

Б. І. Мокін¹
 О. Б. Мокін¹
 В. В. Горенюк¹

МЕТОД ІДЕНТИФІКАЦІЇ МОДЕЛЕЙ ОПТИМАЛЬНОГО РУХУ ЕЛЕКТРОМОБІЛЯ З АСИНХРОННИМ ЕЛЕКТРОПРИВОДОМ

¹Вінницький національний технічний університет

Запропоновано метод ідентифікації моделей руху електромобіля з асинхронним електроприводом по горизонтальному відрітку дороги, оптимальних за критерієм мінімуму електричних витрат, синтезованих з використанням математичної моделі кривої намагнічування у вигляді оберненого гіперболічного синуса, яка з високою точністю зв'язує між собою електричний струм в обмотці статора асинхронного двигуна з магнітним потоком, що створюється полем цього струму, а тому відповідає фізичним умовам реального функціонування асинхронних електричних машин, та із застосуванням варіаційного варіанта методу Лагранжа, що приводить до поля екстремалей в координатах — відносний час, відносна швидкість руху електромобіля та відносний струм в обмотці статора його приводного електродвигуна.

На першому етапі реалізації запропонованого методу ідентифікації моделей оптимального руху електромобіля з асинхронним електроприводом визначаються константи, котрі мають місце у цих моделях внаслідок подвійного використання операції інтегрування в процесі їх синтезу, на другому етапі реалізації пропонується прямий алгоритм визначення швидкості електромобіля на основі моделі його динаміки, а на третьому етапі синтезується ітераційний алгоритм визначення струму, зв'язаного зі швидкістю електромобіля співвідношенням, отриманим в результаті розв'язання задачі оптимізації методом невизначених множників Лагранжа.

Визначені умови, які накладаються на ітераційний процес ідентифікації моделі оптимального струму, поданого з силової акумуляторної батареї електромобіля через перетворювач постійного струму в змінний в обмотку статора приводного асинхронного електродвигуна, та умови, яким повинен задовольняти процес визначення моментів часу, коли здійснюється процес ідентифікації цієї моделі, від яких залежить точність визначення координат траєкторії оптимального руху електромобіля.

Ключові слова: електромобіль, тяговий асинхронний електропривод, моделі оптимального руху, метод ідентифікації в три етапи, прямий та ітераційний процеси.

Вихідні передумови та постановка задачі

В роботі [1], розв'язуючи методом Лагранжа [2], задачу мінімізації витрат E_I електроенергії силової акумуляторної батареї (САБ) електромобіля, динаміка в часі t якого описується диференціальним рівнянням -

$$m \frac{dV}{dt} = F_T - k_0 F_G - k_1 V - k_2 V^2, \quad (1)$$

а витрати енергії САБ функціоналом

$$E_I = \int_0^{T_I} UI dt = \int_0^{T_I} (U_B - \Delta U) I dt = \int_0^{T_I} U_B \left(1 - \frac{r_B}{U_B} I \right) I dt, \quad (2)$$

за умови, що за відрізок часу T_I електромобіль, рухаючись зі швидкістю V горизонтальним відрі-

зком дороги, долає відстань L_I , яка визначається функціоналом

$$L_I = \int_0^{T_I} V dt, \quad (3)$$

автори отримали систему двох рівнянь

$$\begin{cases} 2a\sqrt{i^2+1}(1-2\alpha i) - \frac{(a^2+b^2)}{b} \left(C_1 e^{(f_1\tau+2f_2\int v d\tau)} - \frac{C_2}{f_1+2f_2v} \right) = 0, \\ \frac{dv}{d\tau} = \frac{(a^2+b^2)}{2ab} \ln(i+\sqrt{i^2+1}) - f_0 - f_1v - f_2v^2, \end{cases} \quad (4)$$

на розв'язках яких

$$i = i(C_1, C_2, \tau), \quad v = v(C_1, C_2, \tau) \quad (5)$$

досягатиметься мінімум функціоналу (2) в умовах дії обмежень (1), (3).

Нагадаємо, що в рівнянні (1) та функціоналі (2) величини іменовані, а саме: m — маса електромобіля, F_T — сила тяги, що створює електродвигун, F_G — вага електромобіля, k_0 — табличний коефіцієнт, який залежить від матеріалу поверхні дороги, k_1 — коефіцієнт, що залежить від площі бічної поверхні електромобіля, k_2 — коефіцієнт, що залежить від площі поперечного перерізу електромобіля, U_B, I, r_B — базова напруга, струм та внутрішній опір силової акумуляторної батареї САБ. В системі рівнянь (4) величини безрозмірні, а саме:

$$v = \frac{V}{V_H}; \quad \tau = \frac{t}{T_M}; \quad i = \frac{I}{I_H}; \quad e_i = \frac{E_I}{E_H^I} = \frac{E_I}{U_B I_H T_M}; \quad \tau_i = \frac{T_I}{T_M}; \quad (6)$$

$$f_0 = \frac{k_0 F_G T_M}{m V_H}; \quad f_1 = \frac{k_1 T_M}{m}; \quad f_2 = \frac{k_2 V_H T_M}{m}; \quad \alpha = \frac{r_B I_H}{U_B}; \quad l_i = \frac{L_I}{V_H T_M}, \quad (7)$$

що визначені з використанням базових величин: для тягової сили F_T її значення F_H в номінальному режимі, для моменту M на валу його номінальне значення M_H , для швидкості V руху електромобіля її номінальне значення V_H , для струму I САБ його номінальне значення I_H , для напруги U , що прикладається до зажимів тягового електродвигуна, напругу U_B акумуляторної батареї за її повного заряду, для магнітного потоку Φ його значення Φ_H за номінального струму намагнічування I_H , тобто $\Phi_H = \Phi(I_H)$, для часу t — електромеханічну сталу T_M , яка зв'язана з основними базовими величинами співвідношенням

$$T_M = \frac{m V_H}{F_H}; \quad (8)$$

для відстані L — величину L_H , яка зв'язана з основними базовими величинами співвідношенням

$$L_H = V_H T_M, \quad (9)$$

для енергії E постійного струму акумуляторної батареї величину E_H^I , яка зв'язана з основними базовими величинами співвідношенням

$$E_H^I = U_B I_H T_M. \quad (10)$$

Крім того враховано, що безрозмірні параметри a, b визначаються, як

$$a = \frac{1}{s_H}; \quad b = \frac{x_p}{r_p}, \quad (11)$$

де r_p, x_p — відповідно, активний та реактивний опір ротора АД в загальмованому стані, а s_H но-

мінальне значення ковзання s , та враховано, що безрозмірний тяговий момент АД заданий з використанням кривої намагнічування у вигляді оберненого гіперболічного синуса [3], а не у вигляді відрізків двох прямих, одна з яких є паралельною осі струму, як в роботі [4], що з урахуванням втрат в силовому перетворювачі постійного струму САБ в змінний в статорі АД [4], дозволяє безрозмірне рівняння динаміки

$$\frac{dv}{d\tau} = \frac{T_M M_T}{m V_H R} - f_0 - f_1 v - f_2 v^2, \quad (12)$$

записати у вигляді

$$\frac{dv}{d\tau} = \frac{(a^2 + b^2) s_*}{a^2 + b^2 s_*^2} \ln(i + \sqrt{i^2 + 1}) - f_0 - f_1 v - f_2 v^2, \quad (13)$$

де
$$s_* = \frac{s}{s_H}. \quad (14)$$

Тож у цій роботі поставлено *задачу* розробити метод ідентифікації моделей оптимального руху електромобіля, для яких у роботі [1] вказано лише, що їх потрібно синтезувати у вигляді (5), розв'язуючи систему рівнянь (4).

Викладення результатів дослідження

Перше, що нам потрібно здійснити для ідентифікації математичних моделей оптимального руху (5) електромобіля, це визначити сталі інтегрування C_1, C_2 , що увійшли у верхнє рівняння системи (4).

Для цього використаємо початкові значення

$$\begin{cases} i(0) = i_n, \\ v(0) = 0, \\ \int_0^0 v(\tau) d\tau = 0 \end{cases} \quad (15)$$

та граничні

$$\begin{cases} i(\tau_l) = 0, \\ v(\tau_l) = 0, \\ \int_0^{\tau_l} v(\tau) d\tau = l_l. \end{cases} \quad (16)$$

Підставляючи спочатку вирази (15) у перше рівняння системи (4), а потім — вирази (16), отримаємо систему двох рівнянь з двома невідомими C_1, C_2 , а саме:

$$\begin{cases} 2a\sqrt{i_n^2 + 1}(1 - 2\alpha i_n) - \left(\frac{a^2 + b^2}{b}\right) \left(c_1 - \frac{c_2}{f_1}\right) = 0, \\ 2a - \left(\frac{a^2 + b^2}{b}\right) \left(c_1 e^{(f_1 \tau_l + 2f_2 l_l)} - \frac{c_2}{f_1}\right) = 0, \end{cases} \quad (17)$$

або
$$\begin{cases} 2a\sqrt{i_n^2 + 1}(1 - 2\alpha i_n) - \left(\frac{a^2 + b^2}{b}\right) C_1 = -\left(\frac{a^2 + b^2}{b}\right) \frac{C_2}{f_1}, \\ 2a - \left(\frac{a^2 + b^2}{b}\right) C_1 e^{(f_1 \tau_l + 2f_2 l_l)} = -\left(\frac{a^2 + b^2}{b}\right) \frac{C_2}{f_1}. \end{cases} \quad (18)$$

Оскільки праві частини рівнянь в системі (18) однакові, то ми маємо право прирівняти і їх ліві частини та отримати рівняння з однією невідомою C_1 у вигляді

$$2a\sqrt{i_n^2+1}(1-2\alpha i_n) - \left(\frac{a^2+b^2}{b}\right)C_1 = 2a - \left(\frac{a^2+b^2}{b}\right)C_1 e^{(f_1\tau_l+2f_2l)}, \quad (19)$$

розв'язуючи яке відносно цієї невідомої, отримаємо вираз

$$C_1 = \left(\frac{2ab}{a^2+b^2}\right) \frac{\sqrt{i_n^2+1}(1-2\alpha i_n) - 1}{1 - e^{(f_1\tau_l+2f_2l)}}, \quad (20)$$

підставляючи в який числові значення усіх його параметрів, знайдемо числове значення C_1^* цієї невідомої.

А підставляючи вираз (20) в друге рівняння системи (18), отримаємо рівняння з однією невідомою C_2 у вигляді

$$2a - 2a \left(\frac{\sqrt{i_n^2+1}(1-2\alpha i_n) - 1}{1 - e^{(f_1\tau_l+2f_2l)}}\right) e^{(f_1\tau_l+2f_2l)} = - \left(\frac{a^2+b^2}{b}\right) \frac{C_2}{f_1}, \quad (21)$$

розв'язуючи яке відносно цієї невідомої, отримаємо вираз

$$C_2 = \left(\frac{2abf_1}{a^2+b^2}\right) \left\{ \frac{\sqrt{i_n^2+1}(1-2\alpha i_n) - 1}{1 - e^{(f_1\tau_l+2f_2l)}} e^{(f_1\tau_l+2f_2l)} - 1 \right\}, \quad (22)$$

підставляючи в який числові значення усіх його параметрів, знайдемо числове значення C_2^* цієї невідомої.

У свою чергу, підставляючи отримані з виразів (20), (22) числові значення C_1^*, C_2^* в систему рівнянь (4), отримаємо систему двох рівнянь:

$$\begin{cases} 2a\sqrt{i^2+1}(1-2\alpha i) - \left(\frac{a^2+b^2}{b}\right) \left(C_1^* e^{(f_1\tau+2f_2\int v d\tau)} - \frac{C_2^*}{f_1+2f_2v} \right) = 0, \\ \frac{dv}{d\tau} = \frac{(a^2+b^2)}{2ab} \ln(i + \sqrt{i^2+1}) - f_0 - f_1v - f_2v^2, \end{cases} \quad (23)$$

розв'язками яких будуть вже функції

$$i = i(\tau), \quad v = v(\tau), \quad (24)$$

на яких досягатиметься мінімум функціоналу (2) в умовах дії обмежень (1), (3) та дотримання початкових умов (15) і граничних (16), які і є ідентифікованими моделями оптимального руху електромобіля. Але, слід зауважити, що це будуть не математичні моделі, а кібернетичні або, як їх ще називають, комп'ютерні моделі, оскільки система нелінійних рівнянь (23) розв'язків, визначених конкретними математичними виразами, не має, а її можна розв'язувати лише методом послідовних наближень, застосовуючи комп'ютери, які реалізовуватимуть відповідний алгоритм, до побудови якого ми і перейдемо.

Оскільки друге рівняння в системі (23) відображає динаміку електромобіля, то, використовуючи саме його, будемо починати синтезувати розрахункові співвідношення нашого алгоритму. Для точки $\tau_k, k=0, 1, 2, \dots$ це рівняння можна переписати і так

$$\frac{\Delta v_k}{\Delta \tau_k} = \frac{v_{k+1} - v_k}{\tau_{k+1} - \tau_k} \approx \frac{(a^2+b^2)}{2ab} \ln(i_k + \sqrt{i_k^2+1}) - f_0 - f_1v_k - f_2v_k^2 \quad (25)$$

$$\text{або} \quad v_{k+1} \approx v_k + \frac{(a^2+b^2)}{2ab} (\tau_{k+1} - \tau_k) \ln(i_k + \sqrt{i_k^2+1}) - (f_0 + f_1v_k + f_2v_k^2)(\tau_{k+1} - \tau_k), \quad (26)$$

$$k = 0, 1, 2, \dots; \quad \tau_0 = 0; \quad v_0 = 0; \quad i_0 = i_n.$$

З виразу (26) бачимо, що для того, щоб знайти чисельне значення швидкості v_{k+1} в момент часу

τ_{k+1} необхідно знати не лише чисельне значення цієї швидкості v_k в попередній момент часу τ_k , але і чисельне значення струму i_k у цей же попередній момент часу. Тож необхідно розробити процедуру його обчислення, використавши перше рівняння системи (23), яке отримане шляхом розв'язання задачі мінімізації витрат електроенергії, а тому чисельні значення струму, знайдені з цього рівняння лягатимуть на струмову складову траєкторії оптимального руху електромобіля. І оскільки це рівняння не лише нелінійне, але ще і трансцендентне, то для його розв'язання необхідно застосовувати ітераційну процедуру послідовних наближень, різноманітні варіанти якої представлено в роботі [5]. Використаємо варіант

$$i_k(n) = i_k(n-1) - \frac{C_3}{n} \Psi_k(i, v, \tau), \quad n = 1, 2, \dots; \quad k = 0, 1, 2, \dots, \quad (27)$$

де n — номер ітерації, C_3 — константа, яку задає особа, що реалізує ітераційний процес, а $\Psi_k(i, v, \tau)$ — це ліва частина першого рівняння системи (23), в яку підставили

$$i = i_k(n-1); \quad v = v; \quad d\tau = \tau_{k+1} - \tau_k; \quad \int v d\tau = v_k(\tau_{k+1} - \tau_k), \quad (28)$$

тобто

$$\Psi_k(i, v, \tau) = 2a\sqrt{(i_k(n-1))^2 + 1(1 - 2\alpha i_k(n-1))} - \left(\frac{a^2 + b^2}{b}\right) \left(C_1^* e^{(f_1\tau_k + 2f_2v_k(\tau_{k+1} - \tau_k))} - \frac{C_2^*}{f_1 + 2f_2v_k} \right), \quad (29)$$

а тому вираз (27) набуває вигляду

$$i_k(n) = i_k(n-1) - \frac{C_3}{n} \left\{ 2a\sqrt{(i_k(n-1))^2 + 1(1 - 2\alpha i_k(n-1))} - \left(\frac{a^2 + b^2}{b}\right) \left(C_1^* e^{(f_1\tau_k + 2f_2v_k(\tau_{k+1} - \tau_k))} - \frac{C_2^*}{f_1 + 2f_2v_k} \right) \right\}. \quad (30)$$

Ітераційний процес (30) зупинятимемо, коли виконуватиметься умова

$$|i_k(n) - i_k(n-1)| \leq \varepsilon, \quad (31)$$

де ε — прийняте нами числове значення відносної похибки визначення струму в ітераційному процесі, з оглядом на яку ми вважатимемо, що

$$i_k(n) = i_k. \quad (32)$$

І саме це значення струму, яке визначається за виразом (32), підставлятимемо у вираз (26) для визначення наступного значення v_{k+1} швидкості.

Цілком очевидно, що чим меншим береться часовий відрізок

$$\Delta\tau_k = \tau_{k+1} - \tau_k, \quad k = 0, 1, 2, \dots, \quad (33)$$

тим з меншими похибками визначатимемо координати i_k, v_k траєкторії оптимального руху електромобіля, але обмеженням в бік зменшення цього відрізка тут виступатиме часовий відрізок

$$\Delta\tau_n = \tau_n - \tau_0, \quad (34)$$

за який завершується ітераційний процес (27).

Отже ще однією умовою, яку необхідно буде виконувати для реалізації запропонованого методу ідентифікації моделей оптимального руху електромобіля, у нашому випадку буде умова

$$\Delta\tau_k > \Delta\tau_n, \quad \text{для } \forall k, \forall n. \quad (35)$$

Висновки

Запропоновано метод ідентифікації моделей оптимального руху електромобіля з асинхронним електроприводом, на першому етапі реалізації якого визначаються константи, котрі мають місце у цих моделях внаслідок використання двічі операції інтегрування в процесі їх синтезу. На другому етапі реалізації пропонується прямий алгоритм визначення швидкості електромобіля на основі моделі його динаміки, а на третьому етапі синтезується ітераційний алгоритм визначення струму, зв'язаного зі швидкістю електромобіля співвідношенням, отриманим в результаті розв'язання задачі оптимізації методом невизначених множників Лагранжа.

СПИСОК ВИКОРИСТАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ

- [1] Б. І. Мокін, О. Б. Мокін, і В. В. Горенюк, «До питання оптимізації руху електромобіля з асинхронним електроприводом,» *Вісник Вінницького політехнічного інституту*, № 3, с. 32-38, 2019.
- [2] Ю. П. Петров, *Вариационные методы теории оптимального управления*. Москва-Ленинград: Энергия, 1965, 220 с.
- [3] Б. І. Мокін, і О. Б. Мокін, «Математичні моделі характеристики намагнічування електричного двигуна постійного струму з послідовним збудженням та їх порівняльний аналіз,» *Вісник КрДПУ*, вип. 3, 2005.
- [4] Alfredo Munoz-Garcia, Thomas A. Lipo, and Donald W. Novotny, "A New Induction Motor V/f Control Method Capable of High-Performance Regulation at Low Speeds," *IEEE transactions on industry applications*, vol. 34, no. 4, July/August, 1998.
- [5] Я. З. Цыпкин, *Адаптация и обучение в автоматических системах*, Москва: Наука, 1968, 400 с.

Рекомендована кафедрою електромеханічних систем автоматизації в промисловості і на транспорті ВНТУ

Стаття надійшла до редакції 19.02.2020

Мокін Борис Іванович — академік НАПН України, д-р техн. наук, професор, професор кафедри електромеханічних систем автоматизації в промисловості і на транспорті, професор кафедри системного аналізу, комп'ютерного моніторингу та інженерної графіки, e-mail: borys.mokin@gmail.com ;

Мокін Олександр Борисович — д-р техн. наук, професор, професор кафедри системного аналізу, комп'ютерного моніторингу та інженерної графіки, e-mail: abmokin@gmail.com ;

Горенюк Вадим Вікторович — аспірант кафедри електромеханічних систем автоматизації в промисловості і на транспорті, e-mail: gvv.ghost@gmail.com .

Вінницький національний технічний університет, Вінниця

B. I. Mokin¹
O. B. Mokin¹
V. V. Horeniuk¹

The Identification Method of Models Optimal Movement of Electric Car with Induction Motor

¹Vinnitsia National Technical University

There has been proposed the method of motion models identification of an electric car with a traction induction motor by horizontal road segment, optimal by the criterion of the minimum of electric losses, synthesized using a mathematical model of the magnetization curve in the form of an inverted hyperbolic sine, which with high precision binds the current in the stator winding of an induction motor with a magnetic flux created by the field of this current and therefore corresponds to the physical conditions of the actual operation of induction electric machines, and using Lagrange variational method option that leads to the field extremals in coordinates relative time, relative speed and relative electric current in the drive motor's stator winding.

At the first stage of implementation of the proposed method of motion models identification of an electric car with a traction induction drive, the constants that occur in these models due to the use of two integration operations in the process of their synthesis are determined. In the second stage of implementation, we propose a direct algorithm for determining the velocity of an electric car based on its dynamics model, and in the third stage, synthesized an iterative algorithm for determining the current associated with the velocity of an electric car by the ratio obtained as a result of solving the optimization problem by the method of indefinite Lagrange multipliers.

The defined conditions that are imposed on the iterative process of optimal current model identification are determined, supplied from an electric car battery through the DC to AC converter in the traction induction motor stator winding and the conditions which must satisfy the process of determining the moments of time at which the identification process of this model is carried out, on which the accuracy of determining the electric car optimal movement trajectory coordinates depends.

Keywords: electric car, traction induction electric drive, optimal motion models, three-step identification method, direct and iterative processes.

Mokin Borys I. — Academician of NAPS of Ukraine, Dr. Sc. (Eng.), Professor, Professor of the Chair of Electromechanical Systems Automation in Industry and Transport, Professor of the Chair of System Analysis, Computer Monitoring and Engineering Graphics, e-mail: borys.mokin@gmail.com ;

Mokin Oleksandr B. — Dr. Sc. (Eng.), Professor, Professor of the Chair of System Analysis, Computer Monitoring and Engineering Graphics, e-mail: abmokin@gmail.com ;

Horeniuk Vadym V. — Post-Graduate Students of the Chair of Electromechanical Systems Automation in Industry and Transport, email: gvv.ghost@gmail.com

Б. И. Мокин¹
А. Б. Мокин¹
В. В. Горенюк¹

МЕТОД ИДЕНТИФИКАЦИИ МОДЕЛЕЙ ОПТИМАЛЬНОГО ДВИЖЕНИЯ ЭЛЕКТРОМОБИЛЯ С АСИНХРОННЫМ ЭЛЕКТРОПРИВОДОМ

¹Винницкий национальный технический университет

Предложен метод идентификации моделей движения электромобиля с асинхронным электроприводом по горизонтальному отрезку дороги, оптимальных по критерию минимума электрических потерь, синтезированных с использованием математической модели кривой намагничивания в виде обратного гиперболического синуса, которая с высокой точностью связывает между собой электрический ток в обмотке статора асинхронного двигателя с магнитным потоком, который создается полем этого тока, а потому отвечает физическим условиям реального функционирования асинхронных электрических машин, и с применением вариационного варианта метода Лагранжа, что приводит к полю экстремалов в координатах — относительное время, относительная скорость движения электромобиля и относительный ток в обмотке статора его приводного электродвигателя.

На первом этапе реализации предложенного метода идентификации моделей оптимального движения электромобиля с асинхронным электроприводом определяются константы, которые имеют место в этих моделях в результате использования дважды операции интегрирования в процессе их синтеза. На втором этапе реализации предлагается прямой метод определения скорости электромобиля на основе модели их динамики, а на третьем этапе синтезируется итерационный алгоритм определения тока, связанного со скоростью электромобиля соотношением, полученным в результате решения задачи оптимизации методом неопределенных множителей Лагранжа.

Определены условия, налагаемые на итерационный процесс идентификации модели оптимального тока, подаваемого с силовой аккумуляторной батареей электромобиля через преобразователь постоянного тока в переменный в обмотку статора приводного асинхронного электродвигателя, и условия, которым должен удовлетворять процесс определения моментов времени, когда осуществляется процесс идентификации этой модели, от которых зависит точность определения координат траектории оптимального движения электромобиля.

Ключевые слова: электромобиль, тяговый асинхронный электропривод, модели оптимального движения, метод идентификации в три этапа, прямой и итерационный процессы.

Мокин Борис Иванович — академик НАПН Украины, д-р техн. наук, профессор, профессор кафедры электромеханических систем автоматизации в промышленности и на транспорте, профессор кафедры системного анализа, компьютерного мониторинга и инженерной графики, e-mail: borys.mokin@gmail.com ;

Мокин Александр Борисович — д-р техн. наук, профессор, профессор кафедры системного анализа, компьютерного мониторинга и инженерной графики, e-mail: abmokin@gmail.com ;

Горенюк Вадим Викторович — аспирант кафедры электромеханических систем автоматизации в промышленности и на транспорте, e-mail: gvv.ghost@gmail.com