

УДК 624.074.5

В. Д. Свердлов, к. т. н., проф.;

В. О. Попов, асп.

МОДЕЛЮВАННЯ НЕСТАНДАРТНОГО НАВАНТАЖЕННЯ НА ВИСОТНУ ПРОСТОРОВУ СТРИЖНЕВУ КОНСТРУКЦІЮ

Під час проектування висотних стрижневих систем іноді доводиться враховувати доволі складні динамічні навантаження, обумовлені дією вітру, технологічними навантаженнями тощо [1—5].

Саме такі навантаження викликають в елементах споруди максимальні напруження. Отже їх необхідно обов'язково врахувати під час проектування несучих конструкцій атракціонів [3—5].

Одним з найпопулярніших виробів індустрії розваг є унікальна вежа вільного падіння «Стелла». Вона є невід'ємним атрибутом більшості найвідоміших світових «Діснейлендів». Виготовляються вони і в Україні.

Змоделюємо складне технологічне навантаження на прикладі атракціону, що виготовляється у м. Вінниця на ВАТ «Завод Аналог» (фото — рис. 1).

Конструктивна схема цього атракціону показана на рис. 2. Технологічне навантаження є повторно-змінним. Таке навантаження на конструкцію виникає внаслідок вертикальних реакцій в блоках, через які перекинуті еластичні тяжі, що тримають рухомий тор з вісьмома кріслами для пасажирів. Тор с кріслами для простоти розрахунку можна замінити зосередженою масою (рис. 3 а).

Потенційна енергія перетворюється кінетичну і, далі, у внутрішню енергію еластичних тяжів. Основною характеристикою цих тяжів є коефіцієнт жорсткості c , що був визначений за даними експерименту: $n = 6$ еластичних тяжів (пружин) $\varnothing 20$ мм довжиною $L_0 = 12,6$ м видовжуються на

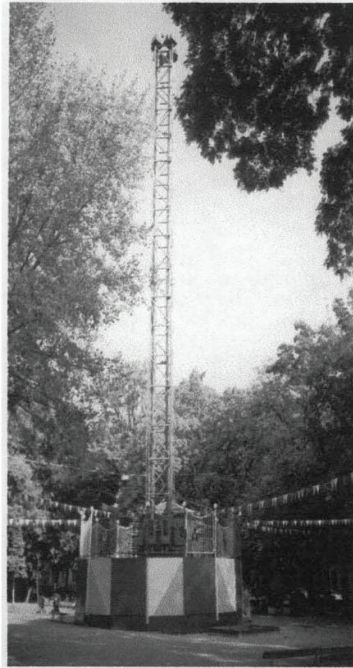


Рис. 1. Атракціон «Стелла»

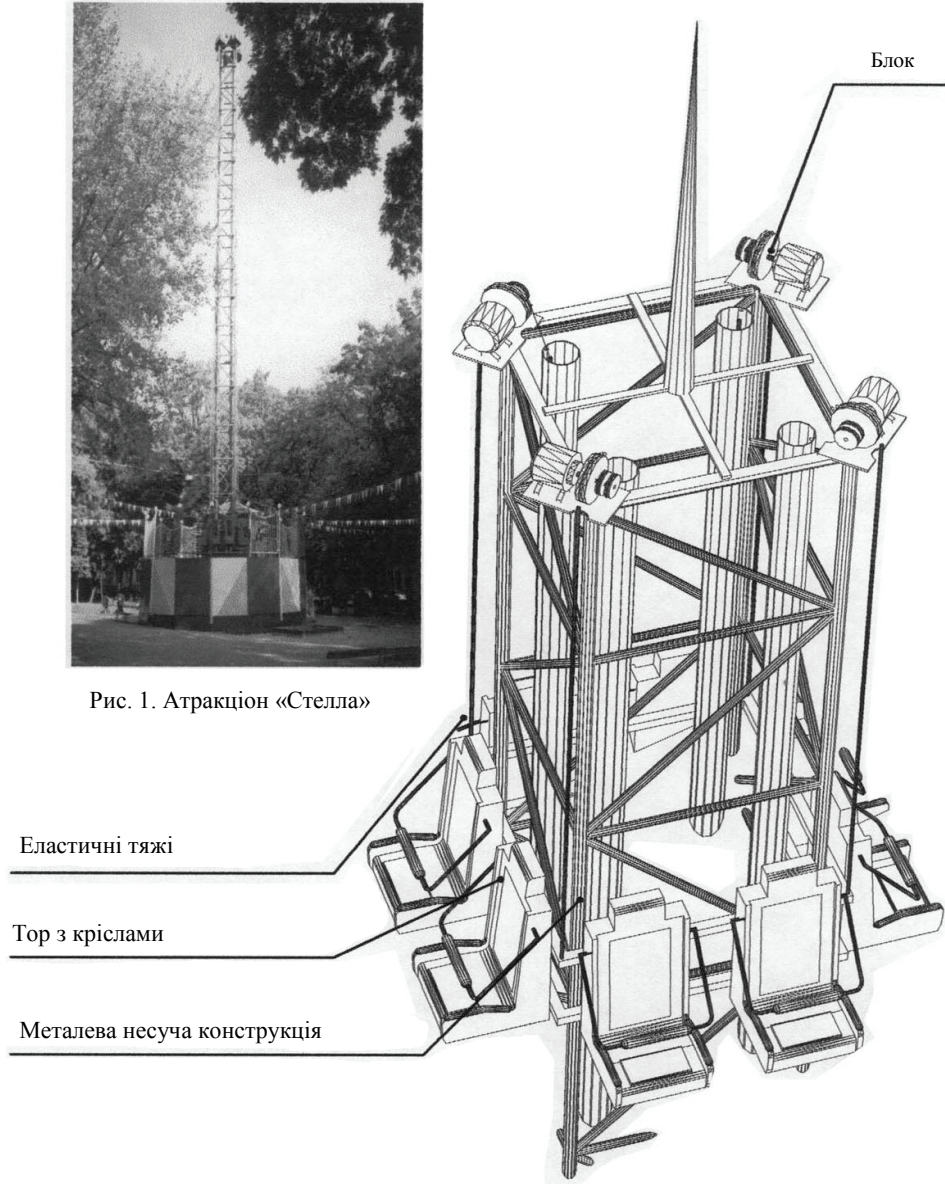


Рис. 2. Конструктивна схема атракціону

60 % від не завантаженого стану під дією сили $\Delta F = 7200 \text{ Н}$. Визначимо коефіцієнт жорсткості c [6].

$$\Delta L = L_{\max} - L_0 = \left(L_0 + \frac{60}{100} L_0 \right) - L_0 = 0,6 L_0, \quad (1)$$

$$\Delta L = 0,6 \cdot 12,6 = 7,56 \text{ м.}$$

$$c = \frac{\Delta F}{\Delta L}, \quad (2)$$

$$c = \frac{7200}{7,56} = 952,3 \frac{\text{Н}}{\text{м}} \approx 0,96 \frac{\text{кН}}{\text{м}}.$$

Необхідно шляхом математичного моделювання визначити:

- чи є це навантаження ударним;
- визначити частоту повторно-змінного навантаження та його амплітуду;
- форму власних коливань споруди та технологічного навантаження;
- функціонал повторно-змінного навантаження для подальшого моделювання на стандартних програмних комплексах.

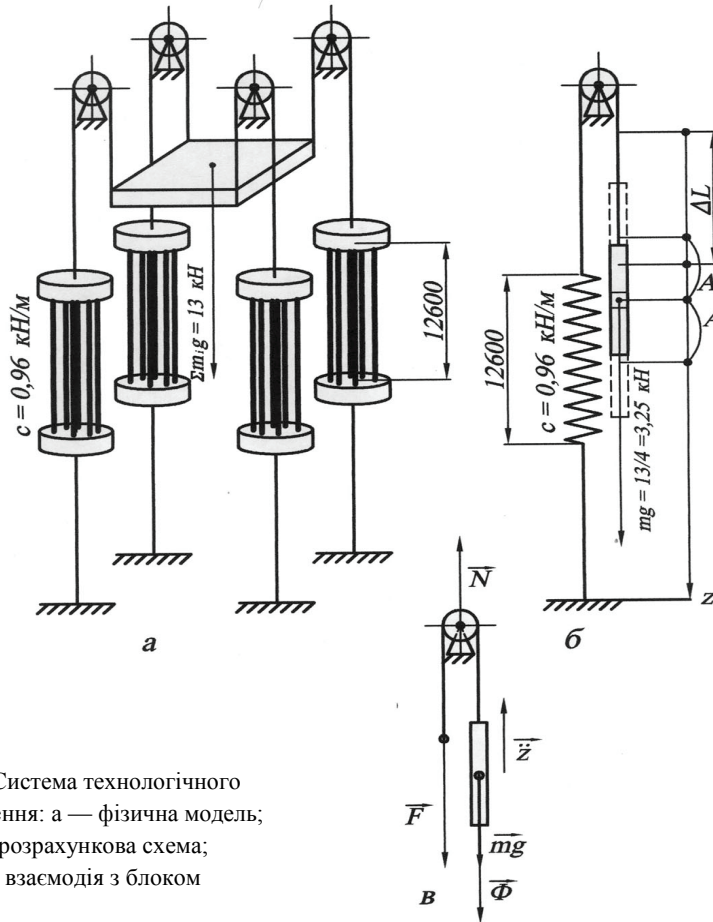


Рис. 3. Система технологічного навантаження: а — фізична модель; б — розрахункова схема; в — взаємодія з блоком

Максимум навантаження припадає на момент часу, коли еластичні тяжі починають гальмувати швидкість падіння.

Розрахункову схему (рис. 3 б), де блок, пружина та трос — невагомі, трос — абсолютно жорсткий, пружина працює за законом Гука, отримуємо, виходячи з таких міркувань.

Вага тора з кріслами та пасажирями значно більша за вагу блоків та тросу з пружинами. Коефіцієнт жорсткості троса на порядок вищий за коефіцієнт жорсткості пружин. Тертям та опором повітря нехтуємо.

Диференційне рівняння руху тора під дією сил опору пружин буде мати такий вигляд:

$$m\ddot{z} = mg - c(\lambda_{cm} + z), \quad (3)$$

де $\lambda_{cm} = \frac{mg}{c}$ — зміщення тора від положення рівноваги під дією власної ваги;

$$m\ddot{z} = mg - c\lambda_{cm} - cz; \quad (4)$$

$$\ddot{z} + \frac{c}{m}z = 0. \quad (5)$$

Розв'язок даного диференційного рівняння

$$z = A \sin(kt + \varphi), \quad (6^*)$$

де $k = \sqrt{\frac{c}{m}} = \sqrt{\frac{0,96 \cdot 10^3 \text{ Н/м}}{325 \text{ кг}}} = 1,719 \text{ с}^{-1}$ — частота власних коливань; A і φ — сталі, які знайдемо, виходячи з початкових умов, причому A — амплітуда власних коливань, м; φ — зміщення фази.

$$A = \sqrt{z_0^2 + \frac{\dot{z}_0^2}{k^2}}; \quad (7)$$

$$A = \sqrt{(-3,32)^2 + \frac{12,6^2}{1,719^2}} = 8,1 \text{ м};$$

$$\varphi = \arctg\left(\frac{kz_0}{\dot{z}_0}\right); \quad (8)$$

$$\varphi = \arctg\left(\frac{1,719 \cdot (-4,09)}{12,6}\right) = -0,50 \text{ рад} = -29,1^\circ,$$

де $z_0 = -\lambda_{cm}$ — статичне переміщення тора під дією власної ваги, м;

$$z_0 = -\lambda_{cm} = -\frac{mg}{c}; \quad (9)$$

$$z_0 = -\lambda_{cm} = -\frac{325 \cdot 9,81}{0,96 \cdot 10^3} = -3,32 \text{ м},$$

$\dot{z}_0$ — швидкість, яку набуває тор внаслідок вільного падіння з висоти $\Delta L = 8 \text{ м}$. Виходячи з закону збереження енергії, отримуємо:

$$\dot{z}_0 = \sqrt{2g\Delta L} = \sqrt{2 \cdot 9,81 \cdot 8} = 12,6 \text{ м/с}.$$

$$\ddot{z} = -Ak^2 \sin(kt + \varphi), \quad (10)$$

$$\ddot{z}_{\max} = \pm Ak^2, \quad (11)$$

$$\ddot{z}_{\max} = \pm 8,1 \cdot 1,719^2 = \pm 24,0 \text{ м/с}^2.$$

$$T = \frac{2\pi}{k} = \frac{2\pi}{1,719} = 3,658 \text{ с} \text{ — період власних коливань системи, тоді час взаємодії троса з блоком}$$

$t_{\text{уд}} = \frac{T}{2} = \frac{3,658}{2} = 1,829 \text{ с}$. Так як $t_{\text{уд}} > 1 \text{ с}$, то удару не відбувається [6, 7]. $\ddot{z}_{\max}$ виникає під час максимального розтягу пружини (рис. 3 в).

Миттєве максимальне значення реакції опори $\vec{N}$, що виникає в одному блоці буде дорівнювати:

$$N_{\max} = m(g + \ddot{z}_{\max}) + F, \quad (12)$$

де $F = m(g + \ddot{z}_{\max})$, виходячи з міркувань миттєвої рівноваги.

$$N_{\max} = 2m(g + \ddot{z}_{\max}), \quad (13)$$

$$N_{\max} = 2 \cdot 325 \cdot (9,81 + 24) = 21977 \text{ Н} \approx 22,0 \text{ кН}.$$

Реакція у блоці змінюється за синусоїдальною закономірністю:

* Примітка. Рівняння (6) описує рух тору лише тоді, коли він взаємодіє з пружинами, тобто в момент часу

$t \leq \frac{T}{2}$, де t — період коливань пружної системи. У момент, коли пружини є ненапруженими, несуча

конструкція є незавантаженою технологічно.

$$N = 2m(g + \ddot{z}); \quad (14)$$

$$N = 2m\left(g - Ak^2 \sin(kt + \varphi)\right), \quad (15)$$

$$N = 2 \cdot 325 \cdot \left(9,81 - 8,1 \cdot 1,719^2 \cdot \sin(1,719 \cdot t - 0,50)\right);$$

$$N = 6,4 \cdot 10^3 - 15,6 \cdot 10^3 \sin(1,719t - 0,50), \text{ Н/м.}$$

Висновки

В роботі була створена математична модель нестандартного технологічного навантаження. В результаті моделювання ми отримали такі результати:

1. Технологічне навантаження не є ударним.

2. Амплітуда повторно-змінного навантаження: $N_{\max} \approx 22,0 \text{ кН}$.

3. Частота повторно-змінного навантаження: $k = 1,719 \text{ с}^{-1}$. В подальшому необхідно виключити можливість навіть наближеної рівності частоти власних коливань споруди та частоти коливань технологічного навантаження для уникнення явищ резонансу [1, 6, 7].

4. Функціонал змодельованого навантаження:

$$N = 6,4 - 15,6 \cdot \sin(1,719t - 0,50), \text{ кН/м.}$$

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. СНИП 2.01.07-85. Нагрузки и воздействия. Нормы проектирования. — М.: Стройиздат, 1986. — 36 с.
2. СНИП II-23-81*. Стальные конструкции/Госстрой СССР. — М.: ЦИТП Госстроя СССР, 1991. — 96 с.
3. Металлические конструкции. Конструкции зданий. В 3 т. Т. 2. Под ред. В. В. Горева. — М.: Высшая школа, 1999, — 529 с.
4. Клячин А. З. Пространственные стержневые металлические конструкции регулярной структуры. — Екатеринбург: Диамант, 1995, — 548 с.
5. Свердлов В. Д., Жарко Л. О. Металеві конструкції. Частина 2. — Вінниця: УНІВЕРСУМ-Вінниця, 1998 р. — 144 с.
6. Писаренко Г. С., Яковлев А. П. Справочник по сопротивлению материалов. — К.: Наукова думка, 1975, — 704 с.
7. Яблонский А. А., Никифорова В. М. Курс теоретической механики, в 2-х томах. — Изд. 2-е. — М.: Высшая школа, 1964, - 430 с.

Рекомендована кафедрою промислового та цивільного будівництва

Надійшла до редакції 21.10.03
Рекомендована до опублікування 16.12.03

Свердлов Володимир Деонисович — завідувач кафедри, **Попов Володимир Олексійович** — аспірант.

Кафедра промислового та цивільного будівництва, Вінницький національний технічний університет