

В. Б. Мокін¹
М. В. Дратованій¹
О. М. Козачко¹
С. О. Жуков¹

МЕТОД СИНТЕЗУ СТІЙКОЇ БАГАТОЗВ'ЯЗНОЇ КОГНІТИВНОЇ КАРТИ СКЛАДНОЇ СИСТЕМИ

¹Вінницький національний технічний університет

Розглянуто ефективніший за аналоги метод синтезу стійкої багатозв'язної когнітивної карти складної системи на основі базової стійкої когнітивної карти меншого порядку. Особливість цього методу полягає в тому, що когнітивна карта вищого порядку проєктується з псевдотрикутною матрицею суміжності, яка є більш багатозв'язною у порівнянні з матрицями суміжності, що використовуються в інших аналогічних методах. Така псевдотрикутна матриця суміжності проєктується з урахуванням таких правил: 1) усі елементи базової когнітивної карти є елементами когнітивної карти вищого порядку, тобто матриця суміжності для цієї когнітивної карти вищого порядку будується «навколо» матриці суміжності базової когнітивної карти таким чином, щоб усі діагональні елементи базової когнітивної карти були частиною діагональних елементів когнітивної карти вищого порядку; 2) елементи матриці суміжності когнітивної карти «навколо» базової когнітивної карти вище або нижче головної діагоналі повинні дорівнювати 0, тобто мати вигляд трикутної матриці (якщо ігнорувати елементи базової когнітивної карти, тому для такої матриці введено поняття псевдотрикутної), або зводиться до неї шляхом транспонування чи переставлення стовпців та рядків.

Доведено, що когнітивні карти з псевдотрикутними матрицями суміжності, що задовольняють вищезгадані правила, будуть гарантовано стійкі. Доведення здійснено за рахунок використання правил обчислення визначника матриці як суми алгебраїчних доповнень будь-якого стовпця чи рядка та з урахуванням того, що ваги когнітивних карт не перевищують 1, за визначенням.

Для доведення працездатності запропонованого методу синтезу стійкої багатозв'язної когнітивної карти розглянуто приклад послідовно розташованих ділянок річки вздовж р. Південний Буг у районі м. Вінниця. В цьому прикладі вершинами когнітивної карти є концентрації біохімічного споживання кисню на кожній ділянці річки, що характеризують концентрації органічних речовин у воді, а цільовою вершиною карти є концентрація розчиненого у воді кисню у замикальній ділянці річки, на яку впливає це забруднення. Для автоматизації розрахунків розроблена Python-програма як публічний ноутбук на базі відомої платформи Kaggle. Проведені дослідження та комп'ютерні експерименти показали ефективність та працездатність запропонованого методу.

Ключові слова: когнітивна карта, стійкість, матриця суміжності, складна система, якість води, синтез.

Вступ

Останнім часом все популярнішим стає метод побудови когнітивних карт (КК) для моделювання процесів у складних системах та програмування сценаріїв їх розвитку за тих чи інших умов. Когнітивна карта будується у вигляді орієнтованого зваженого графа з вагами $[-1, 1]$, які враховують взаємовплив усіх вершин-змінних між собою та їх вплив на цільову вершину, якою може бути й будь-яка з них [1]—[5]. Однією з головних проблем побудови КК є забезпечення їх стійкості. У роботах [2], [3] автори запропонували оригінальні підходи до розв'язання цієї проблеми, але для специфічних класів систем або для систем керування складними системами, а не для самих систем.

У роботі [6] одного із співавторів цієї статті запропоновано новий метод синтезу повністю стійких КК n -го порядку певного виду на основі базової стійкої КК меншого порядку, побудованої експертним шляхом. У цій статті доведено, що така КК буде ще й топологічно спостережуваною в термінах робіт [7]—[9]. Сутність методу полягає в тому, що спочатку експертним шляхом будується повністю стійка КК, наприклад, з $n = 2$ вершин, тобто — другого порядку (позначимо її як $КК(2)$) з матрицею суміжності $A^{(2)}$

$$A^{(2)} = \begin{bmatrix} a_{11}^{(2)} & a_{12}^{(2)} \\ a_{21}^{(2)} & a_{22}^{(2)} \end{bmatrix}, \quad (1)$$

де верхній індекс «(2)» означає порядок КК, а коефіцієнти $|a_{ij}^{(2)}| \leq 1$, $i = 1..2$, $j = 1..2$ є вагами ребер КК між вершинами i та j . Тоді метод дозволяє синтезувати КК довільного n порядку з матрицею суміжності $B^{(n)}$:

$$B^{(n)} = \begin{bmatrix} b_{11}^{(n)} & b_{12}^{(n)} & \dots & \dots & b_{1,n-1}^{(n)} & b_{1,n}^{(n)} \\ b_{21}^{(n)} & b_{11}^{(n-1)} & \dots & \dots & b_{1,n-2}^{(n-1)} & b_{1,n-1}^{(n-1)} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & b_{11}^{(3)} & b_{12}^{(3)} & b_{13}^{(3)} \\ b_{n-1,1}^{(n)} & b_{n-2,1}^{(n-1)} & \dots & b_{21}^{(3)} & a_{11}^{(2)} & a_{12}^{(2)} \\ b_{n,1}^{(n)} & b_{n-1,1}^{(n-1)} & \dots & b_{31}^{(3)} & a_{21}^{(2)} & a_{22}^{(2)} \end{bmatrix}, \quad (2)$$

де $|b_{11}^{(i)}| \leq 1$, $i = 1, 2, \dots, n$; $b_{ij}^{(k)} = 0$, $i = 1, 2, \dots, n$, $j = 1..n$, $i \neq j$, $k = 3, 4, \dots, n$ — значення ваг КК між i та j вершинами, але матриця k -го порядку рекурсивно будується на параметрах матриці $(k-1)$ -го порядку, а як елементи матриці 2-го порядку використовуються елементи базової стійкої матриці $A^{(2)}$.

У статті [6] доведено, що КК(n) з матрицею суміжності (2) буде стійкою (і топологічно спостережуваною), але ця КК буде мати надто просту вироджену структуру. Практична цінність такої парнозв'язної КК дуже обмежена. Однак, потенціал цього методу не розкрито повністю і варто його удосконалити для синтезу багатозв'язніших когнітивних карт.

Отже, існуючі методи синтезу КК складних систем дозволяють будувати лише карти надто простої структури чи КК їх систем управління, а не самих систем. Для складніших варіантів використовується тільки експертний підхід. Опитування експертів, формування карти, перевірка на стійкість. У разі негативної перевірки — знов опитування експертів і так до нескінченності. Власний досвід авторів показує, що на це може піти рік і, все одно не вдасться побудувати стійку КК 6-го чи більшого порядку, яка буде відповідати рекомендаціями експертів, навіть, якщо усі оцінки задавати інтервально. Потрібні ефективніші методи, якщо під ефективністю розуміти наскільки швидше можна отримати заданий результат.

Отже, метою статті є підвищення ефективності методів синтезу когнітивних карт складних систем шляхом розроблення методу синтезу стійких багатозв'язних когнітивних карт таких систем на основі базової стійкої карти меншого порядку.

Основні поняття та формалізація постановки задачі

Як відомо, когнітивна карта як орієнтований зважений граф, що має відповідну матрицю суміжності, є стійкою, якщо власні числа цієї матриці за модулем є не більшими одиниці [1]—[6], [10]

$$|\lambda| \leq 1 \text{ і } \lambda \in \lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n. \quad (3)$$

А власні числа також визначають з матричного рівняння [10]

$$\det(B^{(n)} - \lambda \cdot E) = 0, \quad (4)$$

де E — одинична матриця.

Розв'язок рівняння (4) для матриці суміжності $B^{(n)}$ КК(n) дає n коренів, тобто n власних чисел.

Ідея методу зі статті [6] полягає у тому, щоб синтезувати КК з власними числами, які гарантовано відповідають умові (3). Метод оснований на тому, що по-перше, використовується базова КК малого порядку $m < n$, побудована експертним шляхом, для якої m власних чисел вже задовольняють умові (3), а по-друге, усі інші елементи КК більших порядків будуються за такими правилами:

1) усі елементи базової КК є елементами КК вищих порядків, тобто матриця суміжності для цих КК вищого порядку будується «навколо» матриці суміжності базової КК таким чином, щоб усі діагональні елементи базової КК були частиною діагональних елементів КК вищих порядків;

2) усі інші елементи КК вищих порядків заповнюються нулями, окрім діагональних.

За дотримання таких умов, розв'язком рівняння (4) будуть власні числа базової КК(m) та власні числа, які будуть знаходитись з рівнянь (у позначеннях виразу (2))

$$(b_{11}^{(i-1)} - \lambda_i) = 0, \quad i = (m+1, n), \quad (5)$$

отже, цими власними числами будуть взяті з протилежним знаком значення діагональних елементів КК вищих порядків, які не збігаються з діагональними елементами базової КК(m), а ними є ваги КК, які, за правилами побудови КК, завжди є не більшими 1.

Це впливає із загальновідомого методу розрахунку визначника матриці через алгебраїчні доповнення та мінори елементів одного рядка чи стовпця, що детально пояснено у статті [6].

Для кращої ілюстрації ідеї методу зі статті [6] у виразах (6) наведена схема матриць суміжності для КК(3), КК(4) та КК(n), де « \times » — це елементи матриці суміжності базової КК, «*» — ненульові інші елементи матриць суміжності КК вищих порядків, побудовані за методом цієї статті.

$$B^{(3)} = \begin{bmatrix} * & 0 & 0 \\ 0 & \times & \times \\ 0 & \times & \times \end{bmatrix}; \quad B^{(4)} = \begin{bmatrix} * & 0 & 0 & 0 \\ 0 & * & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \times & \times \\ 0 & 0 & \times & \times \end{bmatrix}; \quad B^{(n)} = \begin{bmatrix} * & 0 & \dots & \dots & 0 & 0 \\ 0 & * & \dots & \dots & 0 & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & * & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \dots & 0 & \times & \times \\ 0 & 0 & \dots & 0 & \times & \times \end{bmatrix}. \quad (6)$$

Ідея розв'язання задачі

Як зазначено вище, когнітивні карти, яким відповідають матриці суміжності (6), мають надто вироджену структуру, що суттєво звужує їх використання на практиці. Ідея нового методу, який пропонується, полягає в тому, що КК(n) повинна проєктуватись таким чином, щоби виконувались такі правила:

1) усі елементи базової КК є елементами КК вищих порядків, тобто матриця суміжності для цих КК вищого порядку будується «навколо» матриці суміжності базової КК таким чином, щоб усі діагональні елементи базової КК були частиною діагональних елементів КК вищих порядків;

2) елементи матриці суміжності КК(n) «навколо» базової КК вище або нижче головної діагоналі повинні дорівнювати 0, тобто мати вигляд трикутної матриці (якщо б базова КК теж була трикутною), або зводиться до неї шляхом транспонування та переставляння стовпців та рядків.

Пропонуємо такі матриці суміжності, де усі елементи, окрім елементів із базової КК, є трикутними, називати «псевдотрикутними». Аналогічно, називати і їх класичні підвиди: «псевдоверхньотрикутна» та «псевдонижньотрикутна».

Очевидно, перше правило збігається з першим правилом методу зі статті [6]. А ось друге правило дозволяє проєктувати значно зв'язаніші КК.

У (7) наведено приклади матриць суміжності КК(5), які задовольняють цим двом правилам:

$$C^{(5)} = \begin{bmatrix} * & * & * & * & * \\ 0 & * & * & * & * \\ 0 & 0 & * & * & * \\ 0 & 0 & 0 & \times & \times \\ 0 & 0 & 0 & \times & \times \end{bmatrix}; \quad D^{(5)} = \begin{bmatrix} * & 0 & 0 & 0 & 0 \\ * & * & * & * & * \\ * & 0 & * & * & * \\ * & 0 & 0 & \times & \times \\ * & 0 & 0 & \times & \times \end{bmatrix}; \quad F^{(5)} = \begin{bmatrix} * & 0 & 0 & 0 & 0 \\ * & * & 0 & 0 & 0 \\ * & * & * & 0 & 0 \\ * & * & * & \times & \times \\ * & * & * & \times & \times \end{bmatrix}. \quad (7)$$

Матриця $C^{(5)}$ є псевдоверхньотрикутною, матриця $F^{(5)}$ — псевдонижньотрикутною, а матриця $D^{(5)}$ зводиться до псевдоверхньотрикутної шляхом транспонування та переставляння місцями першого стовпця і першого рядка.

Більш формалізовано пропонуємо записувати, до прикладу, матрицю суміжності $C^{(5)}$, у такому вигляді за аналогією з (2):

$$C^{(5)} = \begin{bmatrix} c_{11}^{(5)} & c_{12}^{(5)} & c_{13}^{(5)} & c_{14}^{(5)} & c_{15}^{(5)} \\ 0 & c_{22}^{(5)} & c_{23}^{(5)} & c_{24}^{(5)} & c_{25}^{(5)} \\ 0 & 0 & c_{33}^{(5)} & c_{34}^{(5)} & c_{35}^{(5)} \\ 0 & 0 & 0 & a_{11}^{(2)} & a_{12}^{(2)} \\ 0 & 0 & 0 & a_{21}^{(2)} & c_{22}^{(2)} \end{bmatrix}. \quad (8)$$

На рис. 1 показано КК, яка відповідає цій матриці суміжності $C^{(5)}$. На цьому рисунку вершини базової КК позначені як A1, A2, а вершини складнішої КК, які додаються до них, відповідно, C1, C2, C3. Доведемо стійкість на прикладі матриці $C^{(5)}$. Для цього підставимо $C^{(5)}$ у вираз (4):

$$\det \begin{pmatrix} c_{11}^{(5)} - \lambda & c_{12}^{(5)} & c_{13}^{(5)} & c_{14}^{(5)} & c_{15}^{(5)} \\ 0 & c_{22}^{(5)} - \lambda & c_{23}^{(5)} & c_{24}^{(5)} & c_{25}^{(5)} \\ 0 & 0 & c_{33}^{(5)} - \lambda & c_{34}^{(5)} & c_{35}^{(5)} \\ 0 & 0 & 0 & a_{11}^{(2)} - \lambda & a_{12}^{(2)} \\ 0 & 0 & 0 & a_{21}^{(2)} & c_{22}^{(2)} - \lambda \end{pmatrix} = 0. \quad (9)$$

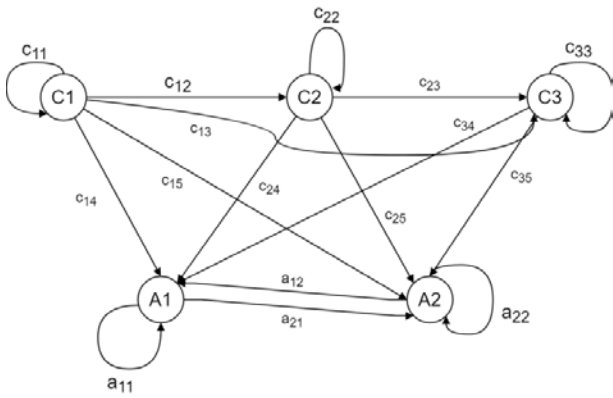


Рис. 1. Приклад КК(5) з матрицею суміжності $C^{(5)}$ із (7)

Стійкість КК з матрицею суміжності (8), як і інших матриць зі схеми (7), нескладно довести з використанням правила обчислення визначника матриці як суму алгебраїчних доповнень будь-якого стовпця чи рядка [10]

$$\Delta^{(5)} = \det(C^{(5)} - \lambda \cdot E) = \sum_{j=1}^5 c_{ij}^{(5)} \cdot (-1)^{i+j} \cdot M_{ij}^{(5)}, \quad (10)$$

де $M_{ij}^{(5)}$ — мінор елемента $c_{ij}^{(5)}$.

Для обчислення цього визначника варто вибрати перший стовпець, де є найбільша кількість нульових значень. У ньому є лише один ненульовий елемент: $c_{11}^{(5)} - \lambda$. Отже, весь визначник

буде дорівнювати алгебраїчному доповненню цього елемента, помноженому на його значення. А мінором для його алгебраїчного доповнення є визначник матриці, утвореної видаленням з матриці $C^{(5)}$ 1-го рядка і 1-го стовпця, тобто – тих, які містять елемент $(c_{11}^{(5)} - \lambda)$

$$\begin{pmatrix} c_{22}^{(5)} - \lambda & c_{23}^{(5)} & c_{24}^{(5)} & c_{25}^{(5)} \\ 0 & c_{33}^{(5)} - \lambda & c_{34}^{(5)} & c_{35}^{(5)} \\ 0 & 0 & a_{11}^{(2)} - \lambda & a_{12}^{(2)} \\ 0 & 0 & a_{21}^{(2)} & a_{22}^{(2)} - \lambda \end{pmatrix}.$$

У свою чергу, визначник цієї матриці за правилом (10) варто знов обчислювати по її першому стовпцю, тобто він є добутком елемента $(c_{22}^{(5)} - \lambda)$ на його мінор. І так — до матриці (2), стійкість якої доведена і є вхідною умовою, а отже, за теоремою Вієта [10], її визначник можна представити як поліном з її власних чисел

$$\det(A^{(2)} - \lambda \cdot E) = (\lambda - \lambda_1^{(2)})(\lambda - \lambda_2^{(2)}), \quad (11)$$

де $\lambda_i^{(2)}$, $i = 1, 2$ — власні числа матриці суміжності КК(2).

Якщо рекурентно записати визначник (10) через алгебраїчні доповнення, з урахуванням викладеного вище та виразу (11), тоді легко показати, що умова (4) запишеться у вигляді

$$\Delta^{(5)} = (c_{11}^{(5)} - \lambda)(c_{22}^{(5)} - \lambda)(c_{33}^{(5)} - \lambda)(\lambda - \lambda_1^{(2)})(\lambda - \lambda_2^{(2)}) = 0, \quad (12)$$

отже, власні числа дорівнюють

$$\lambda_1^{(5)} = -c_{11}^{(5)}; \lambda_2^{(5)} = -c_{22}^{(5)}; \lambda_3^{(5)} = -c_{33}^{(5)}; \lambda_4^{(5)} = \lambda_1^{(2)}; \lambda_5^{(5)} = \lambda_2^{(2)}. \quad (13)$$

А оскільки, значення усіх ваг КК(5), як і власні числа матриці суміжності базової КК(2), не перевищують 1, то це означає, що умова (3) виконується.

Нескладно показати, що і для КК з матрицями суміжності (7), і для КК(n), утвореними в аналогічний спосіб, на кожному етапі обчислення визначника для рівняння (4) для порядку $k = 3, 4, \dots, n$ можна знайти стовпець чи рядок, де усі елементи будуть нульовими, окрім діагонального, а остан-

ною операцією буде знаходження мінора, який збігатиметься з визначником матриці суміжності базової $KK(m)$, для якого стійкість відома, а отже, його можна записати у вигляді (10). А отже, вираз (12) для n -го випадку набуде виразу

$$\Delta^{(n)} = (c_{11}^{(n)} - \lambda)(c_{22}^{(n)} - \lambda) \dots (c_{n-m, n-m}^{(n)} - \lambda)(\lambda - \lambda_1^{(m)}) \dots (\lambda - \lambda_m^{(m)}) = 0, \quad (14)$$

а власні числа дорівнюватимуть, за аналогією з (12)

$$\lambda_1^{(n)} = -c_{11}^{(n)}; \lambda_2^{(n)} = -c_{22}^{(n)}; \dots; \lambda_3^{(n-m)} = -c_{n-m, n-m}^{(n)}; \lambda_{n-m+1}^{(n)} = \lambda_1^{(m)}; \dots; \lambda_n^{(n)} = \lambda_m^{(m)}. \quad (15)$$

А оскільки, значення усіх ваг $KK(n)$, як і власні числа матриці суміжності базової $KK(m)$, не перевищують 1, то це означає, що умова (3) виконується завжди.

Розглянемо приклад, який покаже працездатність запропонованого методу та його практичну значущість.

Приклад побудови когнітивної карти та когнітивного моделювання

КК з трикутними чи псевдотрикутними матрицями суміжності мають місце, коли описується система з елементів, вплив яких один на інший відбувається послідовно у просторі чи в часі:

1) у випадку послідовно розташованих ділянок річки перша ділянка впливає на другу, третю та ін., друга — на третю, четверту та ін. [7], а вгору по течії такий вплив, як правило, відсутній;

2) у випадку, коли розглядаються вибірки даних, наприклад, за послідовні інтервали часу (хвилі поширення коронавірусу в країні [11], роки спостережень у теплу пору року за алергенними рослинами чи спорами грибів у заданому регіоні [12]) — вплив на попередні моменти часу відсутній, але, через певне накопичення наслідків попереднього впливу, має місце вплив по шкалі часу вперед.

Розглянемо приклад для послідовно розташованих ділянок річки вздовж р. Південний Буг в районі м. Вінниця (рис. 2).

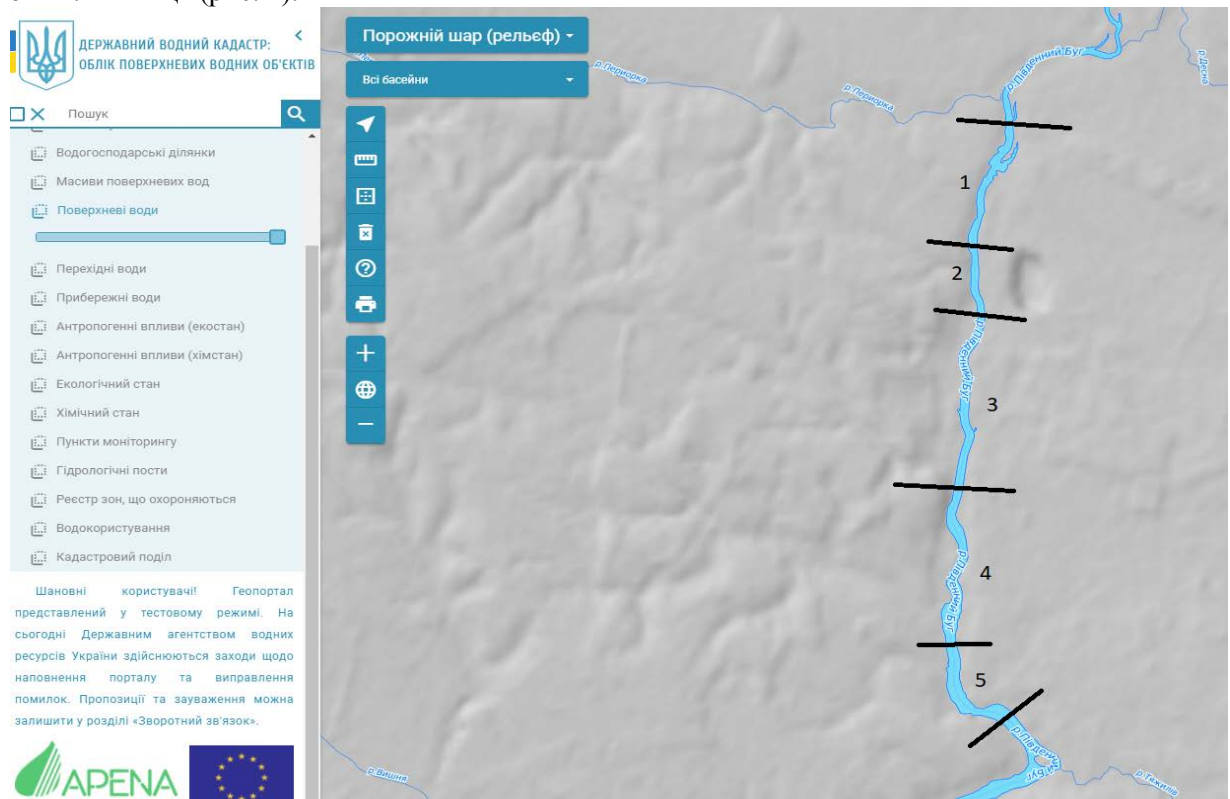


Рис. 2. Схема з п'яти послідовно розташованих ділянок вздовж річки Південний Буг в районі м. Вінниця (на карті Державного водного кадастру України: <http://geoportals.davr.gov.ua:81/>)

Одним з головних цільових (Y) показників якості води є концентрація розчиненого у ній кисню. Як тільки вона зменшується нижче певної межі, з води зникає будь-яке життя. Ця нижня гранична межа є різною, в залежності від потреб: рибогосподарських, промислових, як джерело питного водопостачання. Останнім часом, визначається ще й інтегральне поняття «екологічний стан» ма-

сиву вод. Але, завжди, концентрація розчиненого у ній кисню є одним з ключових показників. За умов щільної прибережної забудови та використання річки як місце скидання до неї стічних і зворотних вод, передусім з водоканалів (вище м. Вінниця здовж р. Південний Буг розташовані водоканали міст Хмельницький, Хмільник, Калинівка) важливо контролювати перевищення концентрації органічних речовин, одним з показників наявності яких є величина біохімічного споживання кисню (БСК, англ. — BOD).

Розглянемо гіпотетичний випадок когнітивної карти, яка пов’язує BOD на усіх п’яти ділянках (X1, X2, X3, X4, X5) та концентрацію розчиненого у воді кисню на 5-й ділянці — Y (або Y5) (рис. 3). Як базову когнітивну карту візьмемо систему зв’язків у межах 5-ї ділянки річки, тобто X5—Y.

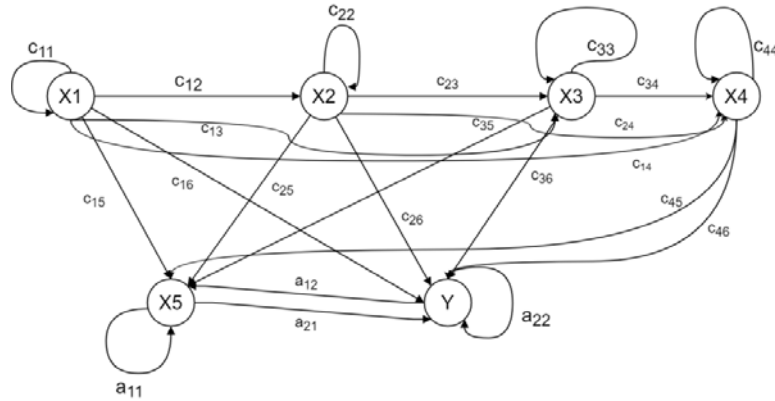


Рис. 3. КК(5) з матрицею суміжності $C^{(5)}$ для гіпотетичного прикладу з когнітивного моделювання впливу концентрації органічних речовин на 5-ти послідовно розташованих ділянках річки (X1...X5) на концентрацію розчиненого кисню у воді п’ятої (замикальної) ділянки (Y) (MB, наведено тут ту саму КК, що і на рис. 2, але замінено A2 на Y, A1 — на X5)

	BOD_X1	BOD_X2	BOD_X3	BOD_X4	BOD_X5	O2_Y
BOD_X1	0.9	0.80	0.6	0.30	0.20	-0.02
BOD_X2	0.0	0.95	0.7	0.50	0.30	-0.05
BOD_X3	0.0	0.00	0.8	0.80	0.50	-0.08
BOD_X4	0.0	0.00	0.0	0.95	0.60	-0.09
BOD_X5	0.0	0.00	0.0	0.00	0.95	-0.10
O2_Y	0.0	0.00	0.0	0.00	-0.04	0.90

Рис. 4. Приклад матриці суміжності типу $C^{(6)}$ для когнітивного моделювання впливу концентрації органічних речовин (BOD) на п’яти послідовно розташованих ділянках річки (X1...X5) на концентрацію розчиненого кисню (O₂) у воді п’ятої (замикальної) ділянки (Y)

```
[105]: # Stable test of the basic CM
cm_basic_stability = stable_cm_check(cm_basic)

Eigenvalues:
[0.99300735 0.85699265]
Maximum eigenvalue is: 0.9930073525436772
Cognitive map is stable

+ Code + Markdown

[106]: # Stable test of the main CM
cm_stability = stable_cm_check(w_cm.values)

Eigenvalues:
[0.9 0.95 0.8 0.95 0.99300735 0.85699265]
Maximum eigenvalue is: 0.9930073525436772
Cognitive map is stable
```

Рис. 5. Аналіз дослідження на стійкість матриць суміжності базової та основної когнітивних карт з рис. 4 (наведено абсолютні значення власних чисел базової та основної когнітивних карт) [13]

Для автоматизації розрахунків розроблена Python-програма [13] як публічний ноутбук на базі платформи Kaggle. На рис. 4 показана матриця суміжності для цього прикладу. У програмі [13] видно, що найбільшим її власним числом є число 0,993, яке є меншим 1, тобто КК є стійкою.

Дослідження на стійкість показано на рис. 5.

Можна зробити такі висновки:

1. І базова КК, і основна КК є стійкими, оскільки їх найбільші власні числа є меншими за 1.
2. Власні числа основної КК складаються з власних чисел базової КК та діагональних елементів основної КК, з рядків (чи стовпців), які не є частиною рядків (стовпців) з елементами базової КК.
3. Метод довів свою працездатність.

На рис. 5 наведено приклад результатів когнітивного моделювання сценарію, коли на усіх ділянках відбудеться зростання значень на 10 %.

Як впливає з рис. 6, у разі зростання концентрації органічних речовин на ділянках річки на 10 %, їх сумарний негативний вплив перевищить позитивний вплив від зростання концентрації розчиненого у воді кисню на замикальній п’ятій ділянці на 10%. І в результаті, концентрація кисню однаково буде змен-

шуватись, якщо зростання концентрації органічних речовин на тій самій та розташованих вище ділянках річки не припиниться, якщо ваги матриці суміжності (див. рис. 4) задано правильно. Подібний висновок є інтуїтивним, що доводить адекватність моделі.

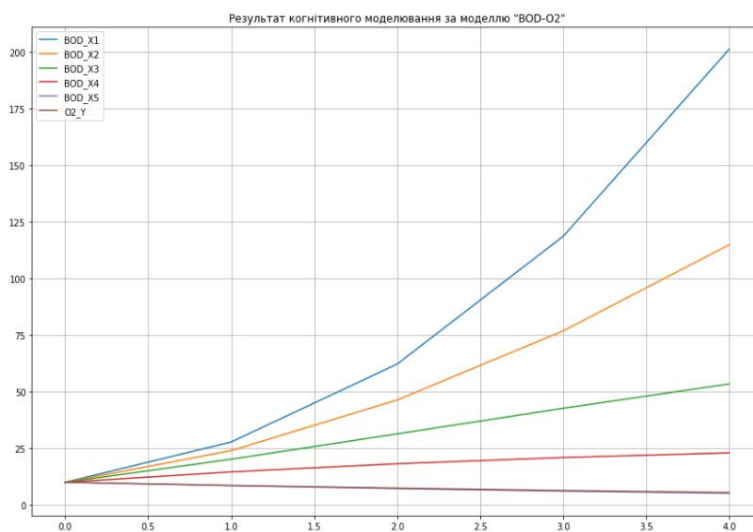


Рис. 6. Результат когнітивного моделювання для прикладу з рис. 2—4

Нескладно перевірити, що зміни окремих значень ваг когнітивної карти на рис. 4, одразу призводять до порушення вимоги щодо стійкості (3). Таким чином, вручну синтезувати стійку КК(6) буде гарантовано помітно довше ніж виконати її синтез по КК(2) в результаті математичних розрахунків. Отже, поставлена мета досягнута.

Висновки

Запропоновано метод синтезу багатозв'язної когнітивної карти складної системи, за використання якого будується стійка КК n -го порядку. Цей метод найкраще працює для КК з трикутними чи псевдотрикутними матрицями суміжності, що описують систему, в якій елемент системи впливає на наступний елемент поступово у просторі або часі. Тобто існує низка задач, для розв'язання яких можна використати запропонований метод. Метод є ефективнішим за аналоги, які ґрунтуються на ітераційних експертних оцінках, оскільки дозволяє практично миттєво синтезувати КК, яка гарантовано буде стійкою. Водночас, метод дозволяє будувати складніші КК ніж аналогічні методи синтезу стійких КК зі спрощеною структурою.

Розглянуто гіпотетичний випадок когнітивної карти, що описує зв'язок зміни кількості BOD на п'яти різних ділянках річки та зміни кількості розчиненого кисню у воді на п'ятій ділянці річки.

Розроблена Python-програма автоматизації розрахунків та візуалізації роботи КК. Доведена стійкість такої когнітивної карти. Проведене когнітивне моделювання зміни концентрації BOD в річці на 10 %. Результати цього моделювання довели адекватність моделі.

СПИСОК ВИКОРИСТАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ

- [1] В. Б. Мокін, О. В. Бурдейна, К. О. Коваль, і А. Р. Ящолт, «Метод проектування когнітивної карти для оптимізації профорієнтаційної діяльності ЗВО», *Вісник Вінницького політехнічного інституту*, № 3, с. 89-99, Черв. 2018.
- [2] В. Д. Романенко, и Ю. Л. Милявский, «Синтез следящей системы управления неустойчивыми импульсными процессами в иерархических когнитивных картах сложных систем», *Теоретичні та прикладні проблеми і методи системного аналізу*, № 4, с. 7-13, 2016. <http://doi.org/10.20535/SRIT.2308-8893.2016.4.01>.
- [3] В. Д. Романенко, и Ю. Л. Милявский, «Обеспечение устойчивости импульсных процессов в когнитивных картах на основе моделей в пространстве состояний», *Теоретичні та прикладні проблеми і методи системного аналізу*, № 1, с. 26-42, 2014.
- [4] Youngseok Choi¹, Habin Lee¹, and Zahir Irani, «Big data-driven fuzzy cognitive map for prioritising IT service procurement in the public sector», *Annals of Operations Research*, vol. 270, pp. 75-104, 2018.
- [5] E. Papageorgiou, and J. Salmeron, «A Review of Fuzzy Cognitive Maps Research During the Last Decade», *IEEE transactions on fuzzy systems*, vol. 21, no. 1, pp. 66-79, 2013.
- [6] В. Б. Мокін, О. В. Бурдейна, і І. В. Варчук, «До питання оптимізації топологічно спостережуваних когнітивних карт зі збереженням їх стійкості», *Вісник Вінницького політехнічного інституту*, № 6, с. 84-92, 2020.
- [7] В. Б. Мокін, І. В. Варчук, і С. М. Крижановський, *Інформаційна технологія аналізу та оптимізації топологічної спостережуваності багатозв'язних геоінформаційних систем*, моногр. Вінниця, Україна: ВНТУ, 2019, 121 с.

- [8] А. З. Гамм, и И. И. Голуб, *Наблюдаемость электроэнергетических систем*. М., Россия: Наука, 1990, 200 с.
- [9] A. N. Montanari, and L. A. Aguirre, «Observability of Network Systems: A Critical Review of Recent Results,» *Journal of Control, Automation and Electrical Systems*, № 31, pp. 1348-1374, 2020. [Electronic resource]. Available: <https://doi.org/10.1007/s40313-020-00633-5>.
- [10] В. В. Булдігін, І. В. Алексеєва, В. О. Гайдей, О. О. Диховичний, Н. Р. Коновалова, і Л. Б. Федорова, *Лінійна алгебра та аналітична геометрія*: навч. посіб. Київ, Україна: ТВіМС, 2011, 224 с.
- [11] В. Б. Мокін, А. В. Лосенко, і А. Р. Яшолт, «Інформаційна технологія аналізу та прогнозування багатохвильової кількості нових випадків захворювань на коронавірус COVID-19 на основі моделі Prophet,» *Вісник Вінницького політехнічного інституту*, № 6, с. 65-75, 2020.
- [12] V. Rodinkova, V. Mokin, T. Vuzh, and M. Dratovanyi, «Spline interpolation as a way of mapping pollen emission sources,» *Aerobiologia*, № 37, pp. 695-706, 2021. <http://doi.org/10.1007/s10453-021-09707-6>.
- [13] V. Mokin, and M. Dratovanyj, *Cognitive modeling – River Model BOD-O₂*. *Kaggle Notebook*, 2021. [Electronic resource]. Available: <https://www.kaggle.com/vbmokin/cognitive-modeling-river-model-bod-o2>.

Рекомендована до друку кафедрою системного аналізу та інформаційних технологій ВНТУ

Стаття надійшла до редакції 16.12.2021

Мокін Віталій Борисович — д-р техн. наук, професор, завідувач кафедри системного аналізу та інформаційних технологій, e-mail: vbmokin@gmail.com ;

Дратований Михайло Володимирович — асистент кафедри системного аналізу та інформаційних технологій, e-mail: mishadratovany@gmail.com ;

Козачко Олексій Миколайович — канд. техн. наук, доцент кафедри системного аналізу та інформаційних технологій, e-mail: lekoz80@gmail.com ;

Жуков Сергій Олександрович — канд. техн. наук, доцент кафедри системного аналізу та інформаційних технологій, e-mail: sazhukov@gmail.com .

Вінницький національний технічний університет, Вінниця

V. B. Mokin¹
M. V. Dratovanyi¹
O. M. Kozachko¹
S. O. Zhukov¹

Method of Synthesis of a Stable Multi-Connected Cognitive Map of a Complex System

¹Vinnitsia National Technical University

In the article the more effective than analogues method of synthesis of a stable multi-connected cognitive map of a complex system on the basis of a basic stable cognitive map of a smaller order is considered. The peculiarity of this method is that the higher-order cognitive map is designed with a pseudo-triangular adjacency matrix, which is more interconnected than the adjacency matrices used in other similar methods. Such a pseudo-triangular contiguity matrix is designed taking into account the following rules: 1) all elements of the basic cognitive map are elements of the higher order cognitive map, i.e. the contiguity matrix for this higher order cognitive map is built "around" the adjacent cognitive maps were part of the diagonal elements of the higher order cognitive map; 2) the elements of the adjacency matrix of the cognitive map "around" the base cognitive map above or below the main diagonal should be 0, i.e. have the form of a triangular matrix (if you ignore the elements of the base cognitive map, so for such a matrix or rearranging columns and rows).

The paper proves that cognitive maps with pseudo-triangular adjacency matrices that satisfy the above rules will be guaranteed to be stable. The proof is made by using the rules of calculating the determinant of the matrix as the sum of algebraic complements of any column or row and taking into account that the weight of cognitive maps does not exceed 1, by definition.

To prove the efficiency of the proposed method of synthesis of a stable multi-connected cognitive map, the example of successively located sections of the river on the example of the Southern Bug near Vinnitsia was considered. In this example, the peaks of the cognitive map are the concentration of biochemical oxygen consumption in each section of the river, which is a characteristic of the concentration of organic matter in water, and the target peak is the concentration of dissolved oxygen in the closing section of the river affected by pollution. To automate calculations, the Python program was developed as a public laptop based on the famous Kaggle platform. Studies and computer experiments have shown the effectiveness and efficiency of the proposed method.

Keywords: cognitive modeling, cognitive map, stability, adjacency matrix, complex system, water quality, synthesis.

Mokin Vitalii B. — Dr. Sc. (Eng.), Professor, Head of the Chair of System Analysis and Information Technology, e-mail: vbmokin@gmail.com ;

Dratovanyi Mykhailo V. — Assistant of the Chair of System Analysis and Information Technologies, e-mail: mishadratovany@gmail.com ;

Kozachko Oleksii M. — Cand. Sc. (Eng.), Associate Professor, Associate Professor of the Chair of System Analysis and Information Technologies, e-mail: lekoz80@gmail.com ;

Zhukov Serhii O. — Cand. Sc. (Eng.), Associate Professor of the Chair of System Analysis and Information Technologies, e-mail: sazhukov@gmail.com

В. Б. Мокин¹
М. В. Дратованый¹
А. Н. Козачко¹
С. А. Жуков¹

Метод синтеза устойчивой многосвязной когнитивной карты сложной системы

¹Винницкий национальный технический университет

Рассмотрен более эффективный, чем аналоги, метод синтеза устойчивой многосвязной когнитивной карты сложной системы на основе базовой устойчивой когнитивной карты меньшего порядка. Особенность этого метода заключается в том, что когнитивная карта высшего порядка проектируется с псевдотреугольной матрицей смежности, которая является более многосвязной по сравнению с матрицами смежности, которые используются в других аналогичных методах. Такая псевдотреугольная матрица смежности проектируется с учетом следующих правил: 1) все элементы базовой когнитивной карты являются элементами когнитивной карты высшего порядка, т.е. когнитивные карты были частью диагональных элементов когнитивной карты высшего порядка; 2) элементы матрицы смежности когнитивной карты «вокруг» базовой когнитивной карты выше или ниже главной диагонали должны быть равны 0, т.е. иметь вид треугольной матрицы (если игнорировать элементы базовой когнитивной карты, поэтому для такой матрицы введено понятие псевдотреугольной) или сводиться к ней путем транспонирования или рокировки столбцов и строк.

Доказано, что удовлетворяющие вышеуказанным правилам когнитивные карты с псевдотреугольными матрицами смежности будут гарантированно устойчивы. Доказательство осуществлено с использованием правил вычисления определителя матрицы как суммы алгебраических дополнений любого столбца или строки и с учетом того, что веса когнитивных карт не превышают 1 по определению.

Для доказательства работоспособности предлагаемого метода синтеза устойчивой многосвязной когнитивной карты рассмотрен пример последовательно расположенных участков реки на примере реки Южный Буг в районе г. Винница. В этом примере вершинами когнитивной карты являются концентрации биохимического потребления кислорода на каждом участке реки, характеризующие концентрации органических веществ в воде, а целевой вершиной карты является концентрация растворенного в воде кислорода в замыкающем участке реки, на которую влияет это загрязнение. Для автоматизации расчетов была разработана Python-программа в качестве публичного ноутбука на базе известной платформы Kaggle. Проведенные исследования и эксперименты показали эффективность и работоспособность предлагаемого метода.

Ключевые слова: когнитивная карта, устойчивость, матрица смежности, сложная система, качество воды, синтез.

Мокин Виталий Борисович — д-р техн. наук, профессор, заведующий кафедрой системного анализа и информационных технологий, e-mail: vbmokin@gmail.com ;

Дратованый Михаил Владимирович — ассистент кафедры системного анализа и информационных технологий, e-mail: mishadratovany@gmail.com ;

Козачко Алексей Николаевич — канд. техн. наук, доцент, доцент кафедры системного анализа и информационных технологий, e-mail: lekoz80@gmail.com ;

Жуков Сергей Александрович — канд. техн. наук, доцент кафедры системного анализа и информационных технологий, e-mail: sazhukov@gmail.com