_0}{\gamma^2} \right) - \frac{\lambda \gamma \pi}{2a\sqrt{a}} \int_0^{\eta} \left(J_0 \left(\frac{\zeta \gamma}{\sqrt{a}} \right) Y_1 \left(\frac{r_1 \gamma}{\sqrt{a}} \right) - J_1 \left(\frac{r_1 \gamma}{\sqrt{a}} \right) Y_0 \left(\frac{\zeta \gamma}{\sqrt{a}} \right) \right) \zeta f(\zeta) d\zeta + \quad (30)$$

$$+ \frac{\alpha \pi}{2a} \int_0^{\eta} \left(J_0 \left(\frac{\zeta \gamma}{\sqrt{a}} \right) Y_0 \left(\frac{r_1 \gamma}{\sqrt{a}} \right) - J_0 \left(\frac{r_1 \gamma}{\sqrt{a}} \right) Y_0 \left(\frac{\zeta \gamma}{\sqrt{a}} \right) \right) \zeta f(\zeta) d\zeta;$$

$$\Delta'(i\gamma) = \frac{\lambda r_1}{2a} J_0 \left(\frac{r_1 \gamma}{\sqrt{a}} \right) + \frac{\alpha r_1}{2\gamma\sqrt{a}} J_1 \left(\frac{r_1 \gamma}{\sqrt{a}} \right). \quad (31)$$

Отже, температурне поле в заряді за лінійної зміни температури навколишнього середовища описується рівнянням

$$t(\rho, \tau) = \beta_1 \tau + \beta_0 + \frac{\beta_1 \rho^2}{4a} - \frac{\beta_1}{\alpha a} \left(\frac{\alpha r_1^2}{4} + \frac{\lambda r_1}{2} \right) + \sum_{i=1}^{\infty} \frac{\Delta C_1(\gamma_i) I_0 \left(\frac{\rho \gamma_i}{\sqrt{a}} \right)}{\Delta'(\gamma_i)} e^{-\gamma_i^2 \tau}. \quad (32)$$

Розподіл температури по товщині заряду за радіусом, розрахований за залежністю (32) за температури навколишнього середовища 20 °С та початкової температури 0 °С у різні моменти часу, наведено на рис. 2.

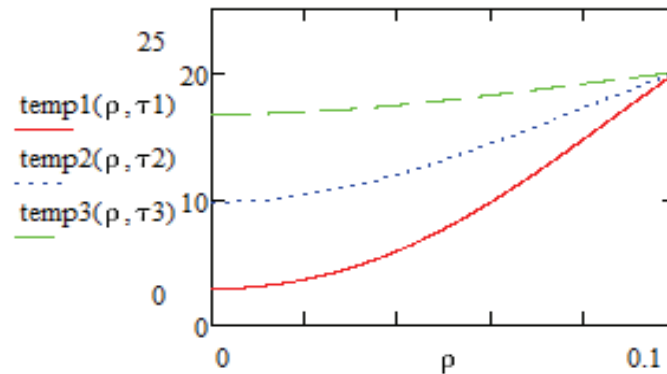


Рис. 2. Розподіл температури по радіусу заряду за початкової температури 0 °С, температури навколишнього середовища 20 °С в моменти часу $\tau_1 = 1$ год, $\tau_2 = 2$ год, $\tau_3 = 4$ год

Висновки

Отримані математичні моделі (28) та (32), які описують зміну температурного поля порохового заряду артилерійських боеприпасів, за зміни температури навколишнього середовища. В подальшому, враховуючи в математичній моделі параметри зовнішньої оболонки (гільзи), така математична модель дасть можливість визначати дійсну температуру заряду за відсутності можливості безпосереднього контакту вимірювального приладу з пороховим зарядом, що дозволить збільшити точність та оперативність визначення температури порохового заряду.

СПИСОК ВИКОРИСТАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ

1. Правила стрільби і управління вогнем артилерії (група, дивізіон, батарея, взвод, гармата) [Текст] — К. : вид-во «Варта», 1995. — 304 с.
2. Стрельба и управление огнем наземной артиллерии [Текст] : учебник / под общ. ред. Круковского А. С. — М. : Воениздат, 1976. — 612 с.
3. Трофименко П. Є. Шляхи підвищення точності вимірювання температури зарядів у наземній артилерії [Текст] / П. Є. Трофименко, В. І. Макеєв, А. Ф. Раскошній // Системи озброєння і військова техніка. — Суми : СуиДУ, 2012. — № 1 (25). — С. 58—60
4. Шабатура Ю. В. Математичні засади нового методу визначення температури зарядів артилерійських боеприпасів [Текст] / Ю. В. Шабатура, А. С. Міщенко // Системи озброєння і військова техніка. — 2015. — № 3. — С. 56—60.
5. Внутренняя баллистика [Текст] : учебник / под ред. Чурбанова Е. В. — Ленинград. : изд-во ВАОЛКА, 1975. — 245 с.
6. Поправочные формулы внутренней баллистики [Текст] / под ред. Чернова В. П. — М. : Воениздат, 1956. — 368 с.
7. Дмитриевский А. А. Внешняя баллистика [Текст] : учеб. для студ. вузов / А. А. Дмитриевский, Л. Н. Лысенко. — 4-е изд., перераб. и доп. — Москва : Машиностроение. — 2005. — 608 с.
8. Лыков А. В. Теория теплопроводности [Текст] / А. В. Лыков. — М. : Высшая школа, 1967. — 600 с.

Рекомендована кафедрою теплоенергетики ВНТУ

Стаття надійшла до редакції 29.06.2017

Міщенко Антон Сергійович — ад'юнкт кафедри електромеханіки та електроніки, e-mail: mischenko_as@ukr.net.

Національна академія сухопутних військ імені гетьмана Петра Сагайдачного, Львів

A. S. Mishchenko¹

Artillery Ammunition Powder Charge Temperature Field Modeling in Unsteady Temperature Conditions

¹Hetman Petro Sahaidachnyi National Army Academy, Lviv

The process of artillery ammunition powder charge unsteady heat transfer with the environment has been considered in the article. Mathematical models, based on the equation of heat conduction, describing the change of temperature field have been obtained using the Laplace transform. There have been obtained the models for a constant ambient temperature and for the case when the ambient temperature changes linearly.

Keywords: artillery, charge temperature, heat exchange.

Mishchenko Anton S. — Post-Graduate Student of the Chair of Electromechanics and Electronics, e-mail: mischenko_as@ukr.net

А. С. Мищенко¹

Моделирование температурного поля порохового заряда артиллерийских боеприпасов в условиях нестационарного температурного режима

¹Национальная Академия сухопутных войск имени гетьмана Петра Сагайдачного, Львов

Рассмотрен процесс нестационарного теплообмена порохового заряда артиллерийских боеприпасов с окружающей средой. На основании уравнения теплопроводности, используя преобразование Лапласа, получены математические модели, описывающие изменение температурного поля заряда для постоянной температуры окружающей среды и для случая, когда температура окружающей среды изменяется линейно.

Ключевые слова: артиллерия, температура заряда, теплообмен.

Мищенко Антон Сергеевич — адъюнкт кафедры электромеханики и электроники, e-mail: mischenko_as@ukr.net