УДК 517.977

Б. І. Мокін[1]
В. Б. Мокін[1]
О. Б. Мокін[1]
І. О. Чернова[1]

ЕКВІВАЛЕНТУВАННЯ МОДЕЛЕЙ МІНІМАЛЬНО-ФАЗОВИХ ЛІНІЙНИХ СИСТЕМ АВТОМАТИЧНОГО КЕРУВАННЯ З ПІД-РЕГУЛЯТОРАМИ В КЛАСІ НЕМІНІМАЛЬНО-ФАЗОВИХ

[1]Вінницький національний технічний університет

Для замкнутих систем автоматичного керування лінійними мінімально-фазовими динамічними об'єктами з ПІД-регуляторами, процеси в яких описуються математичними моделями у вигляді звичайних лінійних диференціальних рівнянь високого порядку, запропоновано метод синтезу математичних моделей у вигляді диференціальних рівнянь не вище другого порядку в класі немінімально-фазових, тобто, у вигляді диференціальних моделей не вище другого порядку з аргументом, який запізнюється на певний час в процесі проходженні сигналу зі входу системи на вихід.

Запропоновано також метод ідентифікації еквівалентних моделей, в основу якого покладене занурення математичних моделей, визначених на часовій осі, в частотну область.

Для побудови розрахункових співвідношень запропонованого методу ідентифікації еквівалентних моделей використано частотні характеристики.

В якості критерію оптимізації параметрів еквівалентних моделей використано критерій найменших квадратів.

В якості головного обмеження у розв'язанні задачі пошуку оптимальних значень параметрів еквівалентних моделей використано рівність критичної частоти еквівалентної системи та системи, що еквівалентується, оскільки саме значенням критичної частоти визначається здатність лінійної динамічної системи зберігати чи втрачати стійкість при її замиканні одиничним негативним зворотним зв'язком, а тому при еквівалентуванні необхідно для еквівалентної моделі встановлювати те ж значення критичної частоти, яке має реальна динамічна система, еквівалентна математична модель якої синтезується.

Ключові слова: замкнута мінімально-фазова лінійна система автоматичного керування, математична модель високого порядку, еквівалентування, немінімально-фазова система, математична модель не вище другого порядку.

Постановка задачі та вихідні передумови

В роботах [1], [2] показано, що процеси в замкнутих лінійних мінімально-фазових динамічних системах високого порядку, до структури яких входять ПІД-регулятори, а тому їх розімкнуті контури описуються в загальному випадку диференціальними рівняннями

$$a_n \frac{d^n y}{dt^n} + a_{n-1} \frac{d^{n-1} y}{dt^{n-1}} + \ldots + a_1 \frac{dy}{dt} + y = b_2 \frac{d^2 x}{dt^2} + b_1 \frac{dx}{dt} + b_0 x, \quad n > 5, \tag{1}$$

можуть без внесення суттєвих похибок в класі мінімально-фазових описуватись еквівалентними диференціальними рівняннями не вище 5-го порядку, що мають вигляд

$$a_5 \frac{d^5 y}{dt^5} + a_4 \frac{d^4 y}{dt^4} + a_3 \frac{d^3 y}{dt^3} + a_2 \frac{d^2 y}{dt^2} + a_1 \frac{dy}{dt} + y = b_2 \frac{d^2 x}{dt^2} + b_1 \frac{dx}{dt} + b_0 x. \tag{2}$$

У цій же роботі запропоновано метод ідентифікації еквівалентних математичних моделей, що мають вигляд (2).

© Б. І. Мокін, В. Б. Мокін, О. Б. Мокін, І. О. Чернова, 2018

А в роботі [3] показано, що процеси в лінійних мінімально-фазових динамічних системах високого порядку, що не мають зворотних зв'язків і ПІД-регуляторів у структурі, а тому описуються в загальному випадку диференціальними рівняннями, що мають вигляд

$$a_n \frac{d^n y}{dt^n} + a_{n-1} \frac{d^{n-1} y}{dt^{n-1}} + ... + a_1 \frac{dy}{dt} + y = b_0 x, \;\; n > 3, \tag{3}$$

можуть без внесення суттєвих похибок в класі немінімально-фазових описуватись еквівалентними диференціальними рівняннями не вище другого порядку, що мають вигляд

$$a_2^* \frac{d^2 y}{dt^2} + a_1^* \frac{dy}{dt} + a_0^* y(t) = b_0^* x(t-\tau) 1(t-\tau) \tag{4}$$

або

$$a_2^* \frac{d^2 y}{dt^2} + a_1^* \frac{dy}{dt} + a_0^* y(t) = \left[b_1^* \frac{dx(t-\tau)}{dt} + b_0^* x(t-\tau) \right] 1(t-\tau), \tag{5}$$

де τ — відрізок часу, на який «запізнюється» реакція динамічної системи на вхідний сигнал, а $1(t-\tau)$ — одинична сходинкова функція, яка обнулює усі значення відповідного процесу зі значеннями часу $t < \tau$.

У цій же роботі запропоновано метод ідентифікації еквівалентних математичних моделей, що мають вигляд (4), (5).

Зазначимо, що в математичних моделях (1)—(5) $x(t)$ — сигнал, який подається на вхід динамічної системи, а $y(t)$ — сигнал, який маємо на виході цієї динамічної системи, тобто, який є реакцією системи на вхідний сигнал.

В цій роботі висунемо гіпотезу, що і процеси в замкнутій лінійній мінімально-фазовій динамічній системі з ПІД-регуляторами, що описуються в загальному випадку рівняннями (1), в класі немінімально-фазових теж можна описувати еквівалентними диференціальними рівняннями не вище другого порядку, але у вигляді

$$a_2^* \frac{d^2 y}{dt^2} + a_1^* \frac{dy}{dt} + a_0^* y(t) = \left[b_2^* \frac{d^2 x(t-\tau)}{dt^2} + b_1^* \frac{dx(t-\tau)}{dt} + b_0^* x(t-\tau) \right] 1(t-\tau), \tag{6}$$

і поставимо задачу побудувати метод ідентифікації еквівалентних моделей, що мають вигляд (6), сам факт створення алгоритму реалізації якого і буде підтвердженням правильності висунутої нами гіпотези.

Розв'язання поставленої задачі

Почнемо з припущення, що висунута нами гіпотеза підтверджується, а тому одразу почнемо будувати метод ідентифікації математичної моделі (6) таким чином, щоб вона виявилась еквівалентною до моделі (1). Як і у роботах [1]—[3], для отримання розрахункових співвідношень методу «зануримо» обидві моделі — і ту, що є еквівалентом, і ту, еквівалент якої визначається, в частотну область.

Тож для математичної моделі (1), як показано в роботах [1], [2], матимемо:

$$W_n(p) = \frac{b_2 p^2 + b_1 p + b_0}{a_n p^n + a_{n-1} p^{n-1} + ... + a_1 p + 1}; \tag{7}$$

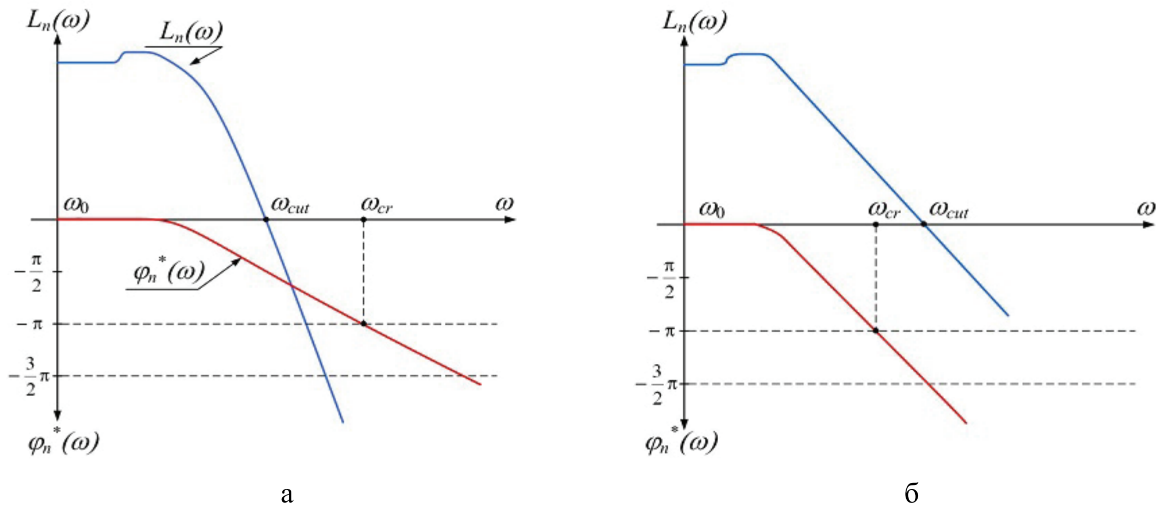
$$W_n(j\omega) = W_n(p)\big|_{P=j\omega} = R_n(\omega) + jQ_n(\omega) = A_n(\omega) e^{\phi_n(\omega)}; \tag{8}$$

$$A(\omega) = \sqrt{R^2(\omega) + Q^2(\omega)}; \tag{9}$$

$$\phi(\omega) = \mathrm{arctg} \frac{Q(\omega)}{R(\omega)}; \tag{10}$$

$$L_n(\omega) = 20 \lg A_n(\omega); \tag{11}$$

$$L_n\left(\omega_{cut}\right) = 0; \;\; \phi_n\left(\omega_{cr}\right) = -\pi; \tag{12}$$



Орієнтовні графіки ЛАЧХ і ЛФЧХ розімкнутого контуру замкнутої лінійної динамічної системи, процеси в якій описуються математичною моделлю (1), для випадків, коли: а — виконується (13), б — виконується (14)

$$\omega_{cut} < \omega_{cr}; \tag{13}$$

$$\omega_{cut} > \omega_{cr}. \tag{14}$$

А для математичної моделі (6), як випливає з роботи [3], матимемо:

$$W_2^*(p) = \frac{b_2^* p^2 + b_1^* p + b_0^*}{a_2^* p^2 + a_1^* p + 1} e^{-p\tau}. \tag{15}$$

Нагадаємо, що лише тоді, коли виконується нерівність (13), стійка розімкнута динамічна система у разі її замикання одиничним негативним зворотним зв’язком, як це має місце в системах автоматичного керування з ПІД-регуляторами, залишається стійкою. А якщо ж має місце нерівність (14), то стійка розімкнута динамічна система у разі її замикання одиничним негативним зворотним зв’язком втрачає стійкість і стає некерованою. Саме тому при синтезі еквівалентної математичної моделі критична частота ω_{cr} динамічної системи, розімкнутий контур якої замикається одиничним негативним зворотним зв’язком і для спрощення аналізу її модель еквівалентується, повинна залишатись після еквівалентування такою ж, якою вона була до еквівалентування — і це накладає обмеження на метод ідентифікації еквівалентної моделі.

Нагадаємо також і те, що АЧХ $A_n(\omega)$ та ФЧХ $\varphi_n(\omega)$ для розімкнутого контуру динамічної системи, еквівалентну модель якої ми хочемо синтезувати, вважатимемо знятими експериментально з використанням стандартного комплекту приладів для зняття частотних характеристик, який складається з генератора синусоїдальних сигналів, подвійного пікового вольтметра та частотоміра-фазометра, що серійно випускаються промисловістю, тобто, що нам є відомими експериментально визначені числові множини $A_n(\omega_i)$, $i = 1, 2, \ldots, N$ та $\varphi_n(\omega_i)$, $i = 1, 2, \ldots, N$ та розрахована згідно зі співвідношенням (9) числова множина $L_n(\omega_i)$, $i = 1, 2, \ldots, N$.

А далі, використовуючи співвідношення (8)—(10), (15), знайдемо

$$W_2^*(j\omega) = \frac{b_2^*(j\omega)^2 + b_1^*(j\omega) + b_0^*}{a_2^*(j\omega)^2 + a_1^*(j\omega) + 1} e^{-j\omega\tau} =$$

$$= \left[\frac{\left(b_0^* - b_2^*\omega^2\right)\left(1 - a_2^*\omega^2\right) + b_1^* a_1^* \omega^2}{\left(1 - a_2^*\omega^2\right)^2 + \left(a_1^*\omega\right)^2} + j \frac{b_1^*\omega\left(1 - a_2^*\omega^2\right) - \left(b_0^* - b_2^*\omega^2\right) a_1^*\omega}{\left(1 - a_2^*\omega^2\right)^2 + \left(a_1^*\omega\right)^2} \right] e^{-j\omega\tau}; \tag{16}$$

$$A_2^*(\omega) = \frac{\sqrt{\left[\left(b_0^* - b_2^*\omega^2\right)\left(1 - a_2^*\omega^2\right) + b_1^* a_1^* \omega^2\right]^2 + \left[b_1^*\omega\left(1 - a_2^*\omega^2\right) - \left(b_0^* - b_2^*\omega^2\right) a_1^*\omega\right]^2}}{\left(1 - a_2^*\omega^2\right)^2 + \left(a_1^*\omega\right)^2}; \tag{17}$$

$$\phi_2^*(\omega) = -\operatorname{arctg}\frac{\left(b_0^* - b_2^*\omega^2\right)a_1^*\omega - b_1^*\omega\left(1 - a_2^*\omega^2\right)}{b_1^* a_1^*\omega^2 + \left(b_0^* - b_2^*\omega^2\right)\left(1 - a_2^*\omega^2\right)} - \omega\tau; \tag{18}$$

$$\begin{aligned} L_2^*(\omega) = 10\Big\{\lg\Big[\Big(\left(b_0^* - b_2^*\omega^2\right)\left(1 - a_2^*\omega^2\right) + b_1^* a_1^*\omega^2\Big)^2 + \Big(b_1^*\omega\left(1 - a_2^*\omega^2\right) - a_1^*\omega\left(b_0^* - b_2^*\omega^2\right)\Big)^2\Big]\Big\} - \\ - 20\lg\Big(\left(1 - a_2^*\omega^2\right)^2 + \left(a_1^*\omega\right)^2\Big). \end{aligned} \tag{19}$$

У цій статті приведено вирази для ЛАЧХ і ЛФЧХ системи, еквівалентна модель якої синтезується, і орієнтовні графіки цих характеристик задля того, щоб зберегти загальноприйняті визначення частоти зрізу ω_{cut} та критичної частоти ω_{cr}, а також задля того, щоб зберегти її зв'язок з роботами [1]—[3], але для отримання розрахункових співвідношень алгоритму методу ідентифікації математичної моделі (6) ми у цій статті використаємо дещо інші співвідношення.

З виразу (6) видно, що для ідентифікації математичної моделі динамічної системи, яка являє собою систему автоматичного керування з ПІД-регулятором, замкнутим одиничним негативним зворотним зв'язком, необхідно визначити чисельні значення параметрів

$$\{b_2^*, b_1^*, b_0^*, a_2^*, a_1^*, \tau\} \tag{20}$$

цієї моделі, яких, як бачимо, є шість.

Цілком очевидно, що модель системи, що еквівалентується, та модель еквівалентної системи повинні забезпечувати незмінність статичної характеристики

$$y = b_0 x, \tag{21}$$

яку матимемо, прирівнявши нулю усі похідні в рівнянні (6). А це означає, що повинна виконуватись рівність

$$b_0 = b_0^*, \tag{22}$$

з якої з урахуванням виразів (7), (8) та (17) випливає, що

$$b_0^* = A_n(0). \tag{23}$$

Очевидно також, що обидві моделі повинні забезпечувати рівність ФЧХ та АЧХ на критичній частоті ω_{cr}, що, з урахуванням виразів (7)—(10) та (17), (18), дає нам право записати ще два рівняння, а саме:

$$A_n(\omega_{cr}) = \frac{\sqrt{\left[\left(b_0^* - b_2^*\omega_{cr}^2\right)\left(1 - a_2^*\omega_{cr}^2\right) + b_1^* a_1^*\omega_{cr}^2\right]^2 + \left[b_1^*\omega_{cr}\left(1 - a_2^*\omega_{cr}^2\right) - \left(b_0^* - b_2^*\omega_{cr}^2\right)a_1^*\omega_{cr}\right]^2}}{\left(1 - a_2^*\omega_{cr}^2\right)^2 + \left(a_1^*\omega_{cr}\right)^2}; \tag{24}$$

$$-\pi = -\operatorname{arctg}\frac{\left(b_0^* - b_2^*\omega_{cr}^2\right)a_1^*\omega_{cr} - b_1^*\omega_{cr}\left(1 - a_2^*\omega_{cr}^2\right)}{b_1^* a_1^*\omega_{cr}^2 + \left(b_0^* - b_2^*\omega_{cr}^2\right)\left(1 - a_2^*\omega_{cr}^2\right)} - \omega_{cr}\tau, \tag{25}$$

в яких чисельне значення параметра b_0^* нам уже відоме з рівняння (23).

Звертаємо увагу на те, що числове значення критичної частоти ω_{cr} визначається з експериментально знятої ФЧХ системи, що еквівалентується, згідно з другим рівнянням у виразі (12).

Отже, сформувавши вирази (23)—(25), отримано три рівняння для визначення числових значень параметрів множини (20), але оскільки їх у цій множині шість, то для однозначного їх визначення нам потрібно сформувати ще три рівняння, адже однозначно визначити шість невідомих можна лише з системи шести рівнянь, складених відносно цих невідомих. Ці три рівняння ми синтезуємо, скориставшись критерієм мінімуму суми квадратів відхилень експериментально знятої $\varphi_n(\omega_i)$, $i = 1, 2, \ldots, N$ та еквівалентної $\phi_2^*(\omega_i), i = 1, 2, ..., N$ ФЧХ, тобто, скориставшись виразом

$$\Sigma = \sum_{i=1}^{N}\left[\phi_n(\omega_i) - \phi_2^*(\omega_i)\right]^2, \tag{26}$$

який після підстановки в нього виразу (18) набуває вигляду

$$\Sigma = \sum_{i=1}^{N}\left[\phi_n\left(\omega_i\right) + \operatorname{arctg}\frac{\left(b_0^* - b_2^*\omega_i^2\right)a_1^*\omega_i - b_1^*\omega_i\left(1 - a_2^*\omega_i^2\right)}{b_1^* a_1^*\omega_i^2 + \left(b_0^* - b_2^*\omega_i^2\right)\left(1 - a_2^*\omega_i^2\right)} + \omega_i\tau]^2\right]. \qquad (27)$$

Згідно з ідеологією методу найменших квадратів для синтезу рівнянь, розв’язанням яких знаходяться невідомі параметри множини (20), необхідно взяти частинні похідні по параметрах, які визначаються, від критеріальної функції (27) і прирівняти їх нулю. В якості одного з цих параметрів візьмемо запізнення τ, що ж до двох інших, то це можуть бути будь-які два параметри з четвірки $a_2^*, a_1^*, b_2^*, b_1^*$, наприклад, параметри a_2^*, a_1^*.

Отже, потрібні нам три рівняння матимуть вигляд:

$$\begin{cases} \dfrac{\partial\Sigma}{\partial\tau} = 0; \\ \dfrac{\partial\Sigma}{\partial a_2^*} = 0; \\ \dfrac{\partial\Sigma}{\partial a_1^*} = 0. \end{cases} \qquad (28)$$

Підставляючи в систему рівнянь (28) вираз (27) та беручи відповідні частинні похідні і спрощуючи, матимемо:

– з першого рівняння системи (28)

$$\sum_{i=1}^{N}\left[\phi_n\left(\omega_i\right) + \operatorname{arctg}\frac{f_1(\cdot)}{f_2(\cdot)} + \omega_i\tau\right]\omega_i = 0; \qquad (29)$$

– з другого рівняння системи (28)

$$\sum_{i=1}^{N}\left[\phi_n\left(\omega_i\right) + \operatorname{arctg}\frac{f_1(\cdot)}{f_2(\cdot)} + \omega_i\tau\right]\frac{1}{f_1^2(\cdot) + f_2^2(\cdot)}\left[b_1^*\omega_i^3 f_2(\cdot) - \left(b_2^*\omega_i^4 - b_0^*\omega_i^2\right)f_1(\cdot)\right] = 0; \qquad (30)$$

– з третього рівняння системи (28)

$$\sum_{i=1}^{N}\left[\phi_n\left(\omega_i\right) + \operatorname{arctg}\frac{f_1(\cdot)}{f_2(\cdot)} + \omega_i\tau\right]\frac{1}{f_1^2(\cdot) + f_2^2(\cdot)}\left[\left(b_0^*\omega_i - b_2^*\omega_i^3\right)f_2(\cdot) - b_1^*\omega_i^2 f_1(\cdot)\right] = 0, \qquad (31)$$

де

$$f_1(\cdot) = f_1\left(b_2^*, b_1^*, b_0^*, a_2^*, a_1^*\right) = \left(b_0^* a_1^* - b_1^*\right)\omega_i + \left(b_1^* a_2^* - b_2^* a_1^*\right)\omega_i^3; \qquad (32)$$

$$f_2(\cdot) = f_2\left(b_2^*, b_1^*, b_0^*, a_2^*, a_1^*\right) = b_0^* + \left(b_1^* a_1^* - b_0^* a_2^* - b_2^*\right)\omega_i^2 + b_2^* a_2^*\omega_i^4. \qquad (33)$$

Розв’язуючи спільно рівняння (23)—(25) та (29)—(31) відносно множини параметрів (20), отримаємо числові значення цих параметрів, які позначимо

$$\left\{b_2^{**}, b_1^{**}, b_0^{**}, a_2^{**}, a_1^{**}, \tau^*\right\}. \qquad (34)$$

Підставляючи числові значення параметрів із множини (34) в диференціальне рівняння (6), отримаємо еквівалентну немінімально-фазову математичну модель розімкнутого контуру лінійної мінімально-фазової динамічної системи автоматичного керування динамічним об’єктом з ПІД-регулятором, розімкнутий контур якої описується диференціальним рівнянням (1), у вигляді диференціального рівняння з аргументом, що запізнюється

$$a_2^{**}\frac{d^2 y}{dt^2} + a_1^{**}\frac{dy}{dt} + a_0^{**}y(t) = \left[b_2^{**}\frac{d^2 x\left(t-\tau^*\right)}{dt^2} + b_1^{**}\frac{dx\left(t-\tau^*\right)}{dt} + b_0^{**}x\left(t-\tau^*\right)\right]1\left(t-\tau^*\right), \qquad (35)$$

метод ідентифікації параметрів якої викладено вище в процесі синтезу відповідної системи рівнянь, з яких визначаються числові значення цих параметрів.

Залишилось з'ясувати лише одне — чи завжди така задача має розв'язок, тобто, чи завжди висунута гіпотеза можливості еквівалентування лінійної мінімально-фазової динамічної системи, що описується диференціальним рівнянням високого порядку за наявності похідних і у правій частині цього рівняння, в класі немінімально-фазових, тобто, в класі диференціальних рівнянь не вище другого порядку з аргументом, що запізнюється, матиме підтвердження?

Цілком очевидно, що відповідь на це запитання зводиться до того, чи завжди система рівнянь (23)—(25), (29)—(31) буде сумісною, оскільки лише сумісна система рівнянь має однозначний розв'язок.

Рівнянь у системі маємо шість, три із яких — (23)—(25) є «жорсткими», зв'язаними зі значенням АЧХ та ФЧХ на кінцях інтервалу частот, на якому здійснюється еквівалентування та ідентифікація еквівалентної моделі. І якби інші три рівняння — (29)—(31) теж були «жорсткими», тобто, прив'язаними до конкретних значень обох частотних характеристик, що використовуються при синтезі алгоритму ідентифікації, то система цих шести рівнянь у більшості випадків була б несумісною. Але оскільки рівняння (29)—(31) ми отримали, використавши критерій найменших квадратів, який синтезує «м'які» рівняння, тобто, не прив'язані до конкретних значень частотних характеристик у внутрішніх точках частотного інтервалу, на якому здійснюється еквівалентування та ідентифікація, то ці рівняння виконують роль припасовуючих для «жорстких» рівнянь (23)—(25), що забезпечує сумісність системи синтезованих шести рівнянь — (23)—(25), (29)—(31) завжди.

Висновки

1. Для замкнутих систем автоматичного керування лінійними мінімально-фазовими динамічними об'єктами з ПІД-регуляторами, процеси в яких описуються математичними моделями у вигляді звичайних лінійних диференціальних рівнянь високого порядку, запропоновано метод синтезу математичних моделей у вигляді диференціальних рівнянь не вище другого порядку в класі немінімально-фазових, тобто,у вигляді диференціальних моделей не вище другого порядку з аргументом, який запізнюється на певний час в процесі проходженні сигналу зі входу системи на вихід.
2. Запропоновано також метод ідентифікації еквівалентних моделей, в основу якого покладене занурення математичних моделей, визначених на часовій осі, в частотну область.
3. Для побудови розрахункових співвідношень запропонованого методу ідентифікації еквівалентних моделей використано частотні характеристики.
4. В якості критерію оптимізації параметрів еквівалентних моделей використано критерій найменших квадратів.
5. В якості головного обмеження при розв'язанні задачі пошуку оптимальних значень параметрів еквівалентних моделей використано рівність критичної частоти еквівалентної системи та системи, що еквівалентується, оскільки саме значенням критичної частоти визначається здатність лінійної динамічної системи зберігати чи втрачати стійкість при її замиканні одиничним негативним зворотним зв'язком, а тому при еквівалентуванні необхідно для еквівалентної моделі встановлювати те ж значення критичної частоти, яке має реальна динамічна система, еквівалентна математична модель якої синтезується.

СПИСОК ВИКОРИСТАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ

[1] Б. И. Мокин, и И. А.Чернова «Построение математической модели минимального порядка для линейной динамической системы с обратной связью,» *Международный научно-технич. журнал «Проблемы управления и информации»,* № 2, с. 59-66, 2017.

[2] Borys I. Mokin, and Iryna A. Chernova "Construction of a mathematical model of the minimum order for a linear dynamical system with feedback," *Journal of Automation and Information Sciences*, vol. 49, Issue 3, pp. 69-77, 2017. ISSN Print: 1064-2315, ISSN Online: 2163-9337.

[3] В. Б. Мокін, О. Б. Мокін, Б. І. Мокін, С. О. Довгополюк, та І. О. Чернова «Еквівалентування математичних моделей мінімально-фазових систем високого порядку в класі не мінімально-фазових,» *Вісник Вінницького політехнічного інституту*, № 6, с. 111-121, 2017.

Рекомендована до друку кафедрою відновлювальної енергетики та транспортний електричних систем і комплексів ВНТУ

Стаття надійшла до редакції 15.05.2018

Мокін Борис Іванович — академік НАПН України, д-р техн. наук, професор, професор кафедри відновлювальної енергетики та транспортних електричних систем і комплексів, професор кафедри системного аналізу, комп'ютерного моніторингу та інженерної графіки, e-mail: borys.mokin@gmail.com ;

Мокін Віталій Борисович — д-р техн. наук, професор, завідувач кафедри системного аналізу, комп'ютерного моніторингу та інженерної графіки, e-mail: vbmokin@gmail.com ;

Мокін Олександр Борисович — д-р техн. наук, професор, завідувач кафедри відновлювальної енергетики та транспортних електричних систем і комплексів, e-mail: abmokin@gmail.com ;

Чернова Ірина Олександрівна — аспірантка кафедри відновлювальної енергетики та транспортних електричних систем і комплексів, e-mail: ira.chernova85@gmail.com .

Вінницький національний технічний університет, м. Вінниця.

B. I. Mokin[1]
V. B. Mokin[1]
O. B. Mokin[1]
I. O. Chernova[1]

Equivalence of Models of Minimally-Phase Linear Automatic Control Systems with PID-Regulators in a Non-Minium Phase

[1]Vinnytsia National Technical University

For closed automatic control systems of linear minimum phase dynamic objects with PID controllers, the processes in which are described by mathematical models in the form of ordinary linear differential equations of high order, the article proposes a method for synthesizing mathematical models in the form of differential equations of not higher than the second order in the class of nonminimum phase ones, i.e. in the form of differential models of not higher than the second order with an argument which delays for a period of passing an input signal of the system to its output.

The article also presents a method for identifying equivalent models based on the transferring of mathematical models defined on the time domain to the frequency domain.

To derive the calculated ratios of the proposed method of identifying equivalent models, there were used the frequency characteristics.

As a criterion for optimizing parameters of the equivalent models, the criterion of least squares was used.

As the main constraint in solving the problem of finding the optimal values of parameters of the equivalent models, there was chosen an equality of the critical frequencies of the equivalent system and the initial one, because it is the value of the critical frequency that determines the ability of a linear dynamical system to retain or lose stability when it is closed by a unity negative feedback, and therefore, when equivalenting, it is necessary for the equivalent model to set the same value of the critical frequency that the real dynamic system has, for which equivalenting is used.

Keywords: closed minimum phase linear automatic control system, high-order mathematical model, equivalenting, nonminimum phase system, mathematical model not higher than the second order.

Mokin Borys I. — Academician of NAPS of Ukraine, Dr. Sc. (Eng.), Professor, Professor of the Chair of Renewable Energy and Transport Electrical Systems and Complexes, Professor of the Chair of System Analysis, Computer Monitoring and Engineering Graphics, e-mail: borys.mokin@gmail.com ;

Mokin Vitalii B. — Dr. Sc. (Eng.), Professor, Head of the Chair of System Analysis, Computer Monitoring and Engineering Graphics, e-mail: vbmokin@gmail.com ;

Mokin Oleksandr B. — Dr. Sc. (Eng.), Professor, Head of the Chair of Renewable Energy and Transport Electrical Systems and Complexes, e-mail: abmokin@gmail.com ;

Chernova Iryna O. — Post-Graduate Student of the Chair of Renewable Energy and Transport Electrical Systems and Complexes, e-mail: ira.chernova85@gmail.com

Б. И. Мокин[1]
В. Б. Мокин[1]
А. Б. Мокин[1]
И. А. Чернова[1]

Эквивалентирование моделей минимально-фазовых линейных систем автоматического управления с ПИД-регуляторами в классе неминимально-фазовых

[1]Винницкий национальный технический университет

Для замкнутых систем автоматического управления линейными минимально-фазовыми динамическими объектами с ПИД-регуляторами, процессы в которых описываются математическими моделями в виде обыкновенных линейных дифференциальных уравнений высокого порядка, предложен метод синтеза математических моделей в виде дифференциальных уравнений не выше второго порядка в классе неминимально-фазовых, то есть, в виде дифференциальных моделей не выше второго порядка с аргументом, запаздывающим на определенное время в процессе прохождения сигнала со входа системы на выход.

Предложен также метод идентификации эквивалентных моделей, в основу которого положено погружение математических моделей, определенных на временной оси, в частотную область.

Для построения расчетных соотношений предложенного метода идентификации эквивалентных моделей использованы частотные характеристики.

В качестве критерия оптимизации параметров эквивалентных моделей использован критерий наименьших квадратов.

В качестве главного ограничения при решении задачи поиска оптимальных значений параметров эквивалентных моделей использовано равенство критической частоты эквивалентной системы и системы, которая эквивалентируется, поскольку именно значением критической частоты определяется способность линейной динамической системы сохранять или терять устойчивость при ее замыкании единичной отрицательной обратной связью, поэтому при эквивалентировании необходимо для эквивалентной модели устанавливать то же значение критической частоты, которое имеет реальная динамическая система, эквивалентная математическая модель которой синтезируется.

Ключевые слова: замкнутая минимально-фазовая линейная система автоматического управления, математическая модель высокого порядка, эквивалентирование, неминимально-фазовая система, математическая модель не выше второго порядка.

Мокин Борис Иванович — академик НАПН Украины, д-р техн. наук, профессор, профессор кафедры возобновляемой энергетики и транспортных электрических систем и комплексов, профессор кафедры системного анализа, компьютерного мониторинга и инженерной графики, e-mail: borys.mokin@gmail.com ;

Мокин Виталий Борисович — д-р техн. наук, профессор, заведующий кафедрой системного анализа, компьютерного мониторинга и инженерной графики, e-mail: vbmokin@gmail.com ;

Мокин Александр Борисович — д-р техн. наук, профессор, заведующий кафедрой возобновляемой энергетики и транспортных электрических систем и комплексов, e-mail: abmokin@gmail.com ;

Чернова Ирина Александровна — аспирант кафедры возобновляемой энергетики и транспортных электрических систем и комплексов, e-mail: ira.chernova85@gmail.com