ІНФОРМАЦІЙНІ ТЕХНОЛОГІЇ ТА КОМП'ЮТЕРНА ТЕХНІКА

https://doi.org/10.31649/1997-9266-2019-143-2-61-77

УДК 81.327.12

В. В. Ковтун[1]

НАПІВМАРКОВСЬКЕ ОЦІНЮВАННЯ ГАРАНТОСПРОМОЖНОСТІ ІНФОРМАЦІЙНОЇ СИСТЕМИ КРИТИЧНОГО ЗАСТОСУВАННЯ

[1]Вінницький національний технічний університет

Інформаційну систему критичного застосування (ІСКЗ) можна класифікувати як комплексну, розгалужену інформаційну системи яка працює у програмно-апаратному середовищі мережевої клієнт-серверної системи. Якщо оцінювання гарантоспроможності апаратної складової ІСКЗ можна виконати застосувавши відомі, апробовані, коректні методи, то оцінювання гарантоспроможності інформаційної її складової вимагає додаткових досліджень, пов'язаних зі специфічними особливостями архітектури системи, з критичним її застосуванням. Зокрема, об'єктно-орієнтованого опису потребують такі індикатори гарантоспроможності як надійність, відновлюваність, структурна надлишковість, а також, необхідно врахувати специфічну інтерпретацію поняття функціонального стану такої системи. Аналіз результатів інформаційного пошуку показав, що оптимальним з позиції врахування архітектурних особливостей ІСКЗ та специфіки перебігу процесу її функціонування виявляється побудова моделей для оцінювання її гарантоспроможності на основі математичного апарату мереж Маркова. Отже, вперше запропоновано комплекс керованих напівмарковських моделей, які описують динаміку процесу функціонування інформаційної системи критичної застосування, у яких, на відміну від існуючих, модельовану систему розглянуто як систему з багатьма станами, у напівмарковському описі якої узгоджуються стани, описувані різними розподілами, що дозволило формалізувати оцінювання максимуму функції правдоподібності і параметрів напівмарковського процесу, який описує життєвий цикл ІСКЗ, для можливих типів розподілів його станів, ідентифікувати функції марковського відновлення і напівмарковської перехідної матриці цього процесу та сформулювати вирази для розрахунку індикаторів гарантоспроможності модельованої системи. У статті синтезовано вирази для розрахунку правдоподібності для нецензурованих і цензурованих визначених відрізків напівмарковських процесів з однією та багатьма траєкторіями розвитку, які моделюють життєвий цикл ІСКЗ. Синтезовано вирази для оцінювання максимальної правдоподібності і оцінювання параметрів вихідного класу розподілів, базових для визначеного напівмарковського процесу. Отримано вирази для оцінювання таких інтегральних характеристик гарантоспроможності ІСКЗ як надійність, доступність, ремонтопридатність, інтенсивність відмов і середня тривалість безвідмовної роботи системи у формалізмі отриманих напівмарковських моделей. Аналітично доведено коректність отриманих оцінок параметрів напівмарковського процесу, який моделює роботу інформаційної системи критичного застосування. Проведено емпіричні дослідження, у яких апробовано запропоновану методику оцінювання гарантоспроможності ІСКЗ, які довели, зокрема, що аналітична оцінка надійності модельованої системи наближається до реального значення цієї характеристики зі зростанням інтервалу спостереження за функціонуванням ІСКЗ, а довірчий інтервал для розрахованої на основі запропонованих моделей надійності накриває дійсне значення цієї характеристики.

Ключові слова: інформаційна система критичного застосування, гарантоспроможність, керований напівмарковський процес, система з багатьма станами, стохастичне моделювання.

Вступ

Інформаційну систему критичного застосування (ІСКЗ) [1], [2] можна класифікувати як комплексну, розгалужену інформаційну системи яка працює у середовищі мережевої клієнт-серверної системи, апаратна частина якої, у першому наближенні, включає множину обчислювальних машин класу «сервер» і «клієнт», засобів і каналів зв'язку, засобів введення—виведення інформації тощо. Зазначимо, що для оцінювання гарантоспроможності апаратної складової ІСКЗ можна вжити відомі, апробовані, коректні методи [3], [4], тоді як оцінювання гарантоспроможності інформаційної її складової вимагає додаткових досліджень, пов'язаних зі специфікою оцінювання таких індикаторів гарантоспроможності як надійність, відновлюваність, структурна надлишковість, та інтерпретацію поняття функціонального стану ІСКЗ тощо. Зокрема, забезпечення такої складової інформаційної безпеки ІСКЗ як конфіденційність підтримується автоматизованою системою розпізнавання особи суб'єкта, який бажає отримати доступ до ресурсів ІСКЗ, [2], [5]. Рішення щодо встановлення особи суб'єкта приймається на основі узагальнення результатів роботи ансамблю класифікаторів, які аналізують запропоновані суб'єктом індивідуальні ідентифікатори, у тому числі і таку біометричну характеристику як голос. Звичайно, рішення класифікаторів може не збігатися — ця обставина, причини її виникнення та необхідність її врахування зумовлюють віднесення ІСКЗ до класу систем з багатьма станами [6], що додатково ускладнює процес її моделювання.

Однозначним показником функціональної якості ІСКЗ можна вважати зафіксовану протягом встановленого періоду експлуатації системи кількість збоїв у її роботі. Існує ціла плеяда моделей, у яких по-різному інтерпретується цей показник для вирішення задачі оцінювання гарантоспроможності модельованої системи. Виділимо, зокрема, моделі, які аналізують час між збоями у роботі системи; моделі, які аналізують кількість збоїв у роботі системи за фіксований час її експлуатації; моделі, що аналізують реакцію системи на спровоковані збої у її роботі; моделі, що аналізують реакцію системи на заздалегідь підготовлений комплекс тестових вхідних даних.

Моделі першого типу [7]—[9] використовують математичний апарат аналізу часових рядів для ідентифікації параметрів статистичного розподілу, який найкращим чином описує інтервали між збоями у роботі системи. Адекватність таких моделей істотно залежить від якості і обсягу емпіричних даних про експлуатацію модельованої системи. Також при побудові цього типу моделей враховується лише факт збою без аналізу причинно-наслідкових зв'язків його виникнення, що у випадку моделювання систем із самонавчанням стає додатковим джерелом збурень.

Моделі другого типу [8], [10] аналізують дані про кількість збоїв на визначеному часовому інтервалі експлуатації модельованої системи. При цьому припускається, що кількість збоїв у часі відповідає певному стохастичному процесу з неперервною або дискретною функцією інтенсивності, оцінюваної на основі емпіричних даних. Більшість моделей цього типу базуються на розподілі Пуассона і відрізняються, здебільшого, способом обчислення параметрів цього розподілу. Недоліки моделей цього типу аналогічні сформульованим для моделей першого типу.

У моделях третього типу [11]—[13] за допомогою методів комбінаторики та максимальної правдоподібності оцінюється як інформація про кількість зафіксованих у процесі експлуатації модельованої системи збоїв з невідомими джерелами походження, так і інформація про кількість збоїв, спровокованих відомою послідовністю дій, захист від яких повинен був бути закладеним у системній політиці безпеки. Ці моделі дають в тому числі і причино-наслідкову оцінку збоїв у процесі функціонування модельованої системи. Цей підхід до моделювання дає системну оцінку гарантоспроможності модельованої системи, але частина експериментів, результати яких враховуються, все ж залишаються неконтрольованими, що знижає якість моделювання.

Моделі четвертого типу [8], [9] синтезують на основі результатів контрольованих експериментів, коли збої у роботі системи виникають, здебільшого, з причини виходу значень вхідних параметрів за межі, встановлені на етапі проектування модельованої системи. Враховуючи, що причини збоїв зазвичай взаємопов'язані, моделі цього типу будують на основі апарату ланцюгів Маркова [14]—[16] що дозволяє врахувати мультипоточність у роботі модельованої системи і неоднорідність процесу відновлення її функціонального стану після збоїв. Поведінку реальних комплексних інформаційних систем якісніше описують напівмарковські моделі, позаяк процес відновлення функціонального стану системи може описуватися не тільки експоненційною функцією розподілу. Структурні особливості описуваної системи в цьому типі моделювання можна врахувати введенням графу потоку управління, у якому процес передачі управлінця між структурними елементами системи описується марковським ланцюгом або кількома — для систем з багатьма станами. Згадані моделі гарантоспроможності відносяться до параметричного класу, тоді як існують і непараметричні моделі [3], [4], побудовані, наприклад, на основі штучних нейромереж [17], [18] які дозволяють апроксимувати довільні нелінійні неперервні функції з необхідною точністю. Втім, у разі синтезу таких моделей не враховуються структурні особливості описуваної системи, а якість отримуваних моделей значно залежить від типу, налаштувань і організації процесу навчання використовуваних нейромереж.

Враховуючи сказане, оптимальним з позиції врахування архітектурних особливостей ІСКЗ та специфіки перебігу процесу її функціонування виявляється побудова моделей для оцінювання її гарантоспроможності на основі математичного апарату напівмарковських моделей. Об'єктом дослідження є процес функціонування інформаційної системи критичного застосування. Предметом дослідження є напівмарковська модель цього процесу з урахуванням архітектури ІСКЗ і визначенням її функціональних станів.

Метою дослідження є підвищення якості функціонування ІСКЗ за рахунок впровадження отриманих результатів моделювання її гарантоспроможності для синтезу оптимальної конфігурації системної політики безпеки із заданими на етапі проектування системи експлуатаційними умовами.

Задачами дослідження є: отримання комплексного опису ІСКЗ як системи з багатьма станами у вигляді напівмарковських процесів різних видів; синтез виразів для розрахунку правдоподібності для нецензурованих і цензурованих визначених відрізків напівмарковських процесів з однією та багатьма траєкторіями розвитку, які моделюють життєвий цикл ІСКЗ, що розглядається як система з багатьма станами; синтез виразів для оцінювання максимальної правдоподібності і оцінювання параметрів вихідного класу розподілів, базових для визначеного напівмарковського процесу; синтез виразів для оцінювання таких інтегральних характеристик гарантоспроможності ІСКЗ як надійність, доступність, ремонтопридатність, інтенсивність відмов і середня тривалістю безвідмовної роботи системи у формалізмі отриманих напівмарковських моделей.

Постановка задачі дослідження

Якщо результативність роботи ІСКЗ оцінювати за шкалою рівнів комплексного якісного показника, то її можна віднести до класу систем з багатьма станами. Динаміку функціонування такої системи у імовірнісному просторі (Ω, F, P) [19] можна описати послідовністю станів, узагальнених множиною $E=\{1,2,\ldots,N\}$, де стан з номером «1» характеризує ситуацію, коли ІСКЗ показує найменшу продуктивність роботи, а стан «*N*», відповідно, виступає антагоністом стану «1». Найкращим математичним апаратом для формалізації такого процесу буде мережа Маркова. В контексті оцінювання гарантоспроможності ІСКЗ для моделювання останньої зупинимося на напівмарковських моделях, які дозволяють узгоджувати стани з різними розподілами та описом механізму стрибкоподібних переходів між ними. Тривалість перебування системи у певному стані визначається видом розподілу, що його характеризує. Ця обставина підтверджує доцільність дослідження впливу виду розподілу на динаміку напівмарковської моделі, що описує роботу ІСКЗ, а представлення системи керованим напівмарковським процесом дозволяє встановити значення керованих параметрів системи, за яких інтегральна оцінка її гарантоспроможності буде максимальною. Матеріал, який розкриває цей тезис, викладено в основній частині статті з аналітичним і емпіричним доведенням його коректності у фінальній її частині.

Напівмарковське моделювання ІСКЗ як системи з багатьма станами

Нехай простір станів ІСКЗ скінченний і описується множиною $E=\{1,\ldots,N\}$, $N<\infty$, а поведінка системи у часі описується стохастичним процесом $Z=(Z_t)_{t\in\Re_+}$. Опишемо: множиною $S=(S_n)_{n\in\aleph}$ моменти часу, коли ІСКЗ змінює свій стан зі збереженням функціональності; множиною $J=(J_n)_{n\in\aleph}$ — відповідні переходам S номери кінцевих станів, у які переходила система; множиною $X=(X_n)_{n\in\aleph}=(S_n-S_{n-1})_{n\in\aleph}$ — тривалість перебування ІСКЗ у $J=(J_n)_{n\in\aleph}$ станах (для вихідного стану $X_0=S_0=0$). Використовуючи ці позначення життєвий цикл ІСКЗ можна описати відновлюваним марковським процесом (ВМП) $(J,S)=(J_n,S_n)_{n\in\aleph}$, для всіх елементів якого виконується рівність $\mathrm{P}\left(J_{n+1}=j, S_{n+1}-S_n\le t \middle| J_0,\ldots,J_n;S_1,\ldots,S_n\right)=\mathrm{P}\left(J_{n+1}=j,S_{n+1}-S_n\le t\middle| J_n\right)$, де $j\in E$, $t\in\Re_+$. Для оцінювання динаміки ІСКЗ, описуваної (J,S), на часовому інтервалі $(0,t]$ використаємо модель напівмарковського процесу (НМП) $Z=(Z_t)_{t\in\Re_+}$, для якого $Z_t=J_{N(t)}\Leftrightarrow J_n=Z_{S_n}$, де $t\in\Re_+$, а результат підрахунку кількості переходів ІСКЗ зі стану у стан на часовому інтервалі $(0,t]$ отримаємо за правилом

$$N(t)=\max\left\{n\in N\middle|S_n\le t\right\}. \tag{1}$$

Вважатимемо ВМП і НМП регулярними, тобто $\mathrm{P}_i\left(N(t)<\infty\right)=1\forall(t>0)\wedge(i\in E)$ і $\hat{\alpha}_{ij}(L_l,M)=N_{i,0}^{(L_l)}L_l^{-1}$, а їх вбудовані марковські ланцюги — нерозкладними і позитивно рекурентними. Загалом, напівмарковську модель ІСКЗ характеризуватимемо вихідним розподілом $\alpha=(\alpha_1,\ldots,\alpha_j,\ldots,\alpha_N)$, $\alpha_j=\mathrm{P}(J_0=j)$, $j\in E$ і напівмарковським ядром $q_{ij}(t)=\mathrm{P}\left(J_n=j,X_n=t\middle|J_{n-1}=i\right)$, кумулятивна форма якого описується виразом $Q_{ij}(t)=\mathrm{P}\left(J_n=j,X_n\le t\middle|J_{n-1}=i\right)=\sum_{l=0}^{t}q_{ij}(l)$. Вбудовані марковські ланцюги $(J_n)_{n\in\aleph}$ характеризуватимемо перехідними ймовірностями $p_{ij}=\mathrm{P}\left(J_n=j\middle|J_{n-1}=i\right)=\lim_{t\to\infty}Q_{ij}(t)$ і умовними функціями розподілу середньої тривалості стану

$$W_{ij}(t)=\mathrm{P}\left(S_n-S_{n-1}\le t\middle|J_{n-1}=i,J_{n-1}=j\right)=\mathrm{P}\left(X_n\le t\middle|J_{n-1}=i,J_{n-1}=j\right),$$

взаємопов’язаними відношенням $Q_{ij}(t)=p_{ij}W_{ij}(t)$. Опишемо умовний розподіл для X_n виразом

$$f_{ij}(t)=\mathrm{P}\left(X_n=t\middle|J_{n-1}=i,J_n=j\right)=\begin{cases}q_{ij}(t)\left(p_{ij}\right)^{-1}, \text{ якщо } p_{ij}\ne 0,\\ 1_{\{t=\infty\}}, \text{ якщо } p_{ij}=0,\end{cases}$$

кумулятивною формою якого буде вираз $F_{ij}(t)=\mathrm{P}\left(X_n\le t\middle|J_{n-1}=i,J_n=j\right)$. Розподіл величини часу перебування системи у стані i опишемо виразом $h_i(t)=\mathrm{P}\left(X_n=t\middle|J_{n-1}=i\right)=\sum_{j\in E}q_{ij}(t)$, кумулятивною формою якого буде вираз $H_i(t)=\mathrm{P}\left(X_n\le t\middle|J_{n-1}=i\right)=\sum_{l=0}^{t}h_i(l)$, а середній час перебування системи у стані i опишемо виразом $m_i=E\left(S_1\middle|J_0=i\right)=\sum_{t\ge 0}\left(1-H_i(t)\right)$. Передбачається, що час перебування ІСКЗ у стані i відмінний від нуля, тобто для будь якого стану j виконується рівність $f_{ij}(0)=q_{ij}(0)=h_i(0)=0$. Введемо параметр T_{ij} для опису тривалості перебування ІСКЗ у стані i, який завершується рішенням щодо переходу системи у стан j. Для оцінювання T_{ij} введемо неперервну кумулятивну функцію розподілу (КФР) $F_{ij}(t,\theta_{ij})$ зі щільністю $f_{ij}(t,\theta_{ij})$, де θ_{ij} — залучений у базовий розподіл m-вимірний характеристичний вектор-параметр, який описує внутрішні налаштування ІСКЗ. Вибір стану j у який перейде ІСКЗ зі стану i відбувається за правилом $j=\arg\min_{l\in E}(T_{il})$, де l — множина індексів станів, у які ІСКЗ може перейти зі стану i. Узагальнемо вищесказане, представивши ядро НМП як $Q_{ij}(t)=\mathrm{P}\left(\min_l T_{il}\le t\,\&\,j=\arg\min_{l\in E}(T_{il})\middle|J_{n-1}=i\right)=$
$=\mathrm{P}\left(\min_l T_{il}\le t,T_{ij}\le T_{il},\forall l\middle|J_{n-1}=i\right)=\mathrm{P}\left(\min_l T_{il}\le t\middle|J_{n-1}=i,J_n=j\right);\cdot\mathrm{P}\left(T_{ij}\le T_{il},\forall l\middle|J_{n-1}=i\right)=p_{ij}W_i(t)$, де $p_{ij}=\mathrm{P}\left(J_n=j\middle|J_{n-1}=i\right)=\mathrm{P}\left(T_{ij}\le T_{il},\forall l\middle|J_{n-1}=i\right)$, а для опису тривалості перебування ІСКЗ у стані i використаємо незалежну від j і неперервну КФР вигляду

$$W_i(t)=W_{ij}(t)=\mathrm{P}\left(S_n-S_{n-1}\le t\middle|J_{n-1}=i,J_n=j\right)=\mathrm{P}\left(\min_l T_{il}\le t\middle|J_{n-1}=i,J_n=j\right)=\mathrm{P}\left(\min_l T_{il}\le t\middle|J_{n-1}=i\right).$$

Узагальнивши $Q_{ij}(t)$ для всіх j, отримаємо $\sum_j Q_{ij}(t)=W_i(t)$.

Отже, динаміку модельованої НМП ІСКЗ можна описати параметрами p_{ij}, $W_i(t,\theta)$ і $Q_{ij}(t,\theta)$, значення яких залежать від часу t і значень характеристичного вектор-параметра ІСКЗ θ. Формалізуємо оцінки цих характеристик для можливих видів розподілів $F_{ij}\left(t,\theta_{ij}\right)$, $i, j=1,\ldots,N$, які є функціонально близькими, але відрізняються параметрично, тобто, типовий представник такого класу функцій розподілу задовольняє рівності

$$F_{ij}\left(t,\theta_{ij}\right)=F\left(t,\alpha\right)=1-\left(1-F\left(t,1\right)\right)^{\alpha}, \tag{2}$$

де α — узагальнений параметр функції розподілу. До розподілів, які задовольняють рівності (2), відносять (див. [3], [4], [19]) дискретний геометричний розподіл і низку неперервних розподілів, зокрема, експоненційний розподіл, розподіл Вейбула, розподіл Релея, зрізаний експоненційний розподіл Ерланга, розподіл Парето тощо.

Перевизначимо з урахуванням (2) основні функціональні компоненти НМП, який описує функціонування ІСКЗ, зокрема, функцію розподілу $F\left(t\right)=F\left(t,1\right)$, її щільність $f\left(t\right)=f\left(t,1\right)$, ядро НМП

$$Q_{ij}\left(t,\alpha_{ik}\right)=Q_{ij}\left(t\right)=\alpha_{ij}\left(1-\left(1-F\left(t\right)\right)^{\sum\limits_{k\in E}\alpha_{ik}}\right)\left(\sum_{k\in E}\alpha^{ik}\right)^{-1},\ k=1,\ldots,N, \tag{3}$$

матрицю імовірностей переходів між станами

$$p_{ij}=\alpha_{ij}\left(\sum_{k\in E}\alpha_{ik}\right)^{-1} \tag{4}$$

і КФР

$$W_i\left(t\right)=1-\left(1-F\left(t\right)\right)^{\sum\limits_{j=1}^{N}\alpha_{ij}}, \tag{5}$$

щільність якої визначатимемо за виразом $f_i\left(t\right)=f\left(t\right)\left(\sum\limits_{j=1}^{N}\alpha_{ij}\left(1-F\left(t\right)\right)^{\sum\limits_{j=1}^{N}\alpha_{ij}}\right)\left(1-F\left(t\right)\right)^{-1}$.

Очікуване значення мінімуму функції розподілу $F\left(t\right)$, що характеризує динаміку НМП, який описує функціонування ІСКЗ, опишемо виразом $\mathrm{E}\left(X_{(1)}\right)=\left(\sum\limits_{j=1}^{N}\alpha_{ij}\right)\int\limits_{0}^{\infty}t\left(1-F\left(t\right)\right)^{\sum\limits_{j=1}^{N}\alpha_{ij}-1}f\left(t\right)dt$.

Оцінювання максимуму функції правдоподібності НМП, який описує життєвий цикл ІСКЗ

Враховуючи, що стани НМП, який описує функціонування ІСКЗ, можуть характеризуватися різними розподілами формалізуємо процес оцінювання параметрів α_{ij} для довільної пари станів $i, j=1,\ldots,N$ в залежності від виду розподілу випадкових величин. Обчислимо у вигляді функції $N_i\left(t\right)$ кількість випадків, коли ІСКЗ за час, менший від $t\in\Re_+$, переходила у стан *i*

$$N_i\left(t\right)=\sum_{n=0}^{N(t)-1}1_{\{J_n=i\}}=\sum_{n=0}^{\infty}1_{\{J_n=i,S_{n+1}\le t\}}, \tag{6}$$

де $1_{\{J_n=i,S_{n+1}\le t\}}=\begin{cases}1,\text{ якщо}\left(J_n=i\right)\wedge\left(S_{n+1}\le t\right),\\0,\text{ у іншому випадку.}\end{cases}$

Обчислимо у вигляді функції $N_{ij}\left(t\right)$ кількість випадків, коли ІСКЗ за час, менший від $t\in\Re_+$, переходила зі стану *i* у стан *j*

$$N_{ij}\left(t\right)=\sum_{n=0}^{N(t)}1_{\{J_{n-1}=i,J_n=j\}}=\sum_{n=1}^{\infty}1_{\{J_{n-1}=i,J_n=j,S_n\le t\}}, \tag{7}$$

де $1_{\{J_{n-1}=i,J_n=j,S_n\le t\}}=\begin{cases}1,\text{ якщо}\left(J_{n-1}=i\right)\wedge\left(J_n=j\right)\wedge\left(S_n\le t\right),\\0\text{ в іншому випадку.}\end{cases}$

Обчислимо у вигляді функції $N_{ij}\left(t,M\right)$ кількість випадків, коли ІСКЗ за час, менший від $t=M$, переходила зі стану i у стан j за умови, що тривалість стану i дорівнює k, $1\le k\le M$

$$N_{ij}\left(t,M\right)=\sum_{n=0}^{N(t)}1_{\left\{J_{n-1}=i,J_n=j,X_n=k\right\}}. \qquad (8)$$

У виразах (6)—(8) $N\left(t\right)$ — формалізована виразом (1) функція, яка описує процес підрахунку кількості переходів системи зі стану у стан. Використовуючи функції $N_i\left(M\right)$, $N_{ij}\left(M\right)$ і $N_{ij}\left(t,M\right)$, обчислимо емпіричні оцінки НМП, який описує життєвий цикл ІСКЗ

$$\hat{p}_{ij}\left(M\right)=N_{ij}\left(M\right)\left(N_i\left(M\right)\right)^{-1}; \qquad (9)$$

$$\hat{F}_{ij}\left(t,M\right)=N_{ij}\left(t,M\right)\left(N_{ij}\left(M\right)\right)^{-1}; \qquad (10)$$

$$\hat{q}_{ij}\left(t,M\right)=N_{ij}\left(t,M\right)\left(N_i\left(M\right)\right)^{-1}. \qquad (11)$$

Відмітимо, що оцінки (9)—(11) мають асимптотичний характер і за значенням наближаються до оцінок максимуму правдоподібності, описуваних у статті множиною функцій *L*. Перевірку коректності цього твердження буде проведено згодом.

Сформулюємо вираз для оцінювання правдоподібності траєкторії перебігу станів ІСКЗ $\left\{j_0,x_1,j_1,x_2,\ldots,j_{N(M)}\right\}$ на інтервалі спостереження $t=M$

$$L=\alpha_{j_0}p_{j_0j_1}f_{j_0}\left(x_1\right)\ldots p_{j_{N(M)-1},j_{N(M)}}f_{j_{N(M)-1}}\left(x_{N(M)}\right)=\alpha_{j_0}\left(\prod_{i,j\in E}p_{ij}^{N_{ij}(M)}\right)\left(\prod_{i\in E}\prod_{k=1}^{N_i(M)}f_i\left(x_i^{(1,k)}\right)\right), \qquad (12)$$

де $x_i^{(1,k)}$ — тривалість перебування ІСКЗ у стані *i*, у який система потрапила *k*-й раз за час спостереження $t=M$, $k=1,\ldots,N_i\left(M\right)$.

На основі (12) отримаємо вираз для оцінювання максимальної правдоподібності перебігу станів ІСКЗ, якщо імовірні значення характеристик НМП (3)—(6) описуються законами розподілів, які задовольняють умові (2)

$$L=\alpha_{j_0}\left(\prod_{i,j\in E}\alpha_{ij}^{N_{ij}(M)}\right)\prod_{i,k}\left(\left(1-F\left(x_i^{(1,k)}\right)\right)^{\sum\limits_{j\in E}\alpha_{ij}}\left(1-F\left(x_i^{(1,k)}\right)\right)^{-1}f\left(x_i^{(1,k)}\right)\right).$$

Взявши похідну від логарифмічної функції правдоподібності по α_{ij}, $i,j\in E$, отримаємо оцінки α_{ij}

$$\hat{\alpha}_{ij}\left(M\right)=-N_{ij}\left(M\right)\left(\sum_{k=1}^{N_i(M)}\log\left(1-F\left(X_i^{(1,k)}\right)\right)\right)^{-1}. \qquad (13)$$

Отримаємо вираз для функції правдоподібності, якщо час спостереження $t=M$ цензурований. В такому випадку перебіг станів ІСКЗ опишемо послідовністю $\left\{j_0,x_1,j_1,x_2,\ldots,j_{N(M)},u_M\right\}$, де $u_M=M-S_{N(M)}$ — тривалість останнього для цензурованого часу спостереження $t=M$ стану системи. На основі вищенаведеного вираз для обчислення функції правдоподібності матиме вигляд

$$\begin{aligned}L&=\alpha_{j_0}p_{j_0j_1}f_{j_0}\left(x_1\right)\ldots p_{j_{N(M)-1},j_{N(M)}}f_{j_{N(M)-1}}\left(x_{N(M)}\right)\cdot\mathrm{P}\left(X_{j_{N(M)}}>u_M\right)=\\&=\alpha_{j_0}\left(\prod_{i,j\in E}p_{ij}^{N_{ij}(M)}\right)\left(\prod_{i\in E}\prod_{k=1}^{N_i(M)}f_i\left(x_i^{(1,k)}\right)\right)\cdot\left(1-W_{j_{N(M)}}\left(u_M\right)\right).\end{aligned} \qquad (14)$$

У випадку розподілу параметрів НМП згідно з (2) функцію правдоподібності (14) опишемо виразом

$$L=\alpha_{j_0}\left(\prod_{i,j\in E}\alpha_{ij}^{N_{ij}(M)}\right)\prod_{i,k}\left(\left(1-F\left(x_i^{(1,k)}\right)\right)^{\sum\limits_{j\in E}\alpha_{ij}}\left(1-F\left(x_i^{(1,k)}\right)\right)^{-1}f\left(x_i^{(1,k)}\right)\right)\cdot\left(1-F\left(u_M\right)\right)^{\sum\limits_{j\in E}\alpha_{ij}},$$

взявши похідну від якого по α_{ij}, $i,j\in E$, отримаємо оцінки α_{ij}

$$\hat{\alpha}_{ij}(M) = -N_{ij}(M)\left(B_i(M) + C(M)\right)^{-1} = -N_{ij}(M)\left(\sum_{k=1}^{N_i(M)} \log\left(1 - F\left(X_i^{(1,k)}\right) + \log\left(1 - F\left(U_M\right)\right)\right)\right)^{-1}. \quad (15)$$

За аналогією з (12)—(15) отримаємо вирази для визначення функцій правдоподібності, у яких враховуватимуться L_l траєкторій розвитку НМП, що описує функціонування ІСКЗ. За аналогією з (12) функцію правдоподібності для нецензурованого процесу виду $\left\{j_0^{(l)}, x_1^{(l)}, j_1^{(l)}, x_2^{(l)}, \ldots, j_{N^l(M)}^{(l)}\right\}$, який може розвиватися за $l = 1, \ldots, L_l$ траєкторіями опишемо виразом

$$L = \prod_{l=1}^{L_l} \alpha_{j_0}^{(l)} p_{j_0^{(l)} j_1^{(l)}} f_{j_0^{(l)}}\left(x_1^{(l)}\right) \ldots f_{j_{N^l(M)-1}^{(l)}}\left(x_{N^l(M)}^{(l)}\right) = \left(\prod_{i \in E} \alpha_i^{N_{i,0}^{(L_l)}}\right)\left(\prod_{i,j \in E} p_{ij}^{\sum_{l=1}^{L_l} N_{ij}^{(l)}(M)}\right)\left(\prod_{l=1}^{L_l}\prod_{i \in E}\prod_{k=1}^{N_i^{(l)}(M)} f_i\left(x_i^{(l,k)}\right)\right), \quad (16)$$

де $N_i^{(l)}(M)$ — кількість випадків, коли система переходила у стан *i* для *l*-ї траєкторії за час спостереження $t = M$, $N_{ij}^{(l)}(M)$ — кількість випадків, коли система переходила зі стану *i* у стан *j* для *l*-ї траєкторії за час спостереження $t = M$, $x_i^{(l,k)}$ — тривалість перебування ІСКЗ у стані *i* під час *k*-го переходу у цей стан для *l*-ї траєкторії, $l = 1, \ldots, L_l$, $k = 1, \ldots, N_i^{(l)}(M)$, $N_{i,0}^{(L_l)} = \sum_{l=1}^{L_l} 1_{\left\{J_0^{(l)} = i\right\}}$, $N_{ij}(L_l, M) = \sum_{l=1}^{L_l} N_{ij}^{(l)}(M)$. Коли $L_l = 1$ вираз (16) збігається з виразом (12).

Враховуючи умову (2), функція правдоподібності (16) набуває вигляду

$$L = \prod_{i \in E} \alpha_i^{N_{i,0}^{(L_l)}}\left(\prod_{l=1}^{L_l}\prod_{i,j \in E} \alpha_{ij}^{N_{ij}^{(l)}(M)}\right)\prod_{l,i,k}\left(\left(1 - F\left(x_i^{(l,k)}\right)\right)^{\sum_{j \in E} \alpha_{ij}}\left(1 - F\left(x_i^{(l,k)}\right)\right)^{-1} f\left(x_i^{(l,k)}\right)\right),$$

тоді отримаємо вираз для оцінювання параметрів α_{ij} аналізованого виду НМП

$$\hat{\alpha}_{ij}(L_l, M) = -\left(\sum_{l=1}^{L_l}\sum_{k=1}^{N_i^{(l)}(M)} \log\left(1 - F\left(X_i^{(l,k)}\right)\right)\right)^{-1} N_{ij}(L_l, M), \quad (17)$$

взявши похідну від якого і врахувавши, що $\sum_{i \in E} \alpha_i$, отримаємо вираз для максимальної оцінки правдоподібності вихідного розподілу

$$\hat{\alpha}_{ij}(L_l, M) = N_{i,0}^{(L_l)} L_l^{-1}. \quad (18)$$

За аналогією з (14), функцію правдоподібності для цензурованого процесу виду $\left\{j_0^{(l)}, x_1^{(l)}, j_1^{(l)}, x_2^{(l)}, \ldots, j_{N^l(M)}^{(l)}, u_M^{(l)}\right\}$, який може розвиватися за $l = 1, \ldots, L_l$ траєкторіями опишемо виразом

$$L = \left(\prod_{i \in E} \alpha_i^{N_{i,0}^{(L_l)}}\right)\left(\prod_{i,j \in E} p_{ij}^{\sum_{l=1}^{L_l} N_{ij}^{(l)}(M)}\right)\left(\prod_{l=1}^{L_l}\prod_{i \in E}\prod_{k=1}^{N_i^{(l)}(M)} f_i\left(x_i^{(l,k)}\right)\right)\left(\prod_{i \in E}\prod_{k=1}^{N_{i,M}(L_l)}\left(1 - W_i\left(u_i^{(k)}\right)\right)\right), \quad (19)$$

де $u_M^{(l)} = M - S_{N^l(M)}$ — цензурований час спостереження *l*-ї траєкторії життєвого циклу ІСКЗ, $u_i^{(k)}$ — цензурована тривалість перебування системи у стані *i* впродовж *k*-го переходу у цей стан, $k = 1, \ldots, N_{i,M}(L_l)$, $N_{i,M}(L_l) = \sum_{l=1}^{L_l} 1_{\left\{J_{N^l(M)}^{(l)} = i\right\}}$ — кількість випадків, коли система переходила у стан *i*, який був останнім станом для цензурованого часу спостереження $t = M$ для всіх $L_l = \sum_{i \in E} N_{i,M}\left(L_l\right)$ траєкторій. Якщо у момент часу M ІСКЗ, життєвий цикл якої розвивається за l-ю траєкторією, здійснює перехід між станами, то значення відповідного параметра $u_M^{(l)} = 0$, а його внесок у значення функції правдоподібності дорівнюватиме одиниці. Отже, якщо цензурування не впроваджується, то вираз (19) збігається з (16).

З урахуванням умови (2) функція правдоподібності (19) набуде вигляду

$$L = \left(\prod_{i \in E} \alpha_i^{N_{i,0}^{(L_l)}}\right)\left(\prod_{l=1}^{L_l}\prod_{i,j \in E} \alpha_{ij}^{N_{ij}^{(l)}(M)}\right)\left(\prod_{i \in E}\prod_{k=1}^{N_{i,M}(L_l)}\left(1-F\left(u_i^{(k)}\right)\right)^{\sum_{j \in E}\alpha_{ij}}\right)\times$$
$$\times \prod_{i,i,k}\left(\left(f\left(x_i^{(l,k)}\right)\left(1-F\left(x_i^{(l,k)}\right)^{-1}\right)\right)\left(1-F\left(x_i^{(l,k)}\right)\right)^{\sum_{j=E}\alpha_{ij}}\right). \tag{20}$$

На основі (20) отримаємо вирази для оцінювання параметрів α_{ij} і α_i для НМП з L_l траєкторіями розвитку

$$\hat{\alpha}_{ij}\left(L_l, M\right) = -N_{ij}\left(L_l, M\right)\left(B_i\left(L_l, M\right) + C\left(L_l, M\right)\right)^{-1} =$$
$$= -N_{ij}\left(L_l, M\right)\left(\sum_{l=1}^{L_l}\sum_{k=1}^{N_i^{(l)}(M)}\log\left(1-F\left(X_i^{(l,k)}\right)\right) + \sum_{k=1}^{N_{i,M}(M)}\log\left(1-F\left(U_i^{(k)}\right)\right)\right)^{-1}; \tag{21}$$

$$\hat{\alpha}_i\left(L_l, M\right) = N_{i,0}^{(L_l)} L_l^{-1}. \tag{22}$$

Користуючись вищевикладеним, в залежності від інформації про життєвий цикл ІСКЗ для оцінювання α_{ij} обираємо однин з виразів (13), (15) або (21), здійснюючи згодом оцінювання таких визначальних характеристик НМП як p_{ij}, W_i, Q_{ij} з використанням таких виразів:

$$\hat{p}_{ij}(M) = \hat{\alpha}_{ij}\left(L_l, M\right)\left(\sum_{l \in E}\hat{\alpha}_{il}\left(L_l, M\right)\right)^{-1} = N_{ij}(M)\left(N_i(M)\right)^{-1}; \tag{23}$$

$$\hat{W}_i(t, M) = 1-\left(1-F(t)\right)^{\sum_{j \in E}\hat{\alpha}_{ij}(L_l, M)}; \tag{24}$$

$$\hat{Q}_{ij}(t, M) = \hat{\alpha}_{ij}\left(L_l, M\right)\left(1-\left(1-F(t)\right)^{\sum_{k \in E}\hat{\alpha}_{ik}(L_l, M)}\right)\left(\sum_{k \in E}\hat{\alpha}_{ik}\left(L_l, M\right)\right)^{-1}. \tag{25}$$

Оцінювання параметрів НМП, який описує фунціонування ІСКЗ, з урахуванням видів розподілів його станів

Скористаємося виразами (13), (15), (21) і формалізуємо оцінки значень $\alpha_{ij}\left(L_l, M\right)$ для розподілів, які задовольняють правилу (2). Для розподілу Вейбула маємо $F\left(x, \alpha_{ij}\right) = 1-e^{-\alpha_{ij}x^c}$, $F(x,1) = 1-e^{-x^c}$, $f(x,1) = cx^{c-1}e^{-x^c}$, де c — параметр розподілу. Для цього розподілу оцінка значень $\alpha_{ij}\left(L_l, M\right)$ для нецензурованого процесу матиме вигляд

$$\hat{\alpha}_{ij}\left(L_l, M\right) = N_{ij}\left(L_l, M\right)\left(\sum_{l=1}^{L_l}\sum_{k=1}^{N_i^{(l)}(M)}\left(X_i^{(l,k)}\right)^c\right)^{-1}, \tag{26}$$

а для цензурованого —

$$\hat{\alpha}_{ij}\left(L_l, M\right) = N_{ij}\left(L_l, M\right)\left(\sum_{l=1}^{L_l}\sum_{k=1}^{N_i^{(l)}(M)}\left(X_i^{(l,k)}\right)^c + \sum_{k=1}^{N_{i,M}(L_l)}\left(U_i^{(k)}\right)^c\right)^{-1}. \tag{27}$$

Максимум функції правдоподібності розподілу Вейбула, залежний від значення параметра c, отримуємо в результаті розв'язку рівняння

$$\frac{\partial \log L}{\partial c} = \sum_{l,i,j}\left(N_{ij}^{(l)}(M)\left(x_i^{(l,k)}\right)^{-1}\right)^{N_i^{(l)}(M)}\sum_{k=1}\left(x_i^{(l,k)}\right)^{c}\log x_i^{(l,k)} + c^{-1}\sum_{l,i,k}\left(1+c\log x_i^{(l,k)}\right)=0 .$$

Оцінки значень $\alpha_{ij}(L_l, M)$ для експоненційного розподілу і розподілу Релея знаходяться як окремий випадок розподілу Вейбула, а от для розподілу Парето матимемо $F(x,\alpha_{ij}) = 1-\left(cx^{-1}\right)^{\alpha_{ij}}$, $F(x,1)=1-cx^{-1}$, $f(x,1)=cx^{-2}$. Для розподілу Парето оцінка значень $\alpha_{ij}(L_l, M)$ для нецензурованого процесу розраховуватиметься за виразом

$$\hat{\alpha}_{ij}(L_l, M) = N_{ij}(L_l, M)\left(\sum_{l=1}^{L_l}\sum_{k=1}^{N_i^{(l)}(M)}\log\left(cX_i^{-(l,k)}\right)\right)^{-1}, \tag{28}$$

а для цензурованого —

$$\hat{\alpha}_{ij}(L_l, M) = N_{ij}(L_l, M)\left(\sum_{l=1}^{L_l}\sum_{k=1}^{N_i^{(l)}(M)}\log\left(cX_i^{-(l,k)}\right)+\sum_{k=1}^{N_{i,M}(L_l)}\log\left(cU_i^{-(k)}\right)\right)^{-1}. \tag{29}$$

Максимум функції правдоподібності розподілу Парето, залежний від значення параметра c, отримуємо в результаті розв'язку задачі оптимізації

$$\hat{c} = \min_{i,l,k} X_i^{(l,k)} .$$

Ідентифікація функції марковського відновлення і напівмарковської перехідної матриці НМП, який описує функціонування ІСКЗ

Функція марковського відновлення $\Psi_{ij}(t)$ [14], $i, j \in E$, $t \geq 0$ повертає очікувану кількість $N_j(t)$ переходів системи у стан *j* за час спостережень не більший *t* за умови, що вихідним станом системи у момент часу $t = 0$ був стан *i*. В контексті вищенаведених аналітичних виразів формалізуємо функцію $\Psi_{ij}(t)$ рівнянням

$$\Psi_{ij}(t) = E_i\left[N_j(t)\right] = \sum_{n=1}^{\infty} Q_{ij}^{(n)}(t) = \sum_{n=1}^{\infty}\sum_{k\in E}\int_0^t Q_{ik}(s)Q_{kj}^{(n-1)}(t-s)ds , \tag{30}$$

перетворивши яке, з урахуванням (3), отримаємо

$$\Psi_{ij}(t) = \sum_{n=1}^{\infty}\sum_{k\in E}\int_0^t\left(\alpha_{ik}\left(1-\left(1-F(s)\right)^{\sum_{k\in E}\alpha_{ik}}\right)\left(\sum_{k\in E}\alpha_{ik}\right)^{-1}\right)Q_{kj}^{(n-1)}(t-s)ds ,$$

де $Q_{ij}^{(n)}$ — згортка *n*-го порядку Q самої з собою, отримувана за правилом [20]

$$Q_{ij}^{(n)}(t) = \begin{cases}\sum_{k\in E}\int_0^t Q_{ik}(s)Q_{kj}^{(n-1)}(t-s)ds, & n \geq 2,\\ Q_{ij}(t), \; n=1,\\ \delta_{ij}1\{t\geq 0\}, \; n=0.\end{cases}$$

Згідно з [20], вираз для визначення напівмарковської перехідної матриці має вигляд

$$P_{ij}(t) = P\left(Z_t = j \middle| Z_0 = i\right) = I_N - diag\left(\sum_j Q_{ij}(t); i \in E\right) + (Q * P)(t),$$

де I_N — матриця ідентичності розмірністю $N \times N$, $(Q * P)(t) = (Q * P)_{ij}(t) = \sum_{k \in E} \int_0^t Q_{ik}(s) P_{kj}(t-s) ds$ — результат згортки $P(t) = P_{ij}(t)$ і $Q(t) = Q_{ij}(t)$. Припустимо, що $W(t) = diag(W_i(t); i \in E) = diag\left(\sum_j Q_{ij}(t); i \in E\right) = diag(Q \cdot 1_N)(t)$ — діагональна матриця, (i,i) елемент якої еквівалентний $W_i(t) = \sum_{j \in E} Q_{ij}(t)$, а $1_N = \underbrace{(1,\ldots,1)}_{N}^T$ — операція транспонування відповідного вектора, тоді значення $P_{ij}(t)$ знайдемо в результаті розв'язання рівняння

$$P(t) = \left((I_N - Q)^{(-1)} * (I_N - W)\right)(t) = \left(\Psi * (I_N - W)\right)(t). \tag{31}$$

Оцінки функцій $P_{ij}(t)$ і $\Psi_{ij}(t)$ опишемо, відповідно, виразами

$$\hat{P}_{ij}(t,M) = \left(\hat{\Psi}_{ij} * \left(1 - \sum_{k \in E} \hat{Q}_{jk}\right)\right)(t,M); \tag{32}$$

$$\hat{\Psi}_{ij}(t,M) = \sum_{n=1}^{\infty} \hat{Q}_{ij}^{(n)}(t,M) = \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{k \in E} \int_0^t \hat{Q}_{ik}(s,M) \hat{Q}_{kj}^{(n-1)}(t-s,M) ds, \tag{33}$$

у яких $\hat{Q}_{ij}(t,M)$ визначаються на основі оцінок α_{ij}, що, в залежності від вибраного виду розподілу, описуються одним з рівнянь (13), (15), (17), (21).

Індикатори гарантоспроможності ІСКЗ, модельованої НМП

Узагальнимо вищенаведену інформацію, отримавши вирази для розрахунку і оцінювання гарантоспроможності ІСКЗ, модельованої НМП, з урахуванням специфічних особливостей такої моделі. В якості індикаторів гарантоспроможності використаємо надійність, доступність, ремонтопридатність, інтенсивність відмов і середня тривалістю безвідмовної роботи системи.

Припустимо, що простір станів ІСКЗ E складається з двох підпросторів U і D таких, що $E = U \cup D$, $E = U \cap D = \emptyset$, де $U = \{1,\ldots,n\}$ містить стани ІСКЗ, визнані функціональними, а $D = \{n+1,\ldots,N\}$ — нефункціональні стани ІСКЗ. Сегрегуємо матричну форму представлення характеристичних параметрів НМП з урахуванням факту існування підпросторів U і D

$$p = \begin{array}{cc} \begin{array}{cc} U & D \end{array} & \\ \begin{bmatrix} p_{UU} & p_{UD} \\ p_{DU} & p_{DD} \end{bmatrix} & \begin{array}{c} U \\ D \end{array} \end{array}; \quad Q(t) = \begin{array}{cc} \begin{array}{cc} U & D \end{array} & \\ \begin{bmatrix} Q_{UU}(t) & Q_{UD}(t) \\ Q_{DU}(t) & Q_{DD}(t) \end{bmatrix} & \begin{array}{c} U \\ D \end{array} \end{array}; \quad W(t) = \begin{array}{cc} \begin{array}{cc} U & D \end{array} & \\ \begin{bmatrix} W_U(t) & 0 \\ 0 & W_D(t) \end{bmatrix} & \begin{array}{c} U \\ D \end{array} \end{array}; \quad \alpha = \begin{array}{c} \begin{array}{cc} U & D \end{array} \\ \begin{bmatrix} \alpha_U & \alpha_D \end{bmatrix} \end{array},$$

де $W_U(t) = diag(W_i(t); i \in U)$; $W_D(t) = diag(W_i(t); i \in D)$; $\alpha_U = (\alpha_i; i \in U)$; $\alpha_D = (\alpha_i; i \in D)$. Функцію $\Psi(t)$ і рівняння $P(t)$ марковського відновлення з урахуванням U і D опишемо виразами

$$\Psi_{UU}(t) = (I_n - Q_{UU})^{(-1)}(t); \tag{34}$$

$$P_{UU}(t) = \left(\Psi_{UU} * (I_n - W_U)\right)(t), \tag{35}$$

на основі яких отримаємо $(Q_{UU})_{ij}(t) = \alpha_{ij}\left(1 - (1 - F(t))^{\sum_{k \in E} \alpha_{ik}}\right)\left(\sum_{k \in E} \alpha_{ik}\right)^{-1}$.

Опишемо надійність ІСКЗ у часі функцією $R(t) = P(T_D > t) = P(Z_s \in U, s \le t)$, яка дозволяє встановити імовірності того, що система перебуватиме у функціональному стані у час $s \le t$, де $T_D = \inf\{t | Z_t \in D\}$ — життєвий цикл ІСКЗ, який включає часовий проміжок від початку функціонування системи $t=0$ до першого зареєстрованого часу переходу системи у один зі станів з підпростору D. Враховуючи (34), (35), сформулюємо оцінку надійності ІСКЗ для $t>0$ у вигляді

$$\hat{R}(t,M)=\hat{\alpha}_U(M)\hat{P}_{UU}(t,M)1_n, \tag{36}$$

де $\hat{\alpha}_U(M)$ і $\hat{P}_{UU}(t,M)$ — оцінки $\alpha_U(M)$ і $P_{UU}(t,M)$, відповідно. Функція надійності з урахуванням (36) матиме вигляд

$$R(t)=\alpha_U P_{UU}(t)1_n. \tag{37}$$

За аналогією з (9)—(11), для скінченного цілого t запропонована у вигляді (36) оцінка надійності, описаної напівмарковською моделлю ІСКЗ, є строго сумісною $\left(\left|\hat{R}(t,M)-R(t)\right|\underset{M\to\infty}{\to}0\right)$ і асимптотично нормальною $\left(\sqrt{M}\left|\hat{R}(t,M)-R(t)\right|\underset{M\to\infty}{\to}\aleph\left(0,\sigma_R^2(t)\right)\right)$. Асимптотичну дисперсію опишемо виразом

$$\sigma_R^2(t)=\sum_{i=1}^{s}\mu_{ii}\left\{\sum_{j=1}^{s}\left(D_{ij}^U-1_{\{i\in U\}}\sum_{l\in U}\alpha(l)\Psi_{li}\right)^2*q_{ij}(t)-\left(\sum_{j=1}^{s}\left(D_{ij}^U*q_{ij}-1_{\{i\in U\}}\sum_{l\in U}\alpha(l)\psi_{li}*Q_{ij}\right)\right)^2(t)\right\}, \tag{38}$$

де $*$ — операція згортання, $D_{ij}^U=\sum_{n\in U}\sum_{r\in U}\alpha(n)\psi_{ni}*\left(I(t)-diag\left(Q_{ij}(t)\cdot 1_{\{i=j\}}\right)\right)_{rr}$, $\psi(t)=\sum_{n=0}^{t}q^{(n)}(t)$, $\Psi(t)=\sum_{n=0}^{t}Q^{(n)}(t)$, μ_{ii} — середня тривалість рекурсії для стану i марковського ланцюга Z, $i,j\in E$, $t\in\aleph$.

У дискретному сенсі під доступністю ІСКЗ $A(t)$ розумітимемо імовірність надання доступу до інформаційних ресурсів системи авторизованому суб'єкту у момент його звернення у час t

$$A(t)=P(Z_t\in U). \tag{39}$$

Оцінювання доступності ІСКЗ, модельованої НМП, у момент часу $t>0$ здійснюватимемо за виразом

$$\hat{A}(t,M)=\hat{\alpha}(M)\hat{P}(t,M)1_{N;n}, \tag{40}$$

де $\hat{P}(t,M)$ є оцінкою $P(t)$, $\hat{\alpha}(M)$ є оцінкою α, а $1_{N;n}=\left(\underbrace{1,\ldots,1}_{n},\underbrace{0,\ldots,0}_{N-n}\right)^T$. За аналогією з отриманням (37), вирази (39) і (40) можна узагальнити у вигляді

$$\text{a}. \tag{41}$$

Під ремонтопридатністю ІСКЗ $M(t)$ розумітимемо імовірність переходу ІСКЗ із нефункціонального стану у функціональний до настання моменту часу t

$$M(t)=P(T_U\le t)=1-P(Z_s\in S,s\le t), \tag{42}$$

де $T_U=\inf\left\{t\middle|Z_t\in U\right\}$ — тривалість перебування системи у нефункціонального стані. Оцінювання ремонтопридатності ІСКЗ, модельованої НМП, у момент часу $t>0$ здійснюватимемо за виразом

$$\hat{M}(t,M)=1-\hat{\alpha}_D(M)\hat{P}_{DD}(t,M)1_{N-n}, \tag{43}$$

де $\hat{\alpha}_D(M)$ є оцінкою α_D, $\hat{P}_{DD}(t,M)$ є оцінкою $P_{DD}(t,M)$.

Визначимо інтенсивність відмов ІСКЗ $\lambda(t)$ як умовну імовірність того, що система перейде у нефункціональний стан у момент часу $t=M$, якому передуватиме період безвідмовної роботи системи тривалістю $[0,t)$. Зв'яжемо характеристику $\lambda(t)$ із надійністю $R(t)$ виразом

$$\lambda(t) = P\left(T_D = t \middle| T_D \ge t\right) = \begin{cases} 1 - R(t)\left(R\left(t < M\right)\right)^{-1}, \text{ якщо } R\left(t < M\right) \ne 0, \\ 0, \text{ в іншому випадку} \end{cases} =$$

$$= \begin{cases} 1 - \alpha_U P_{UU}(t) 1_n \left(\alpha_U P_{UU}\left(t < M\right) 1_n\right)^{-1}, \text{ якщо } R\left(t < M\right) \ne 0, \\ 0, \text{ в іншому випадку;} \end{cases} \quad \lambda(0) = 1 - R(0). \tag{44}$$

Оцінку інтенсивності відмов ІСКЗ $\lambda(t)$, визначеної виразом (44), обчислимо як

$$\hat{\lambda}(t, M) = \begin{cases} 1 - \hat{R}(t, M)\left(\hat{R}\left(t < M, M\right)\right)^{-1}, \text{ якщо } \left(\hat{R}\left(t < M, M\right) \ne 0\right) \wedge \left(k \ge 1\right), \\ 0, \text{ якщо } \left(\hat{R}\left(t < M, M\right) = 0\right) \wedge \left(k \ge 1\right), \end{cases} \quad \hat{\lambda}(0, M) = 1 - \hat{R}(0, M).$$

Під середньою тривалістю безвідмовної роботи MTF розумітимемо середній час доки ІСКЗ не перейде у будь-який стан з підпростору D: $MTF = E\left(T_D\right)$. Загалом, визначимо вектор $m = \left(m_1, \ldots, m_N\right)^T$, $i = \overline{1, N}$, де m_i — тривалість перебування ІСКЗ у i-му стані, тоді середню тривалість перебування ІСКЗ у i-му стані опишемо як $m_i = E\left(S_1 \middle| J_0 = i\right) = \int\limits_0^{\infty}\left(1 - W_i(t)\right) dt = \int\limits_0^{\infty}\left(1 - F(t)\right)^{\sum_{j=1}^{N} \alpha_{ij}} dt$. Для оцінювання m_i запропонуємо два варіанти формалізації

$$\hat{m}_i^{(1)} = \int\limits_0^{\infty}\left(1 - \hat{W}_i(t, M)\right) dt = \int\limits_0^{\infty}\left(1 - F(t)\right)^{\sum_{j=1}^{N} \hat{\alpha}_{ij}(M)} dt \quad \text{або} \quad m_i^{(2)}(M) = \sum_{k=1}^{N_i(M)} X_i^{(k)}\left(N_i(M)\right)^{-1},$$

де оцінки α_{ij} для $\hat{m}_i^{(1)}$ в залежності від виду розподілу визначаються за одним з виразів (13), (15), (17) або (21). На основі $\hat{m}_i^{(1)}$ і $\hat{m}_i^{(2)}$ отримаємо вирази для оцінювання MTF

$$\widehat{MTF}^{(1)}(M) = \hat{m}_U^{(1)}(M) \hat{\alpha}_U(M)\left(I_n - \hat{p}_{UU}(M)\right)^{-1}; \ \widehat{MTF}^{(2)}(M) = \hat{m}_U^{(2)}(M) \hat{\alpha}_U(M)\left(I_n - \hat{p}_{UU}(M)\right)^{-1},$$

де $\hat{\alpha}_U$ і $\hat{p}_{UU}(M)$ є оцінками α_U і $p_{UU}(M)$, відповідно.

Перевірка адекватності запропонованого математичного апарату

Нехай існує ІСКЗ, описана керованою напівмаркіською моделлю, з множиною допустимих станів $E = \{1, 2, 3\}$, яка включає підмножину функціональних станів $U = \{1, 2\}$ і підмножину нефункціональних станів $D = \{3\}$. Вихідні характеристики НМП, який описує життєвий цикл ІСКЗ, такі: вихідний розподіл $\alpha = (1, 0, 0)$, матриця перехідних імовірностей $p_{ij} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0{,}95 & 0 & 0{,}05 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$, умовні розподіли для відповідних часових інтервалів життєвого циклу ІСКЗ описуються матрицею $F_{ij}(t) = \begin{pmatrix} 0 & F_{12}(t) & 0 \\ F_{21}(t) & 0 & F_{23}(t) \\ F_{31}(t) & 0 & 0 \end{pmatrix}$, де F_{12} — геометричний розподіл з параметром $p = 0{,}8$, а $F_{21} = W_{q_1, c_1}$, $F_{23} = W_{q_2, c_2}$ і $F_{31} = W_{q_3, c_3}$ — розподіли Вейбула для яких $q_1 = 0{,}3$, $q_2 = 0{,}5$, $q_3 = 0{,}6$, $c_1 = 0{,}5$, $c_2 = 0{,}7$, $c_3 = 0{,}9$, відповідно, за аналітичного вигляду розподілу $W_{q,c} = q^{(t-1)^c} - q^{t^c}$ і $W_{q,c}(0) = 0$. Використовуючи дані матриці p_{ij} і $F_{ij}(t)$, розрахуємо для напівмарковського ланцюга довжиною M значення $N_i(M)$, $N_{ij}(M)$ і $N_{ij}(t, M)$ за виразами (6), (7) і (8), відповідно, використовуючи які, обчислимо емпіричні оцінки $\hat{p}_{ij}(M)$, $\hat{F}_{ij}(t, M)^{-1}$, $\hat{q}_{ij}(t, M)$ за виразами (9)—(11), відповідно. Далі, використовуючи вираз (36), здійснимо оцінювання надійності ІСКЗ $\hat{R}(t,M)$ і, обчисливши оцінки $\hat{Q}(t,M)$, $\hat{\psi}(t,M)$, $\hat{\Psi}(t,M)$, розраховуємо оцінку $\hat{\sigma}_R^2(t,M)$ асимптотичної дисперсії (38), що дозволяє отримати асимптотичний довірчий інтервал надійності ІСКЗ.

Числові значення оцінок надійності, розраховані за вищесформульованою методикою для різних значень t і M, показані на рис. 1, з якого випливає, що оцінка надійності наближається до дійсного значення цієї характеристики зі зростанням M. На рис. 2 показана залежність оцінки асимптотичної дисперсії надійності $\hat{\sigma}_R^2(t,M)$ від значень t і M, з якої також прослідковується тенденція до наближення значень оцінок до реальних значень дисперсії зі зростанням M. На рис. 3 показано залежність довірчого інтервалу надійності від значень t і M.

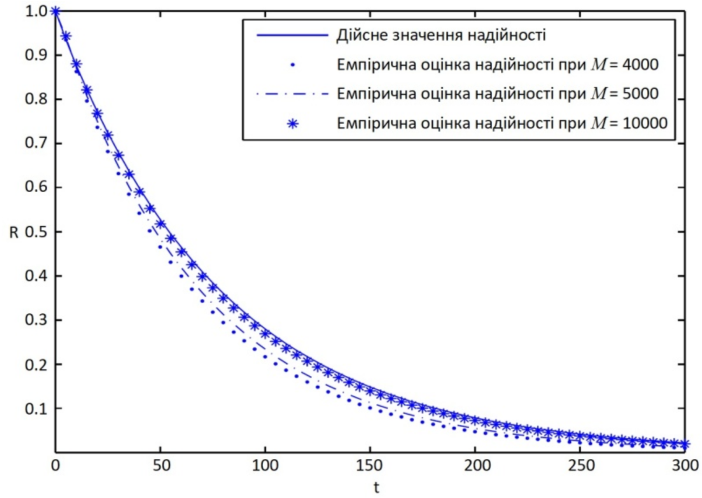

Рис. 1. Встановлення коректності запропонованої методики оцінки надійності

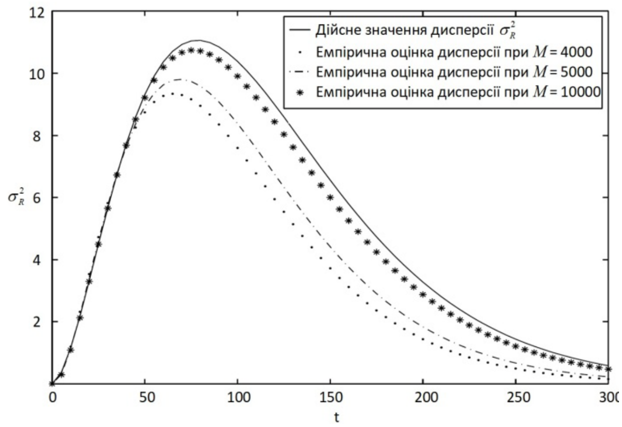

Рис. 2. Залежність оцінки асимптотичної дисперсії надійності $\hat{\sigma}_R^2(t,M)$ від значень t і M

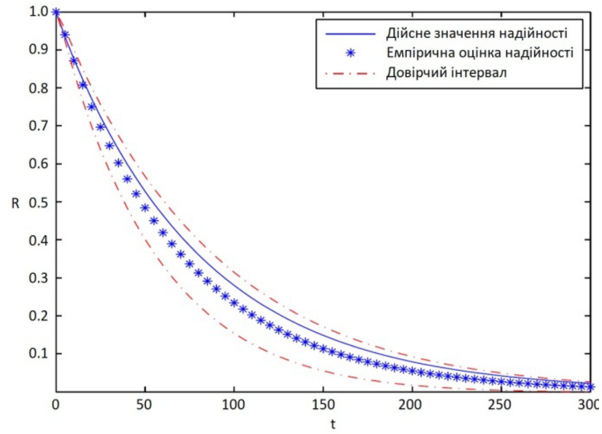

Рис. 3. Залежність довірчого інтервалу надійності від значень t і M

Подані на рис. 3 результати показують, що довірчий інтервал надійності накриває дійсне значення цієї характеристики. Загалом, показані на рис. 1—3 результати обчислювальних експериментів емпірично доводять коректність запропонованого у статті математичного апарату.

Узагальнимо емпіричну частину статті оцінюванням адекватності запропонованих моделей в рамках класичної теорії планування експерименту. Сформуємо визначені множини вхідних впливів, поява яких може спричините перехід ІСКЗ у нефункціональний стан: $X^k = \left\{x_1^k, x_2^k, \ldots, x_n^k\right\}$ і $X^{\bar{k}} = \left\{x_1^{\bar{k}}, x_2^{\bar{k}}, \ldots, x_m^{\bar{k}}\right\}$. Реакцію ІСКЗ на вхідні впливи, включені у множину X^k, описано у системній політиці безпеки, отже, система має успішно протидіяти їм, залишаючись у функціональному стані. Вхідні впливи, включені у множину $X^{\bar{k}}$, структурно ідентичні описаним у множині X^k, але відрізняються від них за значеннями, які можуть перевищувати граничні, встановлені на етапі проектування системи, величини для відповідних вхідних параметрів. Реакцією ІСКЗ на вхідний вплив з множини $X^{\bar{k}}$ може стати перехід системи у нефункціональний стан. Для репрезентативності результатів експерименту кількості елементів множин X^k і $X^{\bar{k}}$ становлять $n = 20$ і $m = 70$, відповідно. Далі проведемо експерименти з фіксацією реакції ІСКЗ на вхідні впливи з множини X^k у матрицю $Y_e^k = \left(y_{ij}^k\right)$, $i = \overline{1,n}$, де $y_{ij}^k = \left\{res_{ij}^k, t_{ij}^k\right\}$ — множина, у якій res_{ij}^k — результат *j*-ї спроби переведення ІСКЗ у нефункціональний стан з причини негативного впливу x_j^k, t_{ij}^k — час, витрачений системною політикою безпеки на протидію відповідному негативному вхідному впливу. Також зафіксуємо емпіричну реакцію ІСКЗ на вхідні впливи з множини $X^{\bar{k}}$ у матрицю $Y_e^{\bar{k}} = \left(y_{ij}^{\bar{k}}\right)$, $i = \overline{1,m}$, де $y_{ij}^{\bar{k}} = \left\{res_{ij}^{\bar{k}}, t_{ij}^{\bar{k}}\right\}$ — множина, у якій $res_{ij}^{\bar{k}}$ — результат *j*-ї спроби переведення ІСКЗ у нефункціональний стан з причини негативного впливу $x_j^{\bar{k}}$, $t_{ij}^{\bar{k}}$ — час, витрачений системною політикою безпеки на відновлення функціонального стану ІСКЗ, якщо вхідний вплив $x_j^{\bar{k}}$ перевів її у нефункціональний стан. Розрахуємо для *i*-го вхідного впливу дисперсію переходу ІСКЗ у нефункціональний стан: $s_i^2 = M^{-1} \sum_{j=1}^{M} \left(y_{ij} - y'_{ij}\right)^2$, де y_{ij} — визначений у системній політиці безпеки стан, у який ІСКЗ повинна перейти в наслідок *i*-го вхідного впливу, y'_{ij} — фактичний стан, у який ІСКЗ перейшла в наслідок i-го вхідного впливу. Розрахуємо середнє значення дисперсії для всіх вхідних впливів: $s^2 = N^{-1} \sum_{i=1}^{N} s_i^2$. Оцінювання фактичних відхилень s_i^2 від s^2 за критерієм Фішера показало, що всі відхилення не перевищують табличних значень, що підтверджує адекватність запропонованого у статті математичного апарату для оцінювання гарантоспроможності до ІСКЗ.

Висновки

Інформаційну систему критичного застосування (ІСКЗ) можна класифікувати як комплексну, розгалужену інформаційну системи яка працює у програмно-апаратному середовищі мережевої клієнт-серверної системи. Якщо оцінювання гарантоспроможності апаратної складової ІСКЗ можна виконати, застосувавши відомі, апробовані, коректні методи, то оцінювання гарантоспроможності інформаційної її складової вимагає додаткового досліджень, пов’язаних зі специфічними особливостями архітектури системи, зумовленими критичним її застосуванням. Зокрема, об’єктно-орієнтованого опису потребують такі індикатори гарантоспроможності як надійність, відновлюваність, структурна надлишковість, також необхідно врахувати специфічну інтерпретацію поняття функціонального стану ІСКЗ.

Аналіз результатів інформаційного пошуку показав, що оптимальним з позиції врахування архітектурних особливостей ІСКЗ та специфіки перебігу процесу її функціонування виявляється побудова моделей для оцінювання її гарантоспроможності на основі математичного апарату мереж Маркова. Отже, вперше запропоновано комплекс керованих напівмарковських моделей, які описують динаміку процесу функціонування інформаційної системи критичного застосування, у яких, на відміну від існуючих, модельовану систему розглянуто як систему з багатьма станами, у напівмарковському описі якої узгоджуються стани, описувані різними розподілами. Це дозволило формалізувати оцінювання максимуму функції правдоподібності і параметрів напівмарковського процесу, який описує життєвий цикл ІСКЗ, для можливих типів розподілів його станів, ідентифікувати функції марковського відновлення і напівмарковської перехідної матриці цього процесу та сформулювати вирази для розрахунку індикаторів гарантоспроможності модельованої системи.

Практичну цінність описаних у статті наукових результатів утворює методика оптимізації складових такої комплексної характеристики якості функціонування ІСКЗ як гарантоспроможність за рахунок синтезу оптимальної конфігурації системної політики безпеки із заданими на етапі проектування системи експлуатаційними умовами. У статті синтезовано вирази для розрахунку правдоподібності для нецензурованих і цензурованих визначених відрізків напівмарковських процесів з однією та багатьма траєкторіями розвитку, які моделюють життєвий цикл ІСКЗ. Синтезовано вирази для оцінювання максимальної правдоподібності і оцінювання параметрів вихідного класу розподілів, базових для визначеного напівмарковського процесу. Отримано вирази для оцінювання таких інтегральних характеристик гарантоспроможності ІСКЗ як надійність, доступність, ремонтопридатність, інтенсивність відмов і середня тривалістю безвідмовної роботи системи у формалізмі отриманих напівмарковських моделей.

У роботі аналітично доведено коректність отриманих оцінок параметрів напівмарковського процесу, який моделює роботу інформаційної системи критичного застосування. Проведено емпіричні дослідження, у яких апробовано запропоновану методику оцінювання гарантоспроможності ІСКЗ, які довели, зокрема, що аналітична оцінка надійності модельованої системи наближається до реального значення цієї характеристики зі зростанням інтервалу спостереження за функціонуванням ІСКЗ, а довірчий інтервал для розрахованої на основі запропонованих моделей надійності накриває дійсне значення цієї характеристики.

Подальші дослідження планується спрямувати на інтеграцію отриманих моделей у комплекс індукованих моделей конфіденційності, цілісності, доступності і гарантоспроможності інформаційної системи критичного застосування з метою встановлення реального рівня її інформаційної безпеки.

СПИСОК ВИКОРИСТАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ

[1] В. В. Ковтун, «Концепція впровадження автоматизованої системи розпізнавання мовця у процес автентифікації для доступу до критичної системи,» *Вісник Вінницького політехнічного інституту*, Вінниця, № 5, с. 41-52. 2018. https://doi.org/10.31649/1997-9266-2018-140-5-41-52.

[2] V. V. Kovtun et al., “The automated speaker recognition system of critical use,” *Proc. SPIE 10808, Photonics Applications in Astronomy, Communications, Industry, and High Energy Physics Experiments 2018, 108082V*. https://doi.org/ 10.1117/12.2501688.

[3] W. Zamojski, and J. Sugier, *Dependability Problems of Complex Information Systems*, Heidelberg, Germany: Springer Cham Heidelberg, 2015, P. 194. https://doi.org/10.1007/978-3-319-08964-5.

[4] Mario Tokoro, Open Systems Dependability: Dependability Engineering for Ever-Changing Systems, Second Edition, Boca Raton, USA: CRC Press, 2015, P. 288.

[5] O. V. Bisikalo, V. V. Kovtun, M. S. Yukhimchuk, and I. F. Voytyuk, “Analysis of the automated speaker recognition system of critical use operation results,” *Radio Electronics, Computer Science, Control*, Zaporizhzhia. №4, pp. 71-84. 2018. https://doi.org/10.15588/1607-3274-2018-4-7.

[6] Krzysztof Kolowrocki, and Joanna Soszynska-Budny, “Introduction to safety analysis of critical infrastructures,” *International Conference on Quality, Reliability, Risk, Maintenance, and Safety Engineering*, Chengdu, China, 2012, pp. 1-6. https://doi.org/10.1109/ICQR2MSE.2012.6246177.

[7] Barry Boehm, LiGuo Huang, Apurva Jain, and Ray Madachy, “The Nature of Information System Dependability: A Stakeholder/Value Approach” [Online]. Available: http://csse.usc.edu/TECHRPTS/2004/usccse2004-520/usccse2004-520.pdf. Accessed on: February 28, 2019.

[8] Nikola Samec, and Alen Jakupović, “Methods and software for estimation of information system dependability,” *37th International Convention on Information and Communication Technology, Electronics and Microelectronics (MIPRO)*, Opatija, Croatia. 2014, pp. 1281-1285. https://doi.org/10.1109/MIPRO.2014.6859723.

[9] Hwee-Pink Tan, and Austin Zhang, “Real-world large-scale IoT systems for community eldercare: A comparative study on system dependability,” *International Conference on Information Networking (ICOIN)*, Chiang Mai, Thailand, pp. 880-885, 2018. https://doi.org/ 10.1109/ICOIN.2018.8343248.

[10] Yi Qian, David Tipper, Prashant Krishnamurthy, and James Joshi, *Information Assurance: Dependability and Security in Networked Systems*. San Francisco, USA: Morgan Kaufmann Publishers Inc, p. 576, 2008.

[11] Jacek Mazurkiewicz, “Agent Approach to Network Systems Dependability Analysis in Case of Critical Situations,” Zamojski W., Sugier J. (eds) *Dependability Problems of Complex Information Systems. Advances in Intelligent Systems and Computing Springer, Cham*, vol. 307, pp. 73-89, 2015. https://doi.org/10.1007/978-3-319-08964-5_5.

[12] Zhibao Mian, Leonardo Bottaci, Yiannis Papadopoulos, Septavera Sharvia, and Nidhal Mahmud, “Model Transformation for Multi-objective Architecture Optimisation of Dependable Systems,” Zamojski W., Sugier J., Eds. *Dependability Problems of Complex Information Systems. Advances in Intelligent Systems and Computing*, Springer, Cham, vol. 307, pp. 91-110, 2015. https://doi.org/10.1007/978-3-319-08964-5_6.

[13] Li Rui, Yu Tao, and Fang Ming-lun, “Reliability management for information system,” *Journal of Shanghai University*, vol. 9, iss. 3, pp. 268-274, 2005. https://doi.org/10.1007/s11741-005-0091-1.

[14] Franciszek Grabski, “Semi-Markov Processes: Applications in System Reliability and Maintenance. 1st Edition,” Elsevier, 2014, p. 270. https://doi.org/10.1016/C2013-0-14260-2.

[15] Nikolaos Limnios, “Dependability analysis of semi-Markov systems,” *Reliability Engineering and System Safety*, Elsevier, Northern Ireland, vol. 55, pp. 203-207, 1999. https://doi.org/10.1016/S0951-8320(96)00121-4.

[16] Vandana Gupta1, and S. Dharmaraja, “Semi-Markov modeling of dependability of VoIP network in the presence ofresource degradation and security attacks,” *Reliability Engineering and System Safety*, Elsevier, Northern Ireland, vol. 96, pp. 1627-1636, 2011. https://doi.org/10.1016/j.ress.2011.08.003.

[17] Jorge E. Hurtado, and Diego A. Alvarez, “Neural-network-based reliability analysis: a comparative study,” *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, vol. 191, iss. 1-2, pp. 113-132, 2001. https://doi.org/ 10.1016/S0045-7825(01)00248-1.

[18] Chih-Hong Cheng, Chung-Hao Huang, and Georg N¨uhrenberg, "nn-dependability-kit: Engineering NeuralNetworks for Safety-Critical Systems" [Online]. Available: https://github.com/dependable-ai/nn-dependability-kit. Accessed on: March 05, 2019.

[19] І. І. Горбань, *Теорія ймовірностей і математична статистика для наукових працівників та інженерів*. Київ: Національна академія наук України, Інститут проблем математичних машин і систем, 2003, 244 с.

[20] Nikolaos Limnios, "Reliability Measures of Semi-Markov Systems with General State Space," *Methodology and Computing in Applied Probability*, vol. 14, iss. 4, pp. 895-917. 2012. https://doi.org/10.1007/s11009-011-9211-5.

Рекомендована кафедрою комп'ютерних систем управління ВНТУ

Стаття надійшла до редакції 25.03.2019

Ковтун В'ячеслав Васильович — канд. техн. наук, доцент, доцент кафедри комп'ютерних систем управління, e-mail: kovtun_v_v@vntu.edu.ua .

Вінницький національний технічний університет, Вінниця

V. V. Kovtun[1]

Semi-Markov Estimation of Dependability of Information System for Critical Use

[1]Vinnytsia National Technical University

The information system for critical use (ISCU) can be classified as a complex, extensive information system operating in the software-hardware environment of a network client-server system. To estimate the dependability of the hardware component of the ISCU we can use known, approved, correct methods. At the same time, in order to estimate the dependability of the information component of the system, additional studies are required related to the specific features of the ISCU architecture and its critical use. In particular, an object-oriented description of such indicators of dependability as reliability, recoverability, and structural redundancy are necessary. Also, when modeling it is necessary to take into account the specific interpretation of the concept of a functional state for such a system. Analysis of the results of an information search has shown that the mathematical apparatus of Markov networks turns out to be optimal for the dependability estimation of the ISCU modelling from the standpoint of taking into account the architectural features of the system and the specifics of its functioning. Thus, for the first time, a complex of the controlled semi-markov models describing the dynamics of the functioning information system for critical use was proposed, in which, unlike the existing ones, the system being modeled is considered as a many states system, in which semi-markov description the states described by different distributions agree, which allows to formalize the maximum likelihood estimation function and parameters of the semi-Markov process that describes the life cycle of the ISCU, for possible types of distributions of its states, identify the Markov recovery functions and the semi-Markov transition matrix of this process and formulate expressions for calculating the indicators of the simulated system's dependability. The article synthesizes expressions for calculating the likelihood for uncensored and censored specific segments of semi-Markov processes with one and many trajectories that simulate the life cycle of the ISCU. Expressions for the maximum likelihood estimation and the parameters estimation of the original distribution class, which are basic for certain semi-Markov processes, are synthesized. Expressions are obtained for estimating such integral characteristics of the dependability of the ISCU as reliability, availability, maintainability, failure rate and the average system uptime in the formalism of the semi-Markov models obtained. This article analytically proved the correctness of the obtained estimates of the parameters of a semi-Markov process that simulates the operation of an information system for critical use. An empirical study was conducted in which the proposed methodology for estimating the dependability of efficiency of the ISCU was tested. The results of the study proved, in particular, that an analytical assessment of the reliability of the simulated system approaches the real value of this characteristic with an increase in the interval of observation of the operation of the ISCU, and the confidence interval for the reliability calculated on the basis of the proposed models covers the real value of this characteristic.

Keywords: information system for critical use, dependability, controlled semi-Markov process, multi-state system, stochastic modeling.

Kovtun Viatcheslav V. — Cand. Sc. (Eng.), Associate Professor, Associate Professor of the Chair of Computer Control Systems, e-mail: kovtun_v_v@vntu.edu.ua

В. В. Ковтун[1]

Полумарковское оценивание гарантоспособности информационной системы критического применения

[1]Винницкий национальный технический университет

Информационную систему критического применения (ИСКП) можно классифицировать как комплексную, разветвленную информационную систему, работающую в программно-аппаратной среде сетевой клиент-серверной системы. Оценить гарантоспособность аппаратной составляющей ИСКП можно, используя известные, апробированные, корректные методы. В тоже время, для оценивания гарантоспособности информационной составляющей системы требуются дополнительные исследования, связанные со специфическими особенностями архитектуры ИСКП и критическим ее применением. В частности, необходимо объектно-ориентированное описание таких индикаторов гарантоспособности как надежность, восстанавливаемость, структурная избыточность. Также при моделировании необходимо учесть специфическую интерпретацию понятия функционального состояния для такой системы. Анализ результатов информационного поиска показал, что оптимальным для моделирования оценки гарантоспособности ИСКП с позиции учета архитектурных особенностей системы и специфики процесса ее функционирования оказывается математический аппарат сетей Маркова. Таким образом, впервые предложен комплекс управляемых полумарковских моделей, описывающих динамику процесса функционирования информационной системы критического применения, в котором, в отличие от существующих, моделируемую систему рассматривают как систему со многими состояниями, в полумарковском описании которой согласуются состояния, описываемые различными распределениями, что позволяет формализовать оценку максимума функции правдоподобия и параметров полумарковских процесса, который описывает жизненный цикл ИСКП, для возможных типов распределений его состояний, идентифицировать функции марковского восстановления и матрицы полумарковских переходов этого процесса, а также сформулировать выражения для расчета индикаторов гарантоспособности моделируемой системы. В статье синтезированы выражения для расчета правдоподобия для нецензурированных и цензурированных определенных отрезков полумарковских процессов с одной и многими траекториями развития, которые моделируют жизненный цикл ИСКП. Синтезированы выражения для оценки максимума правдоподобия и оценки параметров исходного класса распределений, базовых для определенных полумарковских процессов. Получены выражения для оценивания таких интегральных характеристик гарантоспособности ИСКП как надежность, доступность, ремонтопригодность, интенсивность отказов и средняя продолжительности безотказной работы системы в формализме полученных полумарковских моделей. В работе аналитически доказано корректность полученных оценок параметров полумарковских процесса, который моделирует работу информационной системы критического применения. Проведено эмпирическое исследование, в котором апробирована предложенная методика оценивания гарантоспособности ИСКП. Результаты исследования доказали, в частности, что аналитическая оценка надежности моделируемой системы приближается к реальному значению этой характеристики с увеличением интервала наблюдения за функционированием ИСКП, а доверительный интервал для рассчитанной на основе предложенных моделей надежности накрывает действительное значение этой характеристики.

Ключевые слова: информационная система критического применения, гарантоспособность, управляемый полумарковский процесс, система со многими состояниями, стохастическое моделирование.

Ковтун Вячеслав Васильевич — канд. техн. наук, доцент, доцент кафедры компьютерных систем управления, e-mail: kovtun_v_v@vntu.edu.ua