

УДК 531.31:621.86

Б. І. Мокін¹
 О. Б. Мокін¹
 О. М. Кривоніс¹

СИНТЕЗ ЗАКОНУ ОПТИМАЛЬНОГО КЕРУВАННЯ ОДНИМ КЛАСОМ ОБ'ЄКТІВ З ПАРАМЕТРАМИ, ЗМІННИМИ У ЧАСІ ТА ПРОСТОРІ

¹Вінницький національний технічний університет

Синтезовано закон оптимального керування одним класом об'єктів з параметрами, змінними в часі та просторі, до якого відноситься система електропривода підйомного крана, оскільки у цій системі електропривода мають місце і зміна характеристик процесу переміщення вантажів у часі, обумовлена змінами приведенного моменту інерції системи електропривода та моменту навантаження під час переміщення вантажу, і вплив поздовжніх коливань, які виникають у тросі, на який підвішується вантаж. Як критерій оптимізації використано функціонал у вигляді інтегралу від квадрату відхилення реальної кутової швидкості приводного електродвигуна підйомного крану від її ідеальної траєкторії. Для синтезу закону оптимального керування використано створену нами і опубліковану в попередніх роботах, поданих у списку літератури, математичну модель процесів переміщення вантажу підйомним краном, структура якої побудована з використанням як звичайного диференціального рівняння зі змінними в часі параметрами, яке зв'язує приводний момент тягового електродвигуна з моментом навантаження та приведеним моментом інерції системи електропривода, так і диференціального рівняння в частинних похідних, яким описується процес виникнення поздовжніх коливань в тросі, зумовлених впливом маси вантажу та маси відрізка троса між барабаном його намотування та точкою підвісу вантажу. Показано, що реалізацією синтезованого закону оптимального керування електроприводом підйомного крана досягаються такі характеристики процесу переміщення вантажів, які унеможливають руйнування як вантажів так і майданчиків, на яких ці вантажі встановлюються, оскільки процес переміщення вантажу здійснюється без їхніх ударних зіткнень, зумовлених виникненням поздовжніх коливань в тросі, до якого підвішений вантаж. Запропоновано алгоритм практичної реалізації синтезованого закону оптимального керування системою електропривода підйомного крану як динамічного об'єкта з параметрами, змінними в часі та просторі.

Ключові слова: об'єкт зі змінними в часі та просторі параметрами, система електропривода підйомного крана, математична модель, синтез закону оптимального керування.

Постановка задачі та вихідні передумови

У наших публікаціях [1]—[3] показано, що система електропривода підйомного крана є прикладом динамічного об'єкта зі змінними параметрами, адекватну математичну модель якого можна синтезувати, лише виходячи з диференціального рівняння динаміки, що має вигляд

$$\frac{d(J\omega)}{dt} = J(t)\frac{d\omega}{dt} + \omega(t)\frac{dJ}{dt} = M_{ed} - M_w(t) = \Delta M(t), \quad (1)$$

в якому ω — кутова швидкість обертання вала тягового електродвигуна, t — час, M_{ed} — електромагнітний момент електродвигуна, M_w — момент навантаження, а J — приведений момент інерції махових мас системи електропривода, який, при підніманні вантажу і намотуванні у зв'язку з цим троса на барабан та розмотуванні троса з барабана при опусканні вантажу, стає функцією часу.

А у нашій публікації [4] показано, що, синтезуючи математичну модель системи електропривода підйомного крана, слід враховувати ще й процес виникнення поздовжніх коливань в тросі, який описується диференціальним рівнянням в частинних похідних вигляду

$$\frac{\partial^2 v(x,t)}{\partial x^2} - nm \frac{\partial^2 v(x,t)}{\partial t^2} = 0 \quad (2)$$

або

$$\frac{\partial^2 F(x,t)}{\partial x^2} - nm \frac{\partial^2 F(x,t)}{\partial t^2} = 0, \quad (3)$$

де $Jv(x,t), F(x,t)$ — відповідно, лінійна швидкість руху троса питомою масою $m \left(\frac{kg}{m^3} \right)$ і податливістю $n \left(\frac{m \cdot s^2}{kg} \right)$ та сила, які мають місце в його перерізі на відстані від початку відліку просторової координати вздовж троса в момент часу t . Слід зауважити, що рівняння (3) нами використано у вигляді

$$\frac{\partial^2 F(x,t)}{\partial t^2} = \frac{1}{nm} \left(\frac{\partial^2 F(x,t)}{\partial x^2} + \frac{G_w + G_T(x,t)}{S} \right), \quad (4)$$

де G_w — сила ваги вантажу, $G_T(x,t)$ — сила ваги відрізка троса між вантажем та барабаном намотування, S — площа поперечного перерізу троса, а членом $\frac{G_w + G_T(x,t)}{S}$ згідно з рекомендаціями, викладеними у фундаментальній роботі [5], враховується причина появи примусової складової поздовжніх коливань сили в тросі, зумовленої віднесеною до поперечного перерізу кожного волокна троса силою ваги вантажу та силою ваги відрізка троса між вантажем та барабаном намотування, яка в процесі намотування тросу змінюється, тобто є функцією просторової координати та часу.

У цій же нашій публікації [4] на основі базових моделей (1)—(4) синтезовано математичну модель системи електропривода підйомного крана, як динамічного об'єкта з параметрами, змінними у часі і просторі, яка адекватно описує процес переміщення вантажу підйомним краном, враховуючи і зміни приведенного моменту інерції системи електропривода та моменту навантаження, і вплив поздовжніх коливань, які виникають у тросі, на який підвішується вантаж. Ця математична модель на відрізку часу $[0, t_1]$, за який тяговий електродвигун після запуску від нульової кутової швидкості виходить на усталену ω_y , має вигляд

$$\omega_i = \frac{(b_\omega^2 - \Delta_\omega^{(i)}) \left(e^{\sqrt{\frac{4\Delta_\omega^{(i)}}{\Delta_t} \arctg \frac{2a_t \sqrt{\Delta_t} t_i}{\Delta_t + b_t^2 + 2a_t b_t t_i}} - 1} \right)}{2a_\omega \left(b_\omega \left(1 - e^{\sqrt{\frac{4\Delta_\omega^{(i)}}{\Delta_t} \arctg \frac{2a_t \sqrt{\Delta_t} t_i}{\Delta_t + b_t^2 + 2a_t b_t t_i}} - 1} \right) + \sqrt{-\Delta_\omega^{(i)}} \left(1 + e^{\sqrt{\frac{4\Delta_\omega^{(i)}}{\Delta_t} \arctg \frac{2a_t \sqrt{\Delta_t} t_i}{\Delta_t + b_t^2 + 2a_t b_t t_i}} - 1} \right) \right)}, \quad i = 0, 1, \dots, q, \quad (5)$$

де

$$\begin{cases} a_t = \frac{c_2^*}{2}, \\ b_t = -c_1^*, \\ c_t = J_0^*, \\ \Delta_t = 4a_t c_t - b_t^2 = 2c_{2*}^* J_0^* - (c_1^*)^2; \end{cases} \quad (6)$$

$$\begin{cases} a_\omega = -M_p k_2, \\ b_\omega = M_p k_1, \\ c_\omega^{(i)} = M_p - M_w(t_1, t_i), \\ \Delta_\omega^{(i)} = 4a_\omega c_\omega^{(i)} - b_\omega^2 = -4M_p k_2 (M_p - M_w(t_1, t_i)) - (M_p k_1)^2. \end{cases} \quad (7)$$

Звертаємо увагу на те, що під час опускання вантажу на майданчик його встановлення, трос уже натягнутий і коливання у ньому уже затухли, а тому найбільшу небезпеку для вантажів, що переміщуються вертикально, та майданчиків, на які ці вантажі встановлюються, створюють поздовжні коливання, що виникають в тросах, при підніманні вантажу і відриві його від майданчика встановлення — саме тому з тих кількох математичних моделей, які синтезовані в нашій роботі [4], ми для синтезу системи оптимального керування тяговим електроприводом підйомного крана будемо використовувати лише модель (5), параметри якої зв'язані між собою виразами (6), (7). Зміст усіх цих параметрів розкрито в нашій роботі [4], тому ми не будемо тут повторюватись, а для розуміння їх змісту відсилаємо читачів до роботи [4]. А у цій публікації ми лише нагадаємо, по-перше, що M_p — це пусковий момент тягового асинхронного електродвигуна, а по-друге, що момент навантаження, як показано в роботі [4], слід визначати за виразом

$$M_w(t_1, t_i) = R \left(\frac{G_w + G_T(l, 0)}{g} \right) g_{ll} \left(-1 + \frac{2}{\pi} \sum_{k=0}^5 \frac{1}{2k+1} \left[\sin \frac{(2k+1)\pi a t_i}{l} \right] \right) + \alpha_1 t_1 + \frac{\alpha_2}{2} t_1^2. \quad (8)$$

Підсумуємо усе вищевикладене, постановкою задачі, яка полягає у тому, щоб, використавши усі, викладені вище вихідні передумови, синтезувати систему оптимального керування тяговим електроприводом підйомного крана, як об'єкта з параметрами, змінними у часі та просторі, за критерієм мінімуму амплітуди поздовжніх коливань, які виникають в тросі, до якого підвішений вантаж, під час розгону електродвигуна від нульової швидкості до усталеної ω_y , тобто під час відриву вантажу від майданчика його встановлення, аби запобігти руйнуванню як вантажу, так і майданчика, яке може статися за наявності поздовжніх коливань у тросі. А підтвердження, що такий процес може мати місце можна знайти, як в нашій роботі [6], присвяченій комп'ютерному моделюванню системи електропривода підйомного крана, так і в роботі [7], в якій процеси переміщення вантажів підйомним краном досліджуються експериментально.

Розв'язання поставленої задачі

Приступаючи до розв'язання поставленої задачі, нагадаємо, що, як показано у будь-якому підручнику з теорії чи практики електропривода, наприклад, в роботі [8], в разі, коли електропривід використовується для приведення в рух динамічного об'єкта із зосередженими параметрами, то його динаміка адекватно описується математичною моделлю, що має вигляд

$$J \frac{d\omega}{dt} = M_{ed} - M_w = \Delta M, \quad (9)$$

в якій на ділянках розгону і гальмування

$$\Delta M = \text{const}, \quad (10)$$

на ділянці руху зі сталою кутовою швидкістю

$$\Delta M = 0, \quad (11)$$

та

$$J = \text{const} \quad (12)$$

на усіх ділянках. А графік зміни кутової швидкості тягового електродвигуна системи електропривода такого об'єкта за наявності ще й ділянки реверса матиме вигляд, показаний на рис. 1.

Тож у багатьох публікаціях, що досліджують функціонування підйомних кранів, наприклад [9], пропонується формувати графік зміни кутової швидкості тягового електродвигуна їх системи електропривода в часі за повний робочий цикл піднімання і опускання вантажу теж у вигляді, як на рис. 1, оскільки лише у цьому випадку в тросі, на якому підвішено вантаж, не виникатимуть поздовжні коливання, завдяки яким при відриві вантажу від стартового майданчику вантаж і майданчик не зазнаватимуть ударного руйнування.

З рис. 1 легко бачити, що у цьому випадку на пусковій ділянці кутова швидкість тягового електродвигуна підйомного крана змінюватиметься за лінійним законом

$$\omega(t) = \frac{\omega_y}{t_1} t. \quad (13)$$

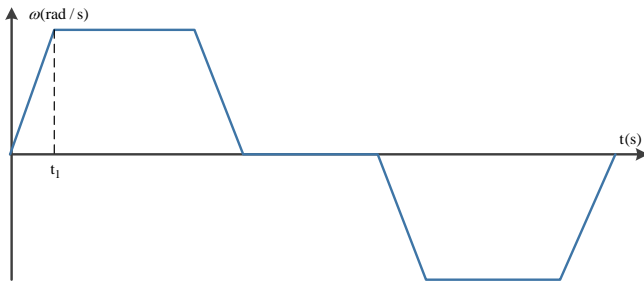


Рис. 1. Графік робочого циклу зміни кутової швидкості обертання вала електродвигуна системи електропривода динамічного об'єкта з зосередженими параметрами за наявності ділянки реверса

Але ж, як ми уже показали в роботі [4], за наявності у підйомного крана троса, до якого підвішується вантаж, та барабана, на який цей трос намотується при підніманні вантажу, реальна кутова швидкість $\omega^*(t)$ тягового електродвигуна системи електропривода цього крана на пусковому відрізку часу $[0, t_1]$ описується виразом (5) за умови, що в ньому дискретні значення часу $t_i, i = 0, 1, 2, \dots$ замінені на неперервні, тобто, якщо в загальному вигляді вираз (5) записується як

$$\omega^*(t) = \phi(t, M_P, M_w(t_1, t)). \quad (14)$$

Одразу ж зауважимо, що, виписуючи загальну модель (14), ми залишили в ній окрім незалежної змінної t ще й момент навантаження $M_w(t_1, t)$ та пусковий момент M_P тому, що від першого з них залежить характер змін кутової швидкості тягового електродвигуна системи електропривода підйомного крана, а на другий ми можемо впливати у випадку використання як тяговий асинхронний електродвигун з частотним регулюванням кутової швидкості обертання вала його ротора. Покажемо, як можна здійснювати цей вплив. В 19-му розділі 2-го тому «Енергоіздатівського» електротехнічного довідника від 1982 року для електричних машин змінного струму приведені типові механічні характеристики асинхронних електродвигунів з короткозамкнутим ротором, які зв'язують кутову швидкість обертання вала ротора з моментом, який створюється на валу, тобто сімейство залежностей $\omega = \omega(M)$, кожна крива графіка яких бере початок на осі кутової швидкості зі значення синхронної швидкості

$$\omega_c = 2\pi f_c, \quad (15)$$

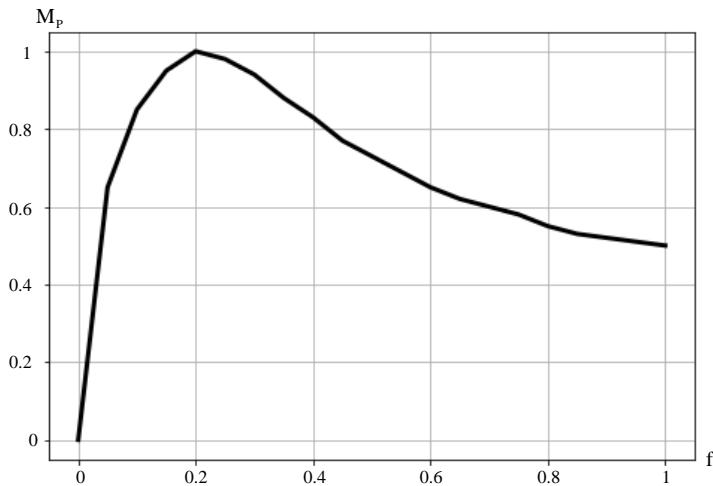


Рис. 2. Графік залежності у відносних одиницях пускового моменту M_P від синхронної частоти f_c змінного струму джерела живлення статора асинхронного електродвигуна

де f_c — частота змінного струму джерела живлення статора асинхронного електродвигуна, а закінчується значенням пускового моменту M_P на осі моментів, яке відповідає цьому значенню f_c . Тож, взявши за основу це сімейство та вираз (15), нескладно побудувати залежність пускового моменту M_P від синхронної частоти f_c змінного струму джерела живлення статора асинхронного електродвигуна, тобто залежність $M_P = M_P(f_c)$, графік якої у відносних одиницях, тобто у вигляді $M = M(f)$, де

$$M = \frac{M_P}{M_{\max}}; f = \frac{f_c}{50} \text{ для асинхронного}$$

електродвигуна КМ АИР250М з пас-

портними характеристиками: $P = 90$ кВт; $U = 380$ В; $I_N = 163,6$ А; $M_N = 573$ Нм; $J^* = 1,1$ кг·м²; $n_c = 1500$ об/хв; $\cos \varphi_H = 0,89$; $\eta_H = 94$ %; $s_H = 1,5$ %; $s_K = 20$ %; $\frac{M_{\max}}{M_N} = 2,5$; $\frac{M_P}{M_N} = 1,25$, зо-

бражено на рис. 2.

Дивлячись на графік залежності $M_P = M_P(f_c)$, легко бачити, що ця залежність може бути апроксимованою виразом

$$M_p = af_c^2 + bf_c - cf_c^2, \quad (16)$$

коефіцієнти a, b, c якого найдоцільніше для кожного конкретного асинхронного електродвигуна, паспортні характеристики якого відрізнятимуться від тих, що використані для побудови графіка (рис. 2), визначати методом найменших квадратів, на стандартній процедурі якого ми в цій статті зупиняємось не будемо, а будемо вважати ці коефіцієнти уже чисельно визначеними.

Підставляючи у вирази (7) пусковий момент у вигляді (16), отримаємо кутову швидкість, що представлена виразом (5), а в загальному вигляді — виразом (14), у вигляді функції, залежної уже від двох змінних t, f_c , тобто залежність

$$\omega^*(t, f_c) = \phi^*(t, f_c, M_w(t_1, t)), \quad (17)$$

з якої видно, що, змінюючи числове значення f_c , будемо отримувати різні числові значення кутової швидкості ω^* .

А тепер сформуємо функціонал J_{cr} у вигляді інтегралу від квадрату різниці лінійної, заданої виразом (13), та реальної, заданої виразом (17), кутових швидкостей, тобто у вигляді

$$J_{cr} = \int_0^{t_1} (\omega(t) - \omega^*(t, f_c, M_w(t_1, t)))^2 dt. \quad (18)$$

Очевидно, що чим менше будуть відрізнятися числові значення реальної кутової швидкості, заданої виразом (17), яка має коливальний характер, від кутової швидкості, заданої лінійним законом (13), що визначаються в одні і ті ж моменти часу на відрізку $[0, t_1]$, тим меншою буде амплітуда коливань і меншим буде числове значення функціоналу (18). А тому функціонал (18) доцільно використати як критерій оптимізації при синтезі системи оптимального керування тяговим електроприводом підйомного крана, за допомогою якої досягатиметься мінімум відхилення кривої наростання реальної кутової швидкості від кутової швидкості, що наростає за лінійним законом.

А в якості обмеження доцільно використати функціонал

$$J_{ob} = \int_0^{t_1} \omega^*(t, f_c, M(t_1, t)) dt, \quad (19)$$

яким визначається висота підйому вантажу, виражена в радіанах, за час t_1 , який в разі відпущення верхньої границі перетворюється у функцію

$$\psi(t) = \int_0^t \omega^*(\theta, f_c, M(t_1, \theta)) d\theta. \quad (20)$$

Після вибору функціоналу (18) як критерію оптимізації, а функціоналу (19) як обмеження, задача синтезу системи оптимального керування тяговим електроприводом підйомного крана, за допомогою якої досягатиметься мінімум відхилення кривої наростання реальної кутової швидкості від кутової швидкості, що наростає за лінійним законом, зводиться до ізопериметричної задачі оптимізації, алгоритм якої можна запозичити, наприклад, з роботи [10], згідно з яким потрібно знайти таку функцію $f_c = f_c(t)$, яка доставляє мінімум функціоналу (18) за наявності обмеження (19), тобто яка по суті буде екстремаллю для функціоналу (18).

А фізична інтерпретація цієї задачі полягає у тому, що потрібно знайти такий закон зміни в часі частоти струму джерела живлення обмотки статора асинхронного електродвигуна системи електропривода підйомного крана, який доставлятиме мінімум амплітуді коливальної складової в процесі наростання кутової швидкості обертання ротора цього електродвигуна після його пуску і до досягнення цією кутовою швидкістю усталеного значення.

Функція Лагранжа для нашої задачі матиме вигляд

$$L(t, f_c, M(t_1, t)) = \left(\frac{\omega_y}{t_1} t - \omega^*(t, f_c, M(t_1, t)) \right)^2 + \lambda(t) (\psi'(t) - \omega^*(t, f_c, M(t_1, t))), \quad (21)$$

а рівняння Ейлера-Лагранжа —

$$\begin{cases} \frac{\partial L(\bullet)}{\partial f_c} - \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L(\bullet)}{\partial f_c'} \right) = 0, \\ \frac{\partial L(\bullet)}{\partial \psi} - \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L(\bullet)}{\partial \psi'} \right) = 0. \end{cases} \quad (22)$$

Підставляючи вираз (21) в рівняння (22), матимемо:

$$\begin{cases} 2 \left(\frac{\omega_y}{t_1} t - \omega^*(\bullet) \right) \left(-\frac{\partial \omega^*(\bullet)}{\partial f_c} \right) - \lambda(t) \left(\frac{\partial \omega^*(\bullet)}{\partial f_c} \right) = 0, \\ -\frac{d\lambda(t)}{dt} = 0. \end{cases} \quad (23)$$

Систему рівнянь (23) можна представити і так:

$$\begin{cases} \left(\omega^*(\bullet) + \lambda(t) - \frac{\omega_y}{t_1} t \right) \left(\frac{\partial \omega^*(\bullet)}{\partial f_c} \right) = 0, \\ \lambda(t) = -\lambda_0 \end{cases}$$

або так

$$\begin{cases} \left(\omega^*(\bullet) + \lambda_0 - \frac{\omega_y}{t_1} t \right) = 0, \\ \left(\frac{\partial \omega^*(\bullet)}{\partial f_c} \right) = 0. \end{cases} \quad (24)$$

Для розв'язання системи рівнянь (24) застосуємо рекурентний алгоритм, запропонований у роботі [11], який для нашої системи рівнянь набуде вигляду

$$\begin{cases} \omega^*(t[n], f_c[n], M(t_1, t[n])) = \omega^*(t[n-1], f_c[n-1], M(t_1, t[n-1])) - \\ - \gamma_\omega[n] \left(\omega^*(t[n-1], f_c[n-1], M(t_1, t[n-1])) + \lambda_0 - \frac{\omega_y}{t_1} t[n-1] \right), \\ f_c[n] = f_c[n-1] - \gamma_f[n] \left(\frac{\partial \omega^*(\bullet)}{\partial f_c} \right) \Big|_{\bullet=t[n-1], f_c[n-1], M(t_1, t[n-1])} \quad n = 1, 2, 3, \dots \end{cases} \quad (25)$$

Аналіз отриманих результатів

Почнемо аналіз із зауваження, що в отриманому законі оптимального керування, представленому у вигляді рівнянь (25), для його практичного застосування необхідно брати частинну похідну від виразу (5) з урахуванням співвідношень між параметрами цього виразу, заданих у свою чергу виразами (6) і (7). Дивлячись на ці вирази (5)–(7), легко бачити, що формула для цієї похідної в разі її безпосереднього обчислення виявиться надзвичайно складною, тож її реалізувати на мікропроцесорі, включеному в структуру системи оптимального керування, теж буде надзвичайно складно. Тому є сенс представити цю похідну наближено, замінивши її відношенням приросту кутової швидкості до приросту частоти струму джерела живлення системи електропривода підйомного крана, тобто представити її у вигляді

$$\left(\frac{\partial \omega^*(\bullet)}{\partial f_c} \right) \Big|_{\bullet=t[n-1], f_c[n-1], M(t_1, t[n-1])} \approx \frac{\omega^*(t[n], f_c[n], M(t_1, t[n])) - \omega^*(t[n-1], f_c[n-1], M(t_1, t[n-1]))}{f_c[n] - f_c[n-1]}. \quad (26)$$

Цілком очевидно, що чим на меншому відрізку часу

$$\Delta t[n] = t[n] - t[n-1] \quad (27)$$

ми будемо реалізувати наближену рівність (26), тим ступінь цього наближення буде вищою, а, відповідно, і вищою точність відтворення закону оптимального керування (25).

Другий аспект, на який слід звернути увагу при практичній реалізації закону оптимального керування (25), полягає в правильному підборі вагових коефіцієнтів $\gamma_{\omega}[n]$, $\gamma_f[n]$, які можуть бути як константами, так і залежними від номера ітерації, але завжди меншими одиниці — найчастіше їх вибирають константами, оскільки це спрощує обчислення.

Третій аспект, який додає ускладнень при реалізації закону оптимального керування (25) навіть за використання спрощення (26), полягає в необхідності приведення комплексних чисел, які виникають у виразі (5) після підстановки в нього виразів (6), (7), в область дійсних чисел у вигляді періодичних функцій з класу тригонометричних.

Ну і останній аспект, на який слід звернути увагу, аналізуючи закон оптимального керування (25), полягає у тому, що швидкість його реалізації з прийнятною точністю суттєво залежатиме від того, наскільки вдало ми виберемо константу γ_0 , від якої, як видно з першого рівняння системи рівнянь (24), залежить наскільки близькою буде траєкторія реальної кутової швидкості приводного електродвигуна (14) до ідеальної траєкторії у вигляді прямої лінії (13), тобто наскільки нам вдається шляхом реалізації закону оптимального керування (25) «погасити» поздовжні коливання, що виникають в тросі під час відриву вантажу від майданчика, на якому цей вантаж встановлено. Очевидно, що чим меншим ми візьмемо числове значення цієї константи, тим меншою буде амплітуда поздовжніх коливань, але при цьому на досягнення оптимальної траєкторії необхідно буде витратити більшу кількість ітерацій.

Практичні рекомендації стосовно того, як врахувати усі ці аспекти, ми дамо в наступній нашій публікації, де буде виконано комп'ютерне моделювання процесів, що виникають в реальній системі електропривода підйомного крана при реалізації синтезованого нами закону оптимального керування цією системою.

Висновки

Синтезовано закон оптимального керування одним класом об'єктів з параметрами, змінними в часі та просторі, до якого відноситься система електропривода підйомного крана, оскільки у цій системі електропривода мають місце і зміна характеристик процесу переміщення вантажів у часі, зумовлена змінами приведенного моменту інерції системи електропривода та моменту навантаження під час переміщення вантажу, і вплив поздовжніх коливань, що виникають у тросі, на який підвішується вантаж.

Як критерій оптимізації використано функціонал у вигляді інтеграла від квадрату відхилень реальної кутової швидкості приводного електродвигуна підйомного крана від її ідеальної траєкторії.

Показано, що реалізацією синтезованого закону оптимального керування електроприводом підйомного крана досягаються такі характеристики процесу переміщення вантажів, які унеможливають руйнування як вантажів так і майданчиків, на яких ці вантажі встановлюються, оскільки процес переміщення вантажу здійснюється без їх ударних зіткнень, зумовлених виникненням поздовжніх коливань в тросі, до якого підвішений вантаж.

Запропоновано алгоритм практичної реалізації синтезованого закону оптимального керування системою електропривода підйомного крана як динамічного об'єкта з параметрами, змінними в часі та просторі.

СПИСОК ВИКОРИСТАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ

- [1] B. I. Mokin, O. B. Mokin, and O. M. Kryvonis, "Synthesis of mathematical models for one class of electromechanical systems with variable parameters," in *2017 IEEE First Ukraine Conference on Electrical and Computer Engineering (UKRCON). Conference Proceedings*, Kyiv, Ukraine, November. 2017. <https://doi.org/10.1109/UKRCON.2017.8100504>.
- [2] Б. І. Мокін, О. Б. Мокін, і О. М. Кривоніс, «Моделювання режимів роботи системи керування електроприводом підйомного крана з врахуванням змін в часі моменту інерції махових мас.» на *XIV Міжнародній конференції «Контроль і управління в складних системах (КУСС-2018)». Тези доповідей*, Вінниця, 2018, с. 14.
- [3] Б. І. Мокін, О. Б. Мокін, і О. М. Кривоніс, «Метод ідентифікації математичної моделі одного класу лінійних динамічних систем зі змінними параметрами.» *Вісник Вінницького політехнічного інституту*, № 6, с. 62-75, 2018.
- [4] Б. І. Мокін, О. Б. Мокін, і О. М. Кривоніс, «Системний підхід до аналізу процесів переміщення вантажів підйомним краном.» *Вісник Вінницького політехнічного інституту*, № 3, с. 21-31, 2019.
- [5] Н. С. Кошляков, Э. Б. Глинер, и М. М. Смирнов, *Уравнения в частных производных математической физики*, учеб. пос. Москва: Высшая школа, 1970, 712 с.
- [6] B. Mokin, O. Mokin, and O. Kryvonis, "Adequacy evaluation of the synthesis of mathematical models for one class of linear dynamic systems with parameters, variable in time and in space," *SR*, no. 5, pp. 35-43, Oct. 2020. <https://doi.org/10.21303/2313-8416.2020.001486>.
- [7] В. С. Ловейкін, Ю. О. Ромасевич, В. А. Голдун, і В. В. Крушельницький, *Динаміка та оптимальне керування рухом мостових кранів*, моногр. Київ, Україна: ЦП «КОМПРІНТ», 2019, 460 с.

- [8] М. Г. Чиликин, М. М. Соколов, В. М. Терехов, и А. В. Шинянский, *Основы автоматизированного электропривода*, Москва: Энергия, 1974, 568 с.
- [9] *Будівельна техніка. Кранове електрообладнання та схеми управління кранами*, довідник. [Електронний ресурс]. Режим доступу: <http://budtehnika.pp.ua/1639-kranove-elektroobladnannya-ta-shemi-upravlnnya-kranami.html>. Дата звернення: Лист. 9, 2018.
- [10] Б. І. Мокін, і О. Б. Мокін, *Теорія автоматичного керування. Методологія та практика оптимізації*. Вінниця, Україна: ВНТУ, 2013, 210 с.
- [11] Я. З. Цыпкин, *Адаптация и обучение в автоматических системах*. Москва: Наука, 1968, 400 с.

Рекомендована кафедрою електромеханічних систем автоматизації в промисловості і на транспорті ВНТУ

Стаття надійшла до редакції 18.12.2020

Мокін Борис Іванович — академік НАПН України, д-р техн. наук, професор, професор кафедри електромеханічних систем автоматизації в промисловості і на транспорті, професор кафедри системного аналізу та інформаційних технологій, e-mail: borys.mokin@gmail.com ;

Мокін Олександр Борисович — д-р техн. наук, професор, професор кафедри системного аналізу та інформаційних технологій, e-mail: abmokin@gmail.com ;

Кривоніс Олександр Михайлович — аспірант кафедри електромеханічних систем автоматизації в промисловості і на транспорті, e-mail: kryvonis.ol@gmail.com .

Вінницький національний технічний університет, Вінниця

B. I. Mokin¹
O. B. Mokin¹
O. M. Kryvonis¹

Synthesis of the Law of Optimal Control of one Class of Objects with Parameters Variable in Time and Space

¹Vinnitsia National Technical University

The law of optimal control of one class of objects with parameters, variable in time and space, to which the crane electric drive system belongs, fragments in this electric drive system and change of characteristics of process of movement of cargoes in time caused by changes of the resulted moment of inertia of the electric drive system. the moment of loading during the movement of the load, and the influence of longitudinal oscillations that occur in the cable on which the load is suspended. As an optimization criterion, the functional in the form of an integral of the square of the deviations of the real angular velocity of the drive motor of the crane from its ideal trajectory is used. In synthesizing the law of optimal control, we used the mathematical model of load-moving processes of a crane created by us and published in our previous works, listed in the literature, the structure of which is constructed using as a normal differential equation with time-varying parameters. electric motor with the load moment and the reduced moment of inertia of the electric drive system and the differential equation in partial derivatives, which describes the process of longitudinal oscillations in the cable due to the mass of the load and the mass of the cable between the drum and the point of suspension. It is shown that the implementation of the synthesized law of optimal control of the electric crane drive achieves such characteristics of the cargo movement process that prevent the destruction of both cargoes and areas where these cargoes are installed, because the cargo movement process is carried out without their shock contacts due to longitudinal to which the load is suspended. An algorithm for the practical implementation of the synthesized law of optimal control of the crane electric drive system as a dynamic object with parameters variable in time and space is proposed.

Keywords: object with variables in time and space, crane electric drive system, mathematical model, synthesis of the law of optimal control.

Mokin Borys I. — Academician of NAPS of Ukraine, Dr. Sc. (Eng.), Professor, Professor of the Chair of Electromechanical Systems Automation in Industry and Transport, Professor of the Chair of Systems Analysis and Information Technology, e-mail: borys.mokin@gmail.com ;

Mokin Oleksandr B. — Dr. Sc. (Eng.), Professor, Professor of the Chair of Systems Analysis and Information Technology, e-mail: abmokin@gmail.com ;

Kryvonis Oleksandr M. — Post-Graduate Students of the Chair of Electromechanical Systems Automation in Industry and Transport, e-mail: kryvonis.ol@gmail.com

Б. И. Мокин¹
А. Б. Мокин¹
А. М. Кривонис¹

Синтез закона оптимального управления одним классом объектов с параметрами, переменными во времени и пространстве

¹Вінницький національний технічний університет

Синтезирован закон оптимального управления одним классом объектов с параметрами, переменными во времени и пространстве, к которому относится система электропривода подъемного крана, поскольку в этой системе электропривода имеют место и изменение характеристик процесса перемещения грузов во времени, обусловленную изменениями приведенного момента инерции системы электропривода и момента нагрузки при перемещении груза, и влияние продольных колебаний, которые возникают в тросе, на который подвешивается груз. В качестве критерия оптимизации использовано функционал в виде интеграла от квадрата отклонений реальной угловой скорости приводного электродвигателя подъемного крана от ее идеальной траектории. При синтезе закона оптимального управления использована созданная авторами и опубликованная в предыдущих наших работах, приведенных в списке литературы, математическая модель процессов перемещения груза подъемным краном, структура которой построена с использованием как обычного дифференциального уравнения с переменными во времени параметрами, которое связывает приводной момент тягового электродвигателя с моментом нагрузки и приведенным моментом инерции системы электропривода, так и дифференциальное уравнение в частных производных, которым описывается процесс возникновения продольных колебаний в тросе, обусловленных влиянием массы груза и массы отрезке троса между барабаном его намотки и точкой подвеса груза. Показано, что реализацией синтезированного закона оптимального управления электроприводом подъемного крана достигаются такие характеристики процесса перемещения грузов, исключающие разрушение как грузов так и площадок, на которых эти грузы устанавливаются, поскольку процесс перемещения груза осуществляется без их ударных столкновений, вызванных возникновением продольных колебаний в тросе, к которому подвешен груз. Предложен алгоритм практической реализации синтезированного закона оптимального управления системой электропривода подъемного крана как динамического объекта с параметрами, переменными во времени и пространстве.

Ключевые слова: объект со сменными во времени и пространстве параметрами, система электропривода подъемного крана, математическая модель, синтез закона оптимального управления.

Мокин Борис Иванович — академик НАПН Украины, д-р техн. наук, профессор, профессор кафедры электромеханических систем автоматизации в промышленности и на транспорте, профессор кафедры системного анализа и информационных технологий, e-mail: borys.mokin@gmail.com ;

Мокин Александр Борисович — д-р техн. наук, профессор, профессор кафедры системного анализа и информационных технологий, e-mail: abmokin@gmail.com ;

Кривонис Александр Михайлович — аспирант кафедры электромеханических систем автоматизации в промышленности и на транспорте, e-mail: kryvonis.ol@gmail.com