ІНФОРМАЦІЙНІ ТЕХНОЛОГІЇ ТА КОМП'ЮТЕРНА ТЕХНІКА

https://doi.org/10.31649/1997-9266-2020-151-4-42-49

УДК 303.732.4: 621.391.82

Б. І. Мокін[1]
О. Б. Мокін[1]
В. Б. Мокін[1]
С. О. Довгополюк[1]

СИНТЕЗ ЕКВІВАЛЕНТНОЇ МАТЕМАТИЧНОЇ МОДЕЛІ ДЛЯ СИСТЕМНОГО АНАЛІЗУ СКЛАДНОЇ СИСТЕМИ

[1]Вінницький національний технічний університет

В роботі доведено, чому математична модель складної системи з багатьма входами у вигляді рівняння множинної регресії не може бути використана в задачах прогнозування вихідної координати цієї системи в разі, якщо відсутня можливість здійснення впливу на її вхідні координати, та в задачах управління вихідною координатою цієї системи, навіть за наявності можливості впливу на якусь з вхідних координат. Показано, що результати доведення повною мірою узгоджуються з експериментально отриманими залежностями для нормально функціонуючої промислової складної системи, що являє собою дифузійний апарат для екстракції цукру з бурякової стружки. З використанням авторегресійних моделей для кожної вхідної координати складної системи здійснено синтез такої математичної моделі цієї системи, яка може бути використана в задачах прогнозування вихідної координати цієї системи за відсутності можливості здійснення впливу на її вхідні координати та в задачах управління цією вихідною координатою за наявності можливості впливу хоча б на одну з вхідних координат. Запропоновано метод синтезу еквівалентної математичної моделі складної системи, що функціонує в стаціонарному режимі, придатної для прогнозування та управління однією вихідною координатою цієї системи, залежною від кількох вхідних координат, кожна з яких задана еквівалентною авторегресійною залежністю, в якій враховано кілька попередніх значень цієї вхідної координати, трансформованої у часовий ряд. Результати синтезу еквівалентної математичної моделі складної системи, узагальнені на складні системи з кількома вихідними координатами, кожна з яких залежить від кількох вхідних координат.

Ключові слова: складна система, множина вхідних координат, вихідна координата, трансформація в часові ряди, еквівалентна математична модель, прогнозування, управління.

Вихідні передумови та постановка задачі

Почнемо анонсовану в заголовку статті процедуру синтезу еквівалентної математичної моделі з визначення того, що ми вважатимемо за складну систему.

Отже під складною системою розумітимемо таку систему, вихідна координата $y[k]$ якої в дискретні моменти відносного часу $k = 0, 1, 2,\ldots, K$ формується під впливом значної кількості N вхідних координат чи внутрішніх факторів $x_i[k]$, де $i = 1, 2,\ldots, N$.

Як відомо [1], [2], [3], статику такої системи в стаціонарному режимі функціонування в дискретні моменти відносного часу $k = 0, 1, 2,\ldots, K$ за не надто суттєвих відхилень вхідних координат від їх усталених значень намагаються кількісно оцінювати за допомогою математичної моделі у вигляді регресії

$$y[k] = a_0 + a_1 x_1[k] + a_2 x_2[k] + \ldots + a_N x_N[k] + \xi_k\,, \tag{1}$$

в якій ξ_k — імпульс «білого шуму» з дисперсією σ_ξ^2, що генерується відповідною програмою для врахування в регресії стохастичності процесу $y[k]$, коефіцієнт a_0 знаходиться ковзним усередненням цього процесу за попередніми його значеннями, тобто

$$a_0 = \frac{1}{m+1}\sum_{k=0}^{m} y[k-m], \tag{2}$$

коефіцієнти a_i, $i = 1, 2, ..., N$ знаходяться з системи N алгебраїчних рівнянь

$$\begin{cases} \rho_{y^*1} = \rho_{11}a_1 + \rho_{12}a_2 + \rho_{13}a_3 + ... + \rho_{1N}a_N, \\ \rho_{y^*2} = \rho_{21}a_1 + \rho_{22}a_2 + \rho_{23}a_3 + ... + \rho_{2N}a_N, \\ ...., \\ \rho_{y^*N} = \rho_{N1}a_1 + \rho_{N2}a_2 + \rho_{N3}a_3 + ... + \rho_{NN}a_N, \end{cases} \tag{3}$$

а дисперсія «білого шуму» σ_ξ^2 знаходиться з рівняння

$$\sigma_\xi^2 = \rho_{y^*y^*} - \rho_{y^*1}a_1 - \rho_{y^*2}a_2 - ... - \rho_{y^*N}a_N. \tag{4}$$

Нагадаємо, що в рівняннях (3), (4) $\rho_{y^*y^*}$ — це дисперсія центрованого вихідного процесу $y^*[k] = y[k] - a_0$, яка знаходиться зі співвідношення

$$\rho_{y^*y^*} = \frac{1}{K+1}\sum_{k=0}^{K}\left(y[k-K] - a_0\right)^2, \tag{5}$$

ρ_{ii}, $i = 1, 2, ..., N$ — це дисперсії центрованих вхідних процесів x_i, які знаходяться зі співвідношень

$$\rho_{ii} = \frac{1}{K+1}\sum_{k=0}^{K}\left(x_i[k-K] - a_0^i\right)^2, \tag{6}$$

де

$$a_0^i = \frac{1}{K+1}\sum_{k=0}^{K} x_i[k-K], \tag{7}$$

а ρ_{y^*i}, $i = 1, 2, ..., N$ та ρ_{ij}, $i, j \in [1, N]$ — це коваріаційні моменти, що характеризують лінійний зв'язок між вихідною координатою динамічної системи і її вхідними координатами, та лінійний зв'язок вхідних координат між собою і обчислюються за співвідношеннями

$$\rho_{y^*i} = \frac{1}{K+1}\sum_{k=0}^{K}\left(y[k-K] - a_0\right)\left(x_i[k-K] - a_0^i\right), \tag{8}$$

$$\rho_{ij} = \frac{1}{K+1}\sum_{k=0}^{K}\left(x_i[k-K] - a_0^i\right)\left(x_j[k-K] - a_0^j\right). \tag{9}$$

І якщо математична модель складної динамічної системи у вигляді (1) використовується лише для аналізу поточного стану цієї системи, то за її допомогою можна отримати цілком адекватні результати, але спроби використати її для прогнозування досягнення бажаних наступних в часі станів цієї системи шляхом цілеспрямованої зміни частини вхідних координат, визначених в якості керуючих, як буде показано у цій статті, не можуть привести до адекватних результатів в принципі. Тож доведення цього нашого твердження є першим завданням дослідження. А другим завданням є синтез такої математичної моделі регресійного характеру, яка в задачі прогнозування вихідної координати даватиме результати, адекватні реальним змінам цієї координати в еквівалентному вимірі, обумовленим цілеспрямованими змінами частини вхідних координат, визначених в якості керуючих.

Викладення основних результатів

Отже почнемо з розв'язання першого завдання, тобто доведення нашого твердження, що математичну модель складної системи у вигляді (1) не можна застосовувати для прогнозування наступних значень вихідної координати, обумовлених впливом частини вхідних координат, визначених в якості керуючих.

З роботи [4] легко бачити, що для кожної центрованої вхідної координати системи $x_i[k]$, де $i = 1, 2, ..., N$, що має стаціонарний характер, можна синтезувати адекватну математичну модель у вигляді авторегресії АР(p) з порядком p вигляду

$$x_i[k] = c_1^i x_i[k-1] + c_2^i x_i[k-2] + \ldots + c_p^i x_i[k-p] + \xi_k^i, \tag{10}$$

в якій коефіцієнти $c_1^i, c_2^i, \ldots, c_p^i$, $i = 1, 2, \ldots, N$ знаходяться за відомою методикою Юла–Уокера шляхом розв'язання системи рівнянь

$$\begin{cases} \gamma_1^i = \gamma_0^i c_1^i + \gamma_1^i c_2^i + \gamma_2^i c_3^i + \ldots + \gamma_{p-1}^i c_p^i, \\ \gamma_2^i = \gamma_1^i c_1^i + \gamma_0^i c_2^i + \gamma_1^i c_3^i + \ldots + \gamma_{p-2}^i c_p^i, \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots, \\ \gamma_p^i = \gamma_{p-1}^i c_1^i + \gamma_{p-2}^i c_2^i + \gamma_{p-3}^i c_3^i + \ldots + \gamma_0^i c_p^i, \end{cases} \tag{11}$$

для якої автоковаріації γ_j^i, $j = 1, 2, \ldots, p$ обчислюються за виразом

$$\gamma_j^i = \frac{1}{K+1-j} \sum_{k=0}^{K-j} x_i[k] x_i\left[k-j\right] \tag{12}$$

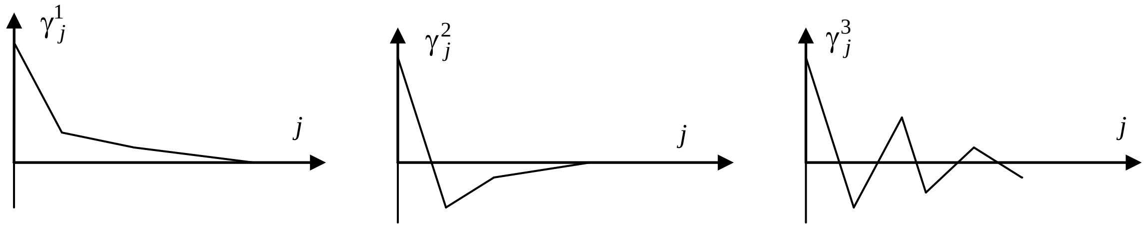
і береться до уваги, що автоковаріації є функціями парними, тобто

$$\gamma_j^i = \gamma_{-j}^i \tag{13}$$

а параметр σ_i^2, з використанням якого на кожному кроці k комп'ютерна програма генерує імпульси «білого шуму» ξ_k^i для авторегресій (10), знаходиться зі співвідношення

$$\sigma_i^2 = \gamma_0^i - \gamma_1^i c_1 - \gamma_2^i c_2 - \ldots - \gamma_p^i c_p^i. \tag{14}$$

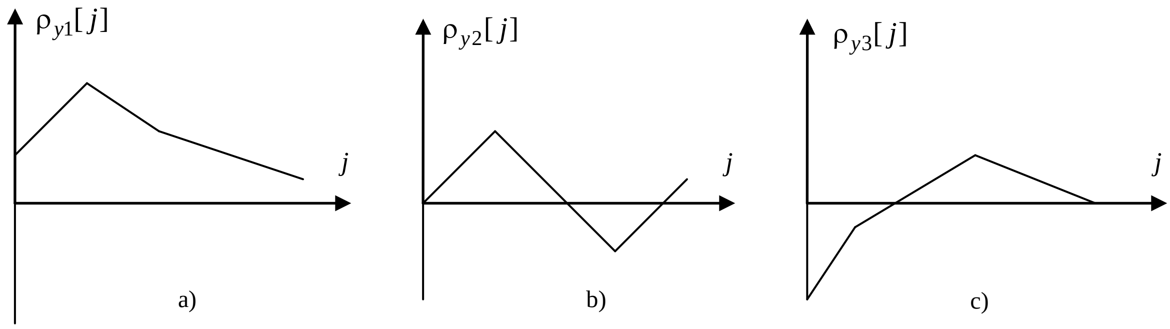
В роботі [5] з використанням експериментальних даних розраховані автоковаріаційні функції ряду вхідних координат γ_j^i, які мають характер, еквівалентна графічна інтерпретація якого приведена на рис. 1.



а) б) с)

Рис. 1. Еквівалентна графічна інтерпретація характеру автоковаріаційних залежностей

У цій же роботі [5] з використанням експериментальних даних розраховані також і взаємні коваріаційні функції $\rho_{yi}\left[j\right]$ вихідної координати з вхідними, які мають характер, еквівалентна графічна інтерпретація якого показана на рис. 2.



а) b) с)

Рис. 2. Еквівалентна графічна інтерпретація характеру взаємних коваріацій

Цілком очевидно, що для системи з трьома вхідними координатами x_i, $i = 1, 2, 3$, що є центрованими часовими рядами, та однієї центрованої вихідної координати y регресійна модель з класу, заданого виразом (1), з урахуванням символіки, прийнятої на рис. 2, матиме вигляд

$$y[k] = a_1 x_1[k] + a_2 x_2[k] + a_3 x_3[k] + \xi_k , \tag{15}$$

числові значення параметрів якої a_i, $i = 1, 2, 3$, знаходяться з системи рівнянь

$$\begin{cases} \rho_{y1}[0] = \rho_{11}[0]a_1 + \rho_{12}[0]a_2 + \rho_{13}[0]a_3, \\ \rho_{y2}[0] = \rho_{21}[0]a_1 + \rho_{22}[0]a_2 + \rho_{23}[0]a_3, \\ \rho_{y3}[0] = \rho_{31}[0]a_1 + \rho_{32}[0]a_2 + \rho_{33}[0]a_3, \end{cases} \tag{16}$$

що характеризує статику цієї складної системи, оскільки взаємні коваріації, що входять до системи рівнянь (16), визначають ступінь лінійного зв'язку між координатами, лише в той самий нульовий момент дискретного часу.

З рис. 2 бачимо, що

$$\begin{cases} \rho_{y1}[0] > 0, \\ \rho_{y2}[0] = 0, \\ \rho_{y3}[0] < 0; \end{cases} \tag{17}$$

$$\begin{cases} \rho_{y1}[1] > \rho_{y1}[0], \\ \rho_{y2}[1] > \rho_{y2}[0], \\ \rho_{y3}[1] > \rho_{y3}[0]; \end{cases} \qquad \begin{cases} \rho_{y1}[2] < \rho_{y1}[1], \\ \rho_{y2}[2] < \rho_{y2}[1], \\ \rho_{y3}[2] > \rho_{y3}[1]. \end{cases} \tag{18}$$

Зіставляючи базове співвідношення (17), визначене для даного моменту часу, взятого за нульовий, з аналогічними співвідношеннями (18), справедливими для наступних першого і другого відліків дискретного часу, бачимо, що в разі їх почергової підстановки в систему рівнянь (16) ми кожного разу будемо отримувати різні числові значення параметрів a_i, $i = 1, 2, 3$, підстановка яких у вираз (15) формуватиме кожного разу іншу математичну модель піддослідної складної системи, що унеможливлює використання цієї регресійної моделі у базовому варіанті для прогнозування значень вихідної координати цієї піддослідної системи у подальші відліки дискретного часу в разі, якщо усі вхідні координати недоступні для нашого впливу на них, а також унеможливлює її використання для управління цією вихідною координатою в разі, якщо на якісь вхідні координати ми можемо впливати. Цим висновком автори і підтверджують справедливість першого твердження, суть якого складала перше завдання нашого дослідження, сформульованого у вступній частині статті.

Тож тепер можна приступити до виконання другого завдання нашого дослідження, яке полягає в тому, щоб синтезувати еквівалентну регресійну математичну модель піддослідної складної системи, придатну для системного аналізу і прогнозування наступних значень її вихідної координати за наявності інформації лише про попередні значення її вхідних координат.

Отже, нехай маємо складну систему з трьома вхідними координатами $x_1[k], x_2[k], x_3[k]$ та однією вихідною координатою $y[k]$, де k = 0, 1, 2,…K.

Як ми уже зазначали вище, для цієї складної системи буде справедливою регресійна модель (15), чисельні значення параметрів a_1, a_2, a_3 якої з k = 0 можна обчислити, розв'язавши систему рівнянь (16). І якщо в ідентифіковану у такий спосіб регресійну модель (15) підставити експериментально виміряні значення вхідних координат $x_1[0], x_2[0], x_3[0]$, то з похибкою, яка не буде перевищувати σ_ξ^2, експериментально визначене значення вихідної координати $y[0]$ буде збігатися з її значенням, обчисленим за допомогою ідентифікованої регресійної моделі (15).

А далі, припустивши, що автоковаріаційна функція γ_j^1 для вхідної координати $x_1[k]$ має вигляд, показаний на рис. 1a, автоковаріаційна функція γ_j^2 для вхідної координати $x_2[k]$ має вигляд, показаний на рис. 1b, а автоковаріаційна функція γ_j^3 для вхідної координати $x_3[k]$ має вигляд, показаний на рис. 1с, запишемо авторегресійні моделі для цих координат. З рис. 1 легко бачити, що, виходячи з характеру автоковаріацій, структурно ці авторегресійні моделі матимуть вигляд

$$x_1[k] = c_1^1 x_1[k-1] + \xi_k^1; \tag{19}$$

$$x_2[k] = c_1^2 x_2[k-1] + c_2^2 x_2[k-2] + \xi_k^2; \tag{20}$$

$$x_3[k] = c_1^3 x_3[k-1] + c_2^3 x_3[k-2] + .c_3^3 x_3[k-3] + \xi_k^3. \tag{21}$$

Зауважимо, що алгоритм обчислення чисельних значень параметрів в авторегресійних моделях (19), (20), (21) за методом Юла–Уокера з використанням співвідношень (11), (12), (14) нами виписаний вище, а також зауважимо, що верхні цифрові індекси в позначеннях цих параметрів символізують не степені, а віднесеність до конкретної вхідної координати з відповідним номером.

А далі підставимо авторегресійні залежності (19), (20), (21) в регресію (15). Отримаємо

$$y[\mathrm{k}] = a_1\left(c_1^1 x_1[k-1] + \xi_k^1\right) + a_2\left(c_1^2 x_2[k-1] + \mathrm{c}_2^2 x_2[k-2] + \xi_k^2\right) + a_3\left(c_1^3 x_3[k-1] + \mathrm{c}_2^3 x_3[k-2] + \mathrm{c}_3^3 x_3[k-3] + \xi_k^3\right) + \xi_k \tag{22}$$

або
$$y[\mathrm{k}] = \mathrm{q}_1^1 x_1[k-1] + q_2^1 x_2[k-1] + q_3^1 x_3[k-1] + q_2^2 x_2[k-2] + q_3^2 x_3[k-2] + q_3^3 x_3[k-3] + \xi_k^*, \tag{23}$$

де
$$\begin{cases} q_1^1 = a_1 c_1^1, \;\; q_2^1 = a_2 c_1^2, \;\; q_3^1 = a_3 c_1^3, \\ q_2^2 = a_2 c_2^2, \;\; q_3^2 = a_3 c_2^3, \\ q_3^3 = a_3 c_3^3, \end{cases} \tag{24}$$

а ξ_k^* — еквівалентний імпульс «білого шуму», що генерується комп'ютерною програмою в момент дискретного часу k, в яку закладено еквівалентний параметр $\sigma_{\xi*}^2$, що дорівнює

$$\sigma_{\xi*}^2 = a_1\sigma_1^2 + a_2\sigma_2^2 + a_3\sigma_3^2 + \sigma_\xi^2 \tag{25}$$

і чисельно визначається з виразу

$$\sigma_{\xi*}^2 = \rho_{yy} - q_1^1\rho_{y1}[1] - q_2^1\rho_{y2}[1] - \mathrm{q}_3^1\rho_{y3}[1] - q_2^2\rho_{y2}[2] - q_3^2\rho_{y3}[2] - q_3^3\rho_{y3}[3], \tag{26}$$

який отримаємо з виразу (22) після його домноження на $y[k]$ і підсумовування на відрізку дискретного часу, що вміщує m значень вихідної та кожної із вхідних координат.

Аналіз отриманих результатів та їх узагальнення

Аналізуючи вираз (23), бачимо, що за допомогою цієї математичної моделі ми отримуємо значення вихідної координати y складної системи в момент дискретного часу k, використовуючи значення її вхідних координат x_1, x_2, x_3 в попередні моменти дискретного часу $k-1,\ k-2,\ k-3$. А це, у свою чергу, свідчить про те, що за допомогою синтезованої нами математичної моделі (23) маємо можливість як прогнозувати наступні значення вихідної координати в разі, якщо вхідні координати ми вимірювати можемо, але впливати на них не можемо, так і спрямовувати вихідну координату у потрібну нам область значень, якщо хоча б на одну з вхідних координат ми впливати можемо, надаючи їй статус керуючої.

Синтезуючи модель (23) для складної системи, автори виходили з передумови, що ця складна система має один вихід і три входи, тож доцільним є запитання: «А як зміниться ця модель, якщо входів буде більше, наприклад L?»

Але перш ніж дати відповідь на це запитання, звернемо увагу на висновок, зроблений в роботі [6], де визначено, що в еквівалентних авторегресійних моделях достатньо враховувати лише значення вхідної координати в даний момент дискретного часу та в попередніх трьох кроках. З урахуванням цього висновку математичну модель (23) можна узагальнити до моделі

$$\begin{aligned} y[k] = {} & \mathrm{q}_1^1 x_1[k-1] + q_2^1 x_2[k-1] + q_3^1 x_3[k-1] + \ldots + \mathrm{q}_\mathrm{L}^1 x_L[k-1] + \\ & + q_1^2 x_1[k-2] + q_2^2 x_2[k-2] + q_3^2 x_3[k-2] + \ldots + q_L^2 x_L[k-2] + \\ & + q_1^3 x\ [k-3] + \mathrm{q}_2^3 x_2[k-3] + q_3^3 x_3[k-3] + \ldots + q_L^3 x_L[k-3] + \xi_k^*, \end{aligned} \tag{27}$$

для якої замість співвідношень (24) матимемо

$$\begin{cases} q_1^1 = a_1c_1^1, \ q_2^1 = a_2c_2^1, \ \ q_3^1 = a_3c_3^1, ..., q_L^1 = a_Lc_L^1, \\ q_1^2 = a_1c_1^2, \ q_2^2 = a_2c_2^2, \ \ q_3^2 = a_3c_3^2, ..., q_L^2 = a_Lc_L^2, \\ q_1^3 = a_1c_1^3, \ q_2^3 = a_2c_2^3, \ \ q_3^3 = a_3c_3^3, ..., q_L^3 = a_Lc_L^3. \end{cases} \tag{28}$$

Замість співвідношення (25) матимемо

$$\sigma_{\xi*}^2 = a_1\sigma_1^2 + a_2\sigma_2^2 + a_3\sigma_3^2 + ... + a_L\sigma_L^2 + \sigma_\xi^2, \tag{29}$$

а замість співвідношення (26) матимемо

$$\begin{gathered}\sigma_{\xi*}^2 = \rho_{yy} - q_1^1\rho_{y1}[1] - q_2^1\rho_{y2}[1] - q_3^1\rho_{y3}[1] - ... - q_L^1\rho_{yL}[1] - q_1^2\rho_{y1}[2] - q_2^2\rho_{y2}[2] - \\ - q_3^2\rho_{y3}[2] - ... - q_L^2\rho_{yL}[2] - q_1^3\rho_{y1}[3] - q_2^3\rho_{y2}[3] - q_3^3\rho_{y3}[3] - ... - q_L^3\rho_{yL}[3].\end{gathered} \tag{30}$$

Модель (27) є еквівалентною математичною моделлю складної системи з L входами і одним виходом, придатна як для прогнозування наступних значень вихідної координати, так і для управління нею.

Цей аналіз і узагальнення були б неповними, якби ми не дали відповіді на ще одне запитання, а саме: «А як зміниться модель (27), якщо при L входах піддослідна система матиме не один а M виходів?»

Відповідь на це запитання проста — модель (27) буде справедливою для кожного виходу і її запис відрізнятиметься від запису у вигляді (27) лише тим, що в усіх співвідношеннях біля вихідної координати y та біля коефіцієнтів a та q, а також біля імпульсу ξ «білого шуму» в нижній індекс додасться ще складова m, яка відповідатиме номеру вихідної координати з множини $m = 1, 2, ..., M$. З цієї відповіді випливає, що для складної системи з кількома виходами немає сенсу ще раз переписувати усі вищенаведені співвідношення, пов'язані з моделлю (27) , оскільки вони відрізнятимуться від уже приведених лише цією додатковою складовою в нижніх індексах у вказаних параметрах.

Ну а щодо врахування в моделі (27) не одного імпульсу «білого шуму», а до чотирьох зважених, як запропоновано в роботі [6] в алгоритмі синтезу еквівалентної математичної моделі у вигляді авторегресії ковзного середнього, то, як показано в роботі [7], це суттєво змінює усі розрахункові співвідношення, а тому алгоритм синтезу такої моделі потребує окремого розгляду.

Висновки

Доведено, чому математична модель складної системи з багатьма входами у вигляді рівняння множинної регресії не може бути використана в задачах прогнозування вихідної координати цієї системи в разі, якщо відсутня можливість здійснення впливу на її вхідні координати, та не може бути використана в задачах управління вихідною координатою цієї системи навіть за наявності можливості впливу на якусь із вхідних координат.

З використанням авторегресійних моделей для кожної вхідної координати складної системи здійснено синтез такої математичної моделі цієї системи, яка може бути використана в задачах прогнозування вихідної координати такої системи за відсутності можливості здійснення впливу на її вхідні координати та в задачах управління цією вихідною координатою за наявності можливості впливу хоча б на одну з вхідних координат.

Запропоновано метод синтезу еквівалентної математичної моделі складної системи, що функціонує в стаціонарному режимі, придатної для прогнозування та управління однією вихідною координатою цієї системи, залежною від кількох вхідних координат, кожна з яких задана авторегресійною залежністю, в якій враховано кілька попередніх значень цієї вхідної координати, трансформованої у часовий ряд.

Результати синтезу еквівалентної математичної моделі складної системи, узагальнені на складні системи з кількома вихідними координатами, кожна з яких залежить від кількох вхідних координат.

СПИСОК ВИКОРИСТАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ

[1] В. М. Ордынцев, *Автоматизация математического описания объектов управления*. Москва: Машиностроение, 1969, 206 с.

[2] М. Пешель, *Моделирование сигналов и систем*. Москва: Мир, 1981, 300 с.

[3] Э. Хеннан, *Многомерные временные ряды*. Москва: Мир, 1974, 575 с.

[4] Дж. Бокс, и Г. Дженкинс, *Анализ временных рядов. Прогноз и управление*, вып. 1. Москва: изд-во «Мир», 1974, 408 с.

[5] Г. В. Горячев, і Б. І. Мокін, Математичні моделі та методи комп'ютерного моделювання процесу екстрагування цукру в похилому дифузійному апараті. Вінниця, Україна: УНІВЕРСУМ-Вінниця, 2004, 132 с.

[6] О. Б. Мокін, В. Б. Мокін, і Б. І. Мокін, «Визначення умов, за яких рух динамічних об'єктів з порядком математичних моделей вищим трьох можна описувати еквівлентними моделями з порядком не вищим трьох», *Вісник Вінницького політехнічного інституту*, № 4, с.7-15, 2014.

[7] О. Б. Мокін, В. Б. Мокін, і Б. І. Мокін, «Метод ідентифікації моделі авторегресії-ковзного середнього АРКС(p,q) з довільними значеннями порядків p,q , який узагальнює методику Юла–Уокера,» *Наукові праці Вінницького національного технічного університету*. [Електронний ресурс], № 2, с. 1-6, 2014. Режим доступу: http://praci.vntu.edu.ua/index.php/praci/article/view/406/404 .

Рекомендована кафедрою системного аналізу, комп'ютерного моніторингу та інженерної графіки ВНТУ

Стаття надійшла до редакції 27.08.2020

Мокін Борис Іванович — академік НАПН України, д-р техн. наук, професор, професор кафедри системного аналізу та інформаційних технологій, e-mail: borys.mokin@gmail.com ;

Мокін Олександр Борисович — д-р техн. наук, професор, професор кафедри системного аналізу та інформаційних технологій, e-mail: abmokin@gmail.com ;

Мокін Віталій Борисович — д-р техн. наук, професор., завідувач кафедри системного аналізу та інформаційних технологій, e-mail: vbmokin@gmail.com ;

Довгополюк Сергій Олександрович — аспірант кафедри системного аналізу та інформаційних технологій, e-mail: isergeyq@gmail.com

B. I. Mokin[1]
O. B. Mokin[1]
V. B. Mokin[1]
S. O. Dovhopolyuk[1]

Synthesis of Equivalent Mathematical Model for System Analysis of a Complex System

[1]Vinnytsia National Technical University

The paper proves why a mathematical model of a complex system with many inputs in the form of a multiple regression equation cannot be used in problems of predicting the original coordinate of this system if it is not possible to influence its input coordinates, and in problems of controlling the original coordinate of this system if it is possible to influence any of the input coordinates. It is shown that the results of the proof are fully consistent with the experimentally obtained dependences for a normally functioning industrial complex system, which is a diffusion apparatus for the extraction of sugar from beet chips. Using autoregressive models for each input coordinate of a complex system, a synthesis of such a mathematical model of this system, which can be used in predicting the output coordinate of the system in the absence of influence on its input coordinates and in the problems of controlling this output coordinate b to one of the input coordinates. A method for synthesizing an equivalent mathematical model of a complex system operating in a stationary mode, suitable for predicting and controlling one output coordinate of this system, depending on several input coordinates, each of which is given by an equivalent autoregressive dependence, which takes into account several previous values of this input transformed into a time series. The results of the synthesis of an equivalent mathematical model of a complex system are generalized to complex systems with several output coordinates, each of which depends on several input coordinates.

Keywords: complex system, set of input coordinates, output coordinate, transformation into time series, equivalent mathematical model, forecasting, control.

Mokin Borys I. — Academician of NAPS of Ukraine, Dr. Sc. (Eng.), Professor of the Chair of Systems Analysis and Information Technology, e-mail: borys.mokin@gmail.com ;

Mokin Oleksandr B. — Dr. Sc. (Eng.), Professor, Professor of the Chair of Systems Analysis and Information Technology, e-mail: abmokin@gmail.com ;

Mokin Vitalii B. —Dr. Sc. (Eng.), Professor, Head of the Chair of Systems Analysis and Information Technology, e-mail: vbmokin@gmail.com ;

Dovhopolyuk Sergey O. — Post-Graduate Student of the Chair of Systems Analysis and Information Technology, e-mail: isergeyq@gmail.com

Б. И. Мокин[1]
А. Б. Мокин[1]
В. Б. Мокин[1]
С. А. Довгополюк[1]

Синтез эквивалентно математической модели для сложных моделей системного анализа

[1]Винницкий национальный технический университет

В работе доказано, почему математическая модель сложной системы со многими входами в виде уравнения множественной регрессии не может быть использована в задачах прогнозирования выходной координаты этой системы в случае, если отсутствует возможность оказания влияния на ее входные координаты, и в задачах управления выходной координатой этой системы даже при наличии возможности влияния на какую-то из входных координат. Показано, что результаты доказательства в полной мере согласуются с экспериментально полученными зависимостями для нормально функционирующей промышленной сложной системы, представляющей собой диффузный аппарат для экстракции сахара из свекловичной стружки. С использованием авторегрессионных моделей для каждой входной координаты сложной системы осуществлен синтез такой математической модели этой системы, которая может быть использована в задачах прогнозирования выходной координаты этой системы при отсутствии возможности оказания влияния на ее входные координаты и в задачах управления этой исходной координатой при наличии возможности влияния хотя бы на одну из входных координат. Предложен метод синтеза эквивалентной математической модели сложной системы, функционирующей в стационарном режиме, пригодной для прогнозирования и управления одной исходной координатой этой системы, зависящей от нескольких входных координат, каждая из которых задана эквивалентной авторегрессионной зависимостью, в которой учтены несколько предыдущих значений этой входной координаты, трансформированной во временной ряд. Результаты синтеза эквивалентной математической модели сложной системы, обобщены на сложные системы с несколькими выходными координатами, каждая из которых зависит от нескольких входных координат.

Ключевые слова: сложная система, множество входных координат, исходная координата, трансформация во временные ряды, эквивалентная математическая модель, прогнозирование, управление.

Мокин Борис Иванович — академик НАПН Украины, д-р техн. наук, профессор кафедры системного анализа и информационных технологий, e-mail borys.mokin@gmail.com ;

Мокин Александр Борисович — д-р техн. наук, профессор, профессор кафедры системного анализа и информационных технологий, e-mail: abmokin@gmail.com ;

Виталий Борисович Мокин — д-р техн. наук, профессор, заведующий кафедрой системного анализа и информационных технологий, e-mail: vbmokin@gmail.com ;

Довгополюк Сергей Александрович — аспирант кафедры системного анализа и информационных технологий, e-mail: isergeyq@gmail.com