https://doi.org/10.31649/1997-9266-2020-153-6-84-92

УДК 004.81+37.047

В. Б. Мокін[1]
О. В. Бурдейна[1]
І. В. Варчук[1]

ДО ПИТАННЯ ОПТИМІЗАЦІЇ ТОПОЛОГІЧНО СПОСТЕРЕЖУВАНИХ КОГНІТИВНИХ КАРТ ЗІ ЗБЕРЕЖЕННЯМ ЇХ СТІЙКОСТІ

[1]Вінницький національний технічний університет

Розглянуто питання оптимізації когнітивної карти (КК) складної системи з дотриманням вимог щодо її повної топологічної спостережуваності та збереженням стійкості. Це дозволяє проводити когнітивне моделювання та аналіз взаємовпливу усіх вершин-змінних між собою та, у разі підтвердження ще й повної керованості, синтезувати закон керування за будь-якими з цих змінними. Охарактеризовано створену авторами раніше інформаційну технологію аналізу та оптимізації топологічної спостережуваності багатозв'язних геоінформаційних систем, яка за системою правил трансформує інформаційну чи математичну модель системи у розроблену іншими авторами формалізацію моделі системи у вигляді біхроматичного графу з вершинами-змінними і вершинами-залежностями, для якої відоме правило аналізу топологічної спостережуваності. Запропоновано, яким чином будь-яку КК можна трансформувати у такий біхроматичний граф, що дозволяє поширити попередні напрацювання і для цього виду моделей систем, тобто проводити аналіз та оптимізацію рівня топологічної спостережуваності моделей інформаційних систем у вигляді КК.

Окремо приділено увагу стійкості КК. Запропоновано новий метод синтезу повністю топологічно спостережуваних стійких КК n-го порядку певного виду на основі базової повністю топологічно спостережуваної стійкої КК меншого порядку, побудованої експертним шляхом. У роботі продемонстровано роботу методу на основі базової КК другого порядку. Базова КК трансформується у стійку когнітивну модель вищого порядку шляхом додавання однієї нової вершини, інцидентної одній з вершин цієї базової КК. Структурно, матриця суміжності КК містить в собі матрицю суміжності КК нижчого порядку, до якої додається ще один рядок і стовпець з одним ненульовим елементом і нулями в усіх інших елементах цього рядка. Доведено з використанням теореми Вієта та правила обчислення визначника матриці через алгебраїчні доповнення, що синтезовані у такий спосіб КК n-го порядку будуть і повністю топологічно спостережуваними, і стійкими.

Наведено приклад застосування створеного методу до аналізу та оптимізації КК, яка враховує основні складові освітньо-професійної програми закладу вищої освіти. Показано, що лише такий навчальний процес буде і повністю топологічно спостережуваним, і стійким, який буде передбачати проміжну підсумкову атестацію, подібну до «Крок-1» чи «Крок-2» для медичних спеціальностей. Такий процес стане ще й керованим, тобто дозволить синтезувати закон керування якістю вищої освіти, у разі доведення ще й повної керованості. Зазначено, що отримані висновки можуть бути поширені і на багатомодульні чи багатосеместрові дисципліни (потрібні проміжні колоквіуми чи ін.) та практику (проміжні заліки).

Ключові слова: когнітивне моделювання, когнітивна карта, топологічна спостережуваність, стійкість, власне число матриці, складна система, керування, заклад вищої освіти.

Постановка задачі та вихідні передумови

У статті [1] запропоновано інформаційну технологію проектування стійких когнітивних карт (далі — КК) з використанням принципу консонансу між керованими та спостережуваними вершинами. Працездатність технології підтверджено моделюванням профорієнтаційної діяльності закладу вищої освіти (ЗВО), внаслідок чого сформульовано комплекс рекомендацій щодо пріоритетних заходів для оптимізації цієї діяльності. Подібні технології дозволяють моделювати процеси у різного роду складних системах. Але головна проблема таких моделей в тому, що моделювати — це ще не керувати. Усіх більше цікавить, яким чином побудовану модель можна використати для підтримки прийняття рішень. Для цього дослідники, як правило, використовують традиційні методи оптимізації на основі моделі. Зокрема у роботі [2] показано синтез слідкуючої системи управління для ієрархічних когнітивних карт складних систем, але стійкість забезпечувалась тільки для системи керування, а не для самої КК. І за допомогою цього ж зовнішнього регулятора вирішувалась задача керування. Дуже цікавою є робота [3], де автори синтезують КК на основі моделі динамічної системи у просторі станів, пропонують спосіб стабілізації нестійкої когнітивної моделі за допомогою введення управління на основі регулятора стану, показують як асимптотична стійкість моделі у просторі станів веде до абсолютної стійкості когнітивної карти. На жаль, ця технологія може бути застосована тільки для певного класу інформаційних систем — до тих, процеси в яких можна представити у вигляді моделі у просторі станів, тобто змінних та їх похідних і похідних від їх похідних. В загальному ж випадку, проблема синтезу гарантовано стійких КК, усі змінні яких є повністю спостережуваними та керованими, досі не розв'язана. Як правило, практично усі стійкі КК є результатом кропіткої довготривалої роботи експертів з підбиранням їх ваг.

Водночас, з теорії динамічних систем відомо, що система називається спостережуваною, якщо на кінцевому інтервалі часу по виходу системи в кінці цього інтервалу за відомого керуючого впливу можна визначити всі початкові компоненти вектора стану [4, ст. 154]. З поняттям спостережуваності пов'язано і поняття керованості: для повністю керованої системи існує такий вектор управління, який з довільного початкового стану переводить систему в довільний кінцевий стан за обмежений період часу [4, ст. 153]. Але для того, щоб система була повністю керованою, вона повинна бути і повністю спостережуваною. Отже, ключовим для складних систем, що є об'єктами керування, є властивість повної спостережуваності. В таких системах і можна моделювати вплив одних змінних на інші (кожна, за чергою, може стати вихідною), і можна синтезувати закон керування заданою змінною через інші, щоправда, для останнього властивості повної спостережуваності недостатньо, необхідна ще повна керованість.

Авторами цієї статті проф. Мокіним В. Б. та Варчук І. В. була розроблена інформаційна технологія аналізу та оптимізації топологічної спостережуваності багатозв'язних геоінформаційних систем [5], яка дозволяє поширити це визначення і на інформаційні системи, модель яких формалізується у вигляді графа з однією цільовою вершиною. Таким графом може бути і когнітивна карта. Але для когнітивних карт важливими є не тільки керованість, а й стійкість.

Отже, актуальним є удосконалення правил синтезу когнітивних карт відповідно до вимог інформаційної технології аналізу та оптимізації топологічної спостережуваності багатозв'язних систем, запропонованої у роботі [5], та доповнення їх вимогами, які забезпечуватимуть їх стійкість, хоча б для певного класу систем, що дозволить будувати повністю топологічно спостережувані когнітивні карти, придатні для розв'язання за ними різних задач керування.

Метою статті є адаптування інформаційної технології аналізу та оптимізації топологічної спостережуваності багатозв'язних систем до когнітивних карт та розроблення правил синтезу повністю топологічно спостережуваних стійких когнітивних карт для певного класу складних систем.

Ідея розв'язку задачі

У роботі [5] описано формалізацію математичних моделей у геоінформаційному просторі параметрів (далі — ГПП). Ця технологія обмежується моделями, які можна розбити на окремі моделі (або функції), в кожній з яких m вхідних та одна вихідна змінна. А тоді ця модель формалізується у геоінформаційному просторі, де кожна змінна позначається як крапка, а кожна модель (функція) з m вхідних змінних — як полігон (багатокутник) з $(m+1)$ кутами, що пов'язує відповідні вхідні змінні-крапки з вихідною змінною-крапкою. Таке подання автори запропонували називати ГПП. Зручність ГІС-формалізації полягає в тому, що, по-перше, у такій пакетах програм для роботи з ГІС можна зручно редагувати і зберігати велику кількість таких моделей, а по-друге, одразу їх ув'язувати з відповідними базами даних і картами з інформацією про змінні і параметри моделей та зберігати в одному файлі чи пакеті файлів, який зручно переглядати у різних пакетах програм. На другому етапі автори розробили систему правил трансформації ГПП у біхроматичний граф (БГ), для якого раніше (див. наприклад, роботу [6]) створена технологія перевірки моделі, поданої у такий спосіб, на топологічну спостережуваність. Ця система правил зводилась до того, що залежності теж замінялись вершинами (звідси — назва, оскільки граф містить два типи вершин: вершини-змінні (позначаються колами) і вершини-залежності (трикутники)) зі збереженням усіх формалізованих у ГПП зв'язків. На наступному етапі для БГ формуються сильні ребра, які пов'язують вершини обох типів та визначається максимальне паросполучення, коли з усіх можливих комбінацій кількість таких ребер є найбільшою. Така модель є повністю топологічно спостережуваною, в якої кількість сильних ребер максимального паросполучення дорівнює кількості вершин-змінних [5]—[8]. У роботі [5] запропоновано визначати рівень топологічної спостережуваності моделей, який гнучкіше характеризує цю властивість, що важливо для оптимізації моделі, і може приймати й дробові значення в діапазоні [0, 1]:

$$J = \frac{n_c}{n_x}, \tag{1}$$

де n_c — кількість вершин-змінних, пов'язаних хоча б з однією вершиною-залежністю, n_x — загальна кількість вершин-змінних у початковому графі.

Водночас, нагадуємо, що когнітивна карта теж є графом з однією вихідною вершиною і багатьма вхідними, тобто він має структуру, ідентичну структурі БГ з тією різницею, що кожне ребро КК має вагу в межах [–1,1], крім того, КК є направленим графом, на відміну від БГ.

Звичайно, моделі у вигляді ГПП охоплюють ширший клас систем, а моделі ГПП на основі КК містять тільки вироджені ребра (у термінології роботи [5]), тобто описувати випадки, коли залежність пов'язує лише два параметри або параметр є константою (чи залежить лише від часу)). Отже, відому інформаційну технологію аналізу та оптимізації топологічної спостережуваності багатозв'язних геоінформаційних систем [5] можна застосовувати і для КК. Зокрема, БГ слід будувати за КК за такими правилами:

1. Прибрати направленість графа: усі ребра-стрілки замінюються на просто ребра.
2. В усіх ребрах додати проміжну вершину у вигляді трикутника (вершина-залежність).
3. Виділити сильні ребра максимального паросполучення, наприклад, жирними червоними лініями.

Тепер розглянемо проблему стійкості КК. Як відомо, когнітивна карта, як орієнтований зважений граф, що має відповідну матрицю суміжності, є стійкою, якщо власні числа цієї матриці за модулем є меншими одиниці [1]—[3], [9]:

$$|\lambda| \le 1 \text{ і } \lambda \in \lambda_1, \lambda_2, \ldots, \lambda_n. \tag{2}$$

Загалом, синтез КК, для яких би виконувалась умова (2) — одна з основних проблем. Не існує її розв'язків у загальному вигляді. Спробуємо її розв'язати для окремого класу видів КК.

Синтез стійких когнітивних карт

Як правило, нескладно синтезувати стійку КК з двох вершин та побудувати її БГ (рис. 1).

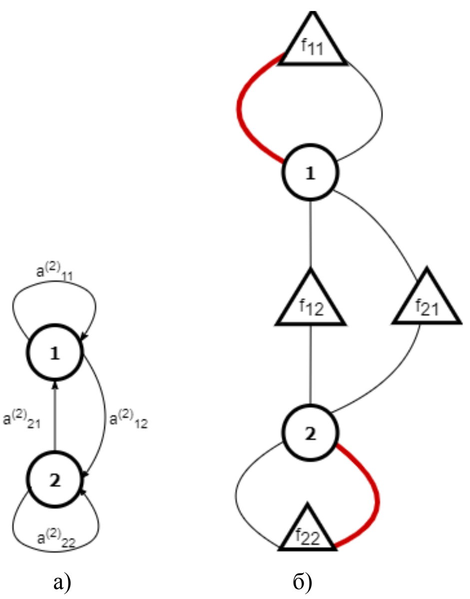
Будемо позначати КК з двох вершин, тобто — другого порядку, як КК(2), а її матрицю суміжності як $A^{(2)}$, тобто

$$A^{(2)} = \begin{bmatrix} a_{11}^{(2)} & a_{12}^{(2)} \\ a_{21}^{(2)} & a_{22}^{(2)} \end{bmatrix}, \tag{3}$$

де $\left|a_{ij}^{(2)}\right| \le 1,\ i = 1\ldots2,\ j = 1\ldots2$.

Як відомо, вектор власних чисел $\lambda = f\left(a_{11}^{(2)}, a_{12}^{(2)}, a_{21}^{(2)}, a_{22}^{(2)}\right)$ для матриці (3) знаходиться з такого виразу [9]:

$$\Delta^{(2)} = \det\left(A^{(2)} - \lambda E\right) = \begin{vmatrix} a_{11}^{(2)} - \lambda & a_{12}^{(2)} \\ a_{21}^{(2)} & a_{22}^{(2)} - \lambda \end{vmatrix} = 0. \tag{4}$$



а) б)

Рис. 1. Приклад когнітивної карти 2-го порядку: а — її граф; б — відповідний йому БГ

Як видно з рис. 1, у разі, якщо кожна вершина-змінна має залежність-петлю, тобто коефіцієнти a_{11} і a_{22}, є ненульовими, тоді ця КК точно буде не тільки стійкою, а й повністю топологічно спостережуваною, оскільки J = 1 згідно з виразом (1). Назвемо таку КК базовою (в загальному випадку, вона може бути будь-якого порядку, якщо експертам вдасться її побудувати і стійкою, і повністю топологічно спостережуваною одночасно).

Покажемо, яким чином можна трансформувати базову КК(2) у певного виду КК(n), тобто — довільного порядку, яка, при цьому, буде і повністю топологічно спостережуваною, і стійкою. Пропонуємо, згідно з правилами математичної індукції, розглядати варіант КК(3) і КК(n). Пропонуємо будувати КК вищих порядків на основі КК(2) таким чином, щоб її матриця суміжності мала таку структуру на основі матриці (4):

– для КК(3)

$$B^{(3)} = \begin{bmatrix} b_{11}^{(3)} & b_{12}^{(3)} & b_{13}^{(3)} \\ b_{21}^{(3)} & b_{22}^{(3)} & b_{23}^{(3)} \\ b_{31}^{(3)} & b_{32}^{(3)} & b_{33}^{(3)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b_{11}^{(3)} & b_{12}^{(3)} & b_{13}^{(3)} \\ b_{21}^{(3)} & a_{11}^{(2)} & a_{12}^{(2)} \\ b_{31}^{(3)} & a_{21}^{(2)} & a_{22}^{(2)} \end{bmatrix}, \tag{5}$$

де $\left|b_{ij}^{(3)}\right| \le 1,\ i = 1...3,\ j = 1...3,$ а параметри $\left|a_{ij}^{(2)}\right| \le 1,\ i = 1...2,\ j = 1...2$ взято з (3);

. . . .

– для КК(n)

$$B^{(n)} = \begin{bmatrix} b_{11}^{(n)} & b_{12}^{(n)} & \ldots & \ldots & b_{1\,n-1}^{(n)} & b_{1n}^{(n)} \\ b_{21}^{(n)} & b_{22}^{(n)} & \ldots & \ldots & b_{2\,n-1}^{(n)} & b_{2\,n}^{(n)} \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ \ldots & \ldots & \ldots & b_{n-2\,n-2}^{(n)} & b_{n-2\,n-1}^{(n)} & b_{n-2\,n}^{(n)} \\ b_{n-1\,1}^{(n)} & b_{n-1\,2}^{(n)} & \ldots & b_{n-1\,n-2}^{(n)} & b_{n-1\,n-1}^{(n)} & b_{n-1\,n}^{(n)} \\ b_{n1}^{(n)} & b_{n\,2}^{(n)} & \ldots & b_{n\,n-2}^{(n)} & b_{n\,n-1}^{(n)} & b_{nn}^{(n)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b_{11}^{(n)} & b_{12}^{(n)} & \ldots & \ldots & b_{1\,n-1}^{(n)} & b_{1n}^{(n)} \\ b_{21}^{(n)} & b_{11}^{(n-1)} & \ldots & \ldots & b_{1\,n-2}^{(n-1)} & b_{1\,n-1}^{(n-1)} \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ \ldots & \ldots & \ldots & b_{11}^{(3)} & b_{12}^{(3)} & b_{13}^{(3)} \\ b_{n-1\,1}^{(n)} & b_{n-2\,1}^{(n-1)} & \ldots & b_{21}^{(3)} & a_{11}^{(2)} & a_{12}^{(2)} \\ b_{n1}^{(n)} & b_{n-1\,1}^{(n-1)} & \ldots & b_{31}^{(3)} & a_{21}^{(2)} & a_{22}^{(2)} \end{bmatrix}, \tag{6}$$

де $\left|b_{ij}^{(n)}\right| \le 1,\ i = 1...n,\ j = 1...n,$ але матриця k-го порядку рекурсивно будується на параметрах матриці (k – 1)-го порядку (k = 3, 4, …, n), а як параметри матриці 2-го порядку використовуються параметри базової стійкої повністю топологічно спостережуваної матриці $A^{(2)}$.

Матрицю суміжності у вигляді (6) можуть мати КК(n) різного вигляду, наприклад, він може бути таким, як на рис. 2.

А тоді власні корені для таких КК будуть знаходитись з виразів:

– для КК(3)

$$\Delta^{(3)} = \det\left(B^{(3)} - \lambda E\right) = \begin{vmatrix} b_{11}^{(3)} - \lambda & b_{12}^{(3)} & b_{13}^{(3)} \\ b_{21}^{(3)} & b_{22}^{(3)} - \lambda & b_{23}^{(3)} \\ b_{31}^{(3)} & b_{32}^{(3)} & b_{33}^{(3)} - \lambda \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} b_{11}^{(3)} - \lambda & b_{12}^{(3)} & b_{13}^{(3)} \\ b_{21}^{(3)} & a_{12}^{(2)} - \lambda & a_{12}^{(2)} \\ b_{31}^{(3)} & a_{21}^{(2)} & a_{22}^{(2)} - \lambda \end{vmatrix} = 0; \tag{7}$$

. . . .

– для КК(n)

$$\Delta^{(n)} = \det\left(B^{(n)} - \lambda E\right) = \begin{vmatrix} b_{11}^{(n)} - \lambda & b_{12}^{(n)} & \ldots & \ldots & b_{1\,n-1}^{(n)} & b_{1n}^{(n)} \\ b_{21}^{(n)} & b_{22}^{(n)} - \lambda & \ldots & \ldots & b_{2\,n-1}^{(n)} & b_{2\,n}^{(n)} \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ \ldots & \ldots & \ldots & b_{n-2\,n-2}^{(n)} - \lambda & b_{n-2\,n-1}^{(n)} & b_{n-2\,n}^{(n)} \\ b_{n-11}^{(n)} & b_{n-12}^{(n)} & \ldots & b_{n-1\,n-2}^{(n)} & b_{n-1\,n-1}^{(n)} - \lambda & b_{n-1\,n}^{(n)} \\ b_{n1}^{(n)} & b_{n\,2}^{(n)} & \ldots & b_{n\,n-2}^{(n)} & b_{n\,n-1}^{(n)} & b_{nn}^{(n)} - \lambda \end{vmatrix} =$$

$$=\begin{vmatrix} b_{11}^{(n)}-\lambda & b_{12}^{(n)} & \dots & \dots & b_{1\,n-1}^{(n)} & b_{1n}^{(n)} \\ b_{21}^{(n)} & b_{11}^{(n-1)}-\lambda & \dots & \dots & b_{1\,n-2}^{(n-1)} & b_{1\,n-1}^{(n-1)} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & b_{11}^{(3)}-\lambda & b_{12}^{(3)} & b_{13}^{(3)} \\ b_{n-11}^{(n)} & b_{n-21}^{(n-1)} & \dots & b_{21}^{(3)} & a_{12}^{(2)}-\lambda & a_{12}^{(2)} \\ b_{n1}^{(n)} & b_{n-11}^{(n-1)} & \dots & b_{31}^{(3)} & a_{21}^{(2)} & a_{22}^{(2)}-\lambda \end{vmatrix}=0. \quad (8)$$

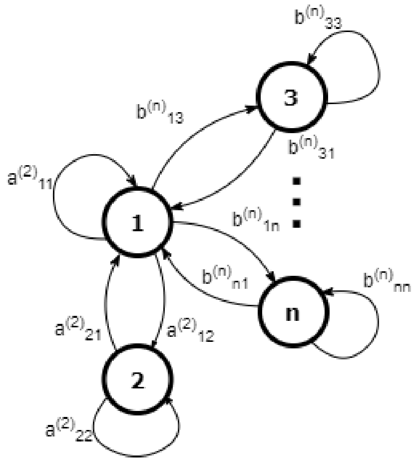


Рис. 2. Приклад КК(n) з матрицею суміжності у вигляді (6)

Як відомо, з курсу математики, визначник матриці можна знайти через алгебраїчні доповнення [9], причому права частина рівності є характеристичним поліномом для відповідної матриці. Зокрема, на прикладі КК(3) у вигляді (7) це матиме такий вигляд:

$$\Delta^{(3)}=\det\left(B^{(3)}-\lambda E\right)=\sum_{j=1}^{3} b_{ij}^{(3)}\cdot B_{ij}^{(3)}=\sum_{j=1}^{3} b_{ij}^{(3)}\cdot(-1)^{i+j}\cdot M_{ij}^{(3)}. \quad (9)$$

де E — одинична матриця, $B_{ij}^{(3)}$ — алгебраїчне доповнення для елемента $b_{ij}^{(3)}$, $M_{ij}^{(3)}$ — мінор елемента $b_{ij}^{(3)}$.

Корені характеристичного поліному є власними числами $\lambda_1^{(3)}$, $\lambda_2^{(3)}$, $\lambda_3^{(3)}$ матриці (5).

З урахуванням структури матриці, легко показати, що усі мінори $M_{12}^{(3)}$ і $M_{23}^{(3)}$ для матриць, в яких лівий стовпець містить лише нулі, будуть дорівнювати нулю. А мінор $M_{11}^{(3)}$ — це матриця (3), для якої корені є відомими, крім того, відомо, що вона є стійкою (це було вхідною умовою).

Крім того, відомо, що за теоремою Вієта [9] поліном (9) можна представити у вигляді

$$\Delta^{(3)}=\det\left(B^{(3)}-\lambda E\right)=\sum_{j=1}^{3} b_{ij}^{(3)}\cdot B_{ij}^{(3)}=\sum_{j=1}^{3} b_{ij}^{(3)}\cdot(-1)^{i+j}\cdot M_{ij}^{(3)}=\left(\lambda-\lambda_1^{(3)}\right)\left(\lambda-\lambda_2^{(3)}\right)\left(\lambda-\lambda_3^{(3)}\right)=0, \quad (10)$$

де $\lambda_1^{(3)}$, $\lambda_2^{(3)}$, $\lambda_3^{(3)}$ — корені полінома (9).

А це означає, що, якщо нам відомі корені мінора $M_{11}^{(3)}$, які є власними числами для матриці (3), то матриця (5) буде мати ті самі власні числа, що й матриця (3), але до них буде додаватись ще одне власне число, яке буде знаходитись з виразу

$$\left(b_{11}^{(3)}-\lambda\right)\cdot\left(-1\right)^{1+1}\cdot M_{11}^{(3)}=\left(b_{11}^{(3)}-\lambda\right)\cdot\left(-1\right)^{1+1}\cdot\Delta^{(2)}=0, \quad (11)$$

звідки

$$\lambda_3^{(3)}=b_{11}^{(3)}. \quad (12)$$

Отже, єдиною умовою стійкості КК(3) лишається вимога щодо коефіцієнта $b_{11}^{(3)}$

$$b_{11}^{(3)}\le 1, \quad (13)$$

що відповідає правилам визначення ваг КК. Інші коефіцієнти 1-го рядка матриці на стійкість не впливають. Отже, за такої структури КК її ваги $b_{11}^{(3)}$ можуть бути довільними, тобто у звичному для них діапазоні [–1, 1].

Легко показати, що для n-го випадку все буде аналогічним:

$$\Delta^{(n)}=\det\left(B^{(n)}-\lambda E\right)=\left(b_{11}^{(n)}-\lambda\right)\left(-1\right)^{1+1}\cdot M_{11}^{(n)}+\ldots+\left(b_{1n}^{(n)}-\lambda\right)\left(-1\right)^{1+n}\cdot M_{1n}^{(n)}\Rightarrow\lambda_n^{(n)}=b_{1n}^{(n)}. \quad (14)$$

А оскільки за правилами побудови КК та структурою їх матриці суміжності (див. (6)) усі ваги за модулем не повинні перевищувати 1, то це означає, що й для усіх власних чисел таких матриць буде виконуватись вимога (2). А отже, вони будуть стійкими. Перевіримо їх топологічну спостережуваність. Якщо для КК(n) (див. рис. 2) побудувати БГ, то вона набуде вигляду як на рис. 3.

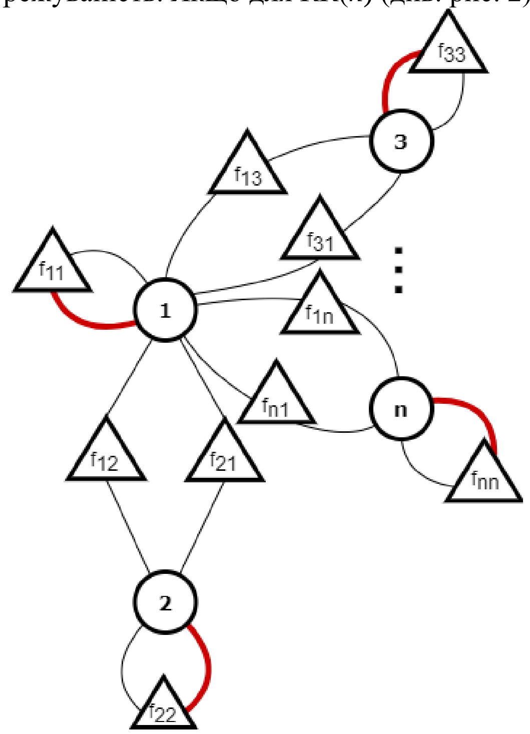


Рис. 3. БГ для КК(n) з рис. 2

З рис. 3 видно, що у разі, якщо кожна ii-та (i = 1, 2, …, n) вершина буде мати петлю, тоді така модель буде повністю топологічно спостережувана. У протилежному випадку, рівень її спостережуваності буде обчислюватись за формулою, яка випливає з (1),

$$J = \frac{n_p + 2}{n_x}, \tag{15}$$

де n_p — кількість вершин-змінних без урахування вершин базової КК(2), які містять петлі, n_x — кількість вершин-змінних.

Наприклад, якщо КК(5) містить одну вершину (i = 3) з петлею $b_{33}^{(5)}$ і 2 без петель (i = 4, 5), які приєднуються до вершин базової КК(2) (i = 1, 2), тоді, згідно з (15), маємо $J = (1+2)/5 = 0{,}6$ — КК є не повністю топологічно спостережуваною.

Математично легко показати, що запропонований підхід однаково добре працює як для рядка, так і для стовпця КК(n), у виразах (3)—(10), тому що алгебраїчне доповнення, на властивостях якого побудовано запропонований підхід, однаково будується як для елементів рядка, так і для елементів стовпця. Крім того, нагадуємо, що базовою КК може бути КК не тільки 2-го, а й будь-якого іншого порядку, який вдалось побудувати експертним шляхом. Це доповнення суттєво розширює клас когнітивних карт, для яких можна застосовувати запропонований підхід.

Розглянемо приклад, який покаже працездатність цього підходу та його практичну значущість.

Приклад побудови когнітивної карти

Сучасні вимоги до якості освіти вимагають пошуку нових інноваційних технологій виявлення впливових чинників та вибору напрямків їх удосконалення. Задля цього побудуємо когнітивну карту освітньо-професійної програми (ОПП) підготовки здобувачів вищої освіти. ОПП містить низку ключових взаємопов'язаних блоків [10]:

– обов'язкові компоненти;
– вибіркові компоненти;
– підсумкова атестація.

У кожному цьому блоці є свої дисципліни, але важливо визначити, які саме дисципліни мають найпотужніший вплив на підсумкову атестацію. А тоді у позначеннях базової КК(2) (див. рис. 1) будуть мати місце такі вершини:

Вершина 1. Блок обов'язкових дисциплін.

Вершина 2. Блок вибіркових дисциплін.

Додамо підсумкову атестацію як третю вершину. Підсумкова атестація повинна проводитись згідно з програмами обов'язкових дисциплін, тому проводимо ребра для зв'язку лише між ними (рис. 4) (табл.).

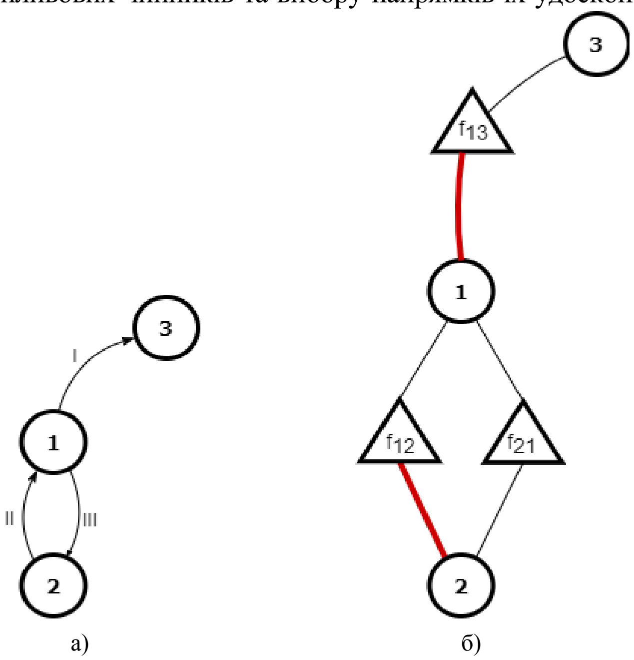


Рис. 4. Когнітивна карта 3-го порядку для навчального плану ЗВО: а — її граф; б — відповідний йому БГ

Опис дуг когнітивної карти, поданої на рис. 4

Дуга	Опис дуги	Характеристика впливу, що враховується вагою дуги
І	Вплив обов'язкових дисциплін на підсумкову атестацію	Програмні результати навчання, компетентності та опановані знання і набуті вміння дисциплін обов'язкового блоку впливають на результат підсумкової атестації випускників ОПП
ІІ	Вплив вибіркових дисциплін на обов'язкові дисципліни	Програмні результати навчання, компетентності та опановані знання і набуті вміння дисциплін вибіркового блоку впливають на програмні результати навчання, компетентності та опановані знання і набуті вміння дисциплін обов'язкового блоку
Ш	Вплив обов'язкових дисциплін на вибіркові дисципліни	Програмні результати навчання, компетентності та опановані знання і набуті вміння дисциплін обов'язкового блоку впливають на програмні результати навчання, компетентності та опановані знання і набуті вміння дисциплін вибіркового блоку

Аналіз показує, що БГ для КК з рис. 4а буде мати топологічну спостережуваність на рівні 2/3 = 67 %. Але для того, щоб обґрунтувати вимоги, виконання яких дозволить, по-перше, здійснити когнітивне моделювання залежностей між усіма вершинами, а по-друге, визначити стратегію керування задля підвищення якості освіти, яка визначається успішністю студентів у підсумковій атестації, модель має бути повністю топологічно спостережуваною, хоча, для задачі керування, потрібна ще повна керованість системи, але дослідження цього виходить за межі цієї статті. А, як доведено вище, це можливо, лише за умови наявності петель в усіх її вершинах.

У практичній площині така вимога може означати, наприклад, те, що підсумкову атестацію слід проводити не тільки на останньому курсі (як це прийнято у технічних спеціальностях, передусім у галузі інформаційних технологій), а — й на інших курсах, як це робиться, до прикладу, на медичних спеціальностях (приклад: іспити «Крок-1», «Крок-2»), щоб можна було відслідковувати вплив успішності попередніх років на наступні. Крім того, такий підхід дозволяє студентам призвичаїтись до такого формату підведення підсумку та здавати його дедалі успішніше. Тоді такий навчальний процес буде, певною мірою, більш керованим.

Наведений приклад може бути поширений і на багатомодульні та багатосеместрові дисципліни («Вища математика», «Іноземна мова» тощо), практику та ін.

Висновки

Розглянуто деякі питання удосконалення правил синтезу когнітивних карт за умови дотримання їхньої керованості та топологічної спостережуваності. Застосовувана при цьому трансформація графа КК з вершинами-характеристиками у біхроматичний граф з вершинами-змінними і вершинами-залежностями дає можливість адаптувати КК для аналізу та оптимізації когнітивних моделей інформаційних систем. До базової КК нижчого порядку, про яку відомо, що вона стійка та повністю топологічно спостережувана, додають одну вершину, інцидентну одній з вершин цієї базової КК. Доведено, що синтезовані у такий спосіб КК *n*-го порядку будуть і повністю топологічно спостережуваними, і стійкими. Якщо базова КК буде не КК(2), а, наприклад, КК(3) чи, навіть, КК(10), тоді запропонований підхід буде працездатним аналогічно і так само можна будувати стійкі повністю топологічно спостережувані КК вищих порядків, але вже значно складнішої структури, ніж, коли базовою є КК(2). Наведено приклад у галузі освіти, який продемонстрував працездатність запропонованих рішень. Продемонстровано, що для забезпечення стійкості і повної топологічної спостережуваності навчального процесу необхідно синтезувати систему, яка містить проміжні етапи підсумкової атестації.

СПИСОК ВИКОРИСТАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ

[1] В. Б. Мокін, О. В. Бурдейна, К. О. Коваль, і А. Р. Ящолт, «Метод проектування когнітивної карти для оптимізації профорієнтаційної діяльності ЗВО,» *Вісник Вінницького політехнічного інституту,* № 3, с. 89-99, 2018. [Електронний ресурс]. Режим доступу: https://visnyk.vntu.edu.ua/index.php/visnyk/article/view/2238?articlesBySameAuthorPage=2 .

[2] В. Д. Романенко, и Ю. Л. Милявский, «Синтез следящей системы управления неустойчивыми импульсными процессами в иерархических когнитивных картах сложных систем,» *Теоретичні та прикладні проблеми і методи системного аналізу,* № 4, с. 7-13, 2016. [Електронний ресурс]. Режим доступу: http://dspace.nbuv.gov.ua/handle/123456789/150927 .

[3] В. Д. Романенко, и Ю. Л. Милявский, «Обеспечение устойчивости импульсных процессов в когнитивных картах на основе моделей в пространстве состояний,» *Теоретичні та прикладні проблеми і методи системного аналізу,* № 1, с. 26-42, 2014. Режим доступу: http://dspace.nbuv.gov.ua/bitstream/handle/123456789/85458/03-Romanenko.pdf?sequence=1

[4] П. Эйкхофф, *Основы идентификации систем управления.* М.: Мир, 1975, 680 с.
[5] В. Б. Мокін, І. В. Варчук, і Є. М. Крижановський, *Інформаційна технологія аналізу та оптимізації топологічної спостережуваності багатозв'язних геоінформаційних систем*, моногр. Вінниця, Україна: ВНТУ, 2019, 121 с. [Електронний ресурс]. Режим доступу: https://press.vntu.edu.ua/index.php/vntu/catalog/book/522 .
[6] А. З. Гамм, и И. И. Голуб, *Наблюдаемость электроэнергетических систем.* М.: Наука, 1990, 200 с.
[7] A. N. Montanari, and L. A. Aguirre, "*Observability of Network Systems: A Critical Review of Recent Results*," *J. Control Autom Electr Syst*, no 31, 1348-1374, 2020. [Electronic resource]. Available: https://doi.org/10.1007/s40313-020-00633-5 .
[8] H. Zhang, and K. Han, "A Hybrid Observability Analysis Method for Power System State Estimation," *IEEE*, vol. 8, pp. 73388-73397, 2020. [Electronic resource]. Available: https://doi.org/10.1109/ACCESS.2020.2987358 .
[9] В. В. Булдигін, І. В. Алєксєєва, В. О. Гайдей, О. О. Диховичний, Н. Р. Коновалова, і Л. Б. Федорова, *Лінійна алгебра та аналітична геометрія*, навч. посіб., В. В. Булдигіна, ред. Київ, Україна: ТВіМС, 2011, 224 с. [Електронний ресурс]. Режим доступу: http://matan.kpi.ua/public/files/Posibnyk%20LA+AG.pdf .
[10] Наказ МОН України від 12.12.2018 №1380, *Про затвердження стандарту вищої освіти за спеціальністю 126 «Інформаційні системи і технології» для першого (бакалаврського) рівня вищої освіти.* [Електронний ресурс]. Режим доступу: https://mon.gov.ua/storage/app/media/vishcha-osvita/zatverdzeni%20standarty/12/21/126-informatsiyni-sistemi-ta-tekhnologii-bakalavr.pdf .

Рекомендована кафедрою системного аналізу та інформаційних технологій ВНТУ

Стаття надійшла до редакції 18.12.2020

Мокін Віталій Борисович — д-р техн. наук, професор, завідувач кафедри системного аналізу та інформаційних технологій, e-mail: vbmokin@gmail.com ;
Бурдейна Олена Володимирівна — старша викладачка кафедри системного аналізу та інформаційних технологій, e-mail: elenaburd@vntu.edu.ua ;
Варчук Ілона В'ячеславівна — канд. техн. наук, доцент кафедри системного аналізу та інформаційних технологій, e-mail: ilona.varchuk@gmail.com .

Вінницький національний технічний університет, Вінниця

V. B. Mokin[1]
O. V. Burdeina[1]
I. V. Varchuk[1]

On the Issue of Topological Observability of Cognitive Maps while Maintaining Their Stability

[1]Vinnytsia National Technical University

The article considers the issue of optimizing the cognitive map of a complex system in compliance with the requirements for its full topological observability and stability, which allows cognitive modeling and analysis of the interaction of all vertices-variables and, in case of confirmation of complete controllability, -which of these variables. The information technology of analysis and optimization of topological observability of multiconnected geographic information systems created earlier by the authors is characterized. According to the system of rules it transforms the information or mathematical model of the system into the formalization of the system model in the form of a dichromatic graph with vertices-variables and vertices-dependences rule of topological observability analysis. It is suggested how any cognitive map can be transformed into such a dichromatic graph, which allows to extend the previous developments for this type of system models, i.e. to analyze and optimize the level of topological observability of information systems models in the form of a cognitive map.

Special attention is paid to the stability of cognitive maps. A new method for the synthesis of fully topologically observable stable cognitive maps of the nth order of a certain type on the basis of a basic fully topologically observable stable cognitive map of a smaller order, constructed by experts, is proposed. The paper demonstrates the work of the method based on the basic second-order cognitive map. The basic cognitive map is transformed into a stable higher-order cognitive model by adding one new vertex incident to one of the vertices of this basic cognitive map. Structurally, the adjacency matrix of the cognitive map includes a contiguity matrix of the lower order cognitive map, to which is added another row and a column with one non-zero element and zeros in all other elements of this row. It is proved, using Vieta's theorem and the rule of calculating the determinant of the matrix through algebraic additions that the cognitive maps of the nth order synthesized in this way will be both completely topologically observable and stable.

An example of application of the created method to the analysis and optimization of the cognitive map, which takes into account the main components of the educational and professional program of a higher education institution, is given. It is shown that only such an educational process will be fully topologically observable, stable, which will provide intermediate final certification, similar to "Step-1" or "Step-2" for medical specialties. Such process will be more managed in the case of proving complete controllability, it allow to synthesize the law of quality management of higher education. It is noted that the obtained conclusions can be extended to multi-module or multi-semester disciplines (intermediate colloquia, etc. are required) and practice (intermediate tests).

Keywords: cognitive modeling, cognitive map, topological observability, stability, eigenvalue of a matrix, complex system, control, institution of higher education.

Mokin Vitalii B. — Dr. Sc. (Eng.), Professor, Head of the Chair of System Analysis and Information Technology, e-mail: vbmokin@gmail.com;

Burdeina Olena V. — Senior Lecturer of the Chair of System Analysis and Information Technology, e-mail: elenaburd@gmail.com;

Varchuk Ilona V. — Cand. Sc. (Eng.), Associate Professor of the Chair of System Analysis and Information Technology, e-mail: ilona.varchuk@gmail.com

В. Б. Мокин[1]
Е. В. Бурдейная[1]
И. В. Варчук[1]

К вопросу топологической наблюдаемости когнитивных карт с сохранением их устойчивости

[1]Винницкий национальный технический университет

Рассмотрены вопросы оптимизации когнитивной карты (КК) сложной системы с соблюдением требований о полной топологической наблюдаемости и сохранением устойчивости. Это позволяет проводить когнитивное моделирование и анализ взаимного влияния всех вершин-переменных между собой и, в случае подтверждения, еще и полной управляемости, синтезировать закон управления по любой из этих переменных. Охарактеризована созданная авторами ранее информационная технология анализа и оптимизации топологической наблюдаемости многосвязных геоинформационных систем, которая по системе правил трансформирует информационную или математическую модель системы в разработанную другими авторами формализацию модели системы в виде бихроматического графа с вершинами-переменными и вершинами-зависимостями, для которой известно правило анализа топологической наблюдаемости. Предложено каким образом любую КК можно трансформировать в такой бихроматический граф, что позволяет распространить предыдущие наработки и для этого вида моделей систем, то есть проводить анализ и оптимизацию уровня топологической наблюдаемости моделей информационных систем в виде КК.

Отдельно уделено внимание устойчивости КК. Предложен новый метод синтеза полностью топологически наблюдаемых устойчивых КК n-го порядка определенного вида на основе базовой полностью топологически наблюдаемой устойчивой КК меньшего порядка, построенной экспертным путем. В работе продемонстрирована работа метода на основе базовой КК второго порядка. Базовая КК трансформируется в устойчивую когнитивную модель более высокого порядка путем добавления одной новой вершины, инцидентной одной из вершин этой базовой КК. Структурно, матрица смежности КК содержит в себе матрицу смежности КК низшего порядка, к которой добавляется еще одна строка и столбец с одним ненулевым элементом и нулями во всех других элементах этой строки и столбца. Доказано, с использованием теоремы Виета и правила вычисления определителя матрицы через алгебраические дополнения, что синтезированные таким образом КК n-го порядка будут и полностью топологически наблюдаемыми, и устойчивыми.

Приведен пример применения созданного метода к анализу и оптимизации КК, учитывающей основные составляющие образовательно-профессиональной программы высшего учебного заведения. Показано, что только такой учебный процесс будет и полностью топологически наблюдаемым, и устойчивым, который будет предусматривать промежуточную итоговую аттестацию, подобную «Крок-1» или «Крок-2» для медицинских специальностей. Такой процесс станет еще и управляемым, то есть позволит синтезировать закон управления качеством высшего образования, в случае доказательства еще и полной управляемости. Отмечено, что полученные выводы могут быть распространены и на многомодульные или многосеместровые дисциплины (нужны промежуточные коллоквиумы или др.) и практику (промежуточные зачеты).

Ключевые слова: когнитивное моделирование, когнитивная карта, топологическая наблюдаемость, устойчивость, собственное число матрицы, сложная система, управление, высшее учебное заведение.

Мокин Виталий Борисович — д-р техн. наук, профессор, заведующий кафедрой системного анализа и информационных технологий, e-mail: vbmokin@gmail.com ;

Бурдейная Елена Владимировна — старший преподаватель кафедры системного анализа и информационных технологий, e-mail: elenaburd@vntu.edu.ua ;

Варчук Илона Вячеславовна — канд. техн. наук, доцент кафедры системного анализа и информационных технологий, e-mail: ilona.varchuk@gmail.com