

УДК 681.3

**С. М. Москвіна, к. т. н., доц.; Д. О. Ковалюк, асп.****МОДЕЛЮВАННЯ ПРОЦЕСУ ВИПАЛЮВАННЯ ЦЕГЛИ**

*Проведено аналіз математичних моделей процесу випалювання. Розроблено математичну модель для визначення оптимального температурного режиму випалювання виробів.*

**Вступ**

В технології виготовлення цегли випалювання є найенергоємнішим процесом, що формує фізико-механічні властивості, та визначає якість і ціну продукції. Порушення технологічного регламенту та відхилення на даному етапі призводять до значних економічних втрат [1], тому оптимізація управління випалюванням має значний науковий і практичний інтерес. Для розв'язання цієї задачі необхідна розробка математичних моделей процесу випалювання як складової частини алгоритму управління.

*Дана стаття присвячена аналізу та розробці математичних моделей випалювання для підвищення ефективності технологічного процесу (ТП) виготовлення цегли.*

**Аналіз існуючих моделей**

Загалом, моделювання процесу випалювання базується на використанні законів збереження енергії, тепло- і масообміну [2]. Проте різноманітність видів печей випалювання, природного матеріалу, виду палива, технології формування та підготовки сирцю зумовила велику кількість моделей випалювання і методик управління. Розглянемо їх детальніше.

Так, в [3] наводиться методика математичного моделювання температурно-часових режимів випалювання цегли. Диференціальне рівняння, що описує температурне поле має вигляд

$$\frac{\partial \theta}{\partial (F_0)} = \Delta^2 \theta, \quad (1)$$

де  $\theta$  — безрозмірна температура;  $\Delta^2$  — оператор Лапласа;  $F_0$  — критерій Фур'є;

Для виділення єдиного розв'язку з множини розв'язків до рівняння (1) додаються граничні умови третього роду (2) і початкові умови (3).

$$\frac{\partial \theta}{\partial N} = Bi(\theta - \theta_f), \quad (2)$$

де  $Bi$  — критерій Біо (безрозмірний коефіцієнт тепловіддачі);  $N$  — нормаль до поверхні зразка;  $\theta_f$  — безрозмірна температура газового потоку.

$$F_0 = 0, \quad \theta = 1. \quad (3)$$

Ці умови можуть бути визначені безпосередньо з експерименту або задані у вигляді закономірностей, отриманих на підставі узагальнення експериментальних даних. Тоді система рівнянь набуває вигляду

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial \theta}{\partial (F_0)} &= \Delta^2 \theta; \\ \frac{\partial \theta}{\partial N} &= Bi(\theta - \theta_f); \\ F_0 &= 0, \quad \theta = 1 \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

і розв'язується за допомогою методу теорії теплопровідності, відомого як теорема про перемножування розв'язків. При цьому безрозмірна температура зразка дорівнює добутку безрозмірних температур трьох нескінченних пластин

$$\theta = \theta_x \theta_y \theta_z, \quad (5)$$

де  $\theta_x, \theta_y, \theta_z$  — безрозмірні температури трьох нескінченних пластин різної товщини, що визначаються таким чином:

$$\theta_x = \frac{t(x, \tau) - t_f}{t^1 - t_f}; \quad \theta_y = \frac{t(y, \tau) - t_f}{t^1 - t_f}; \quad \theta_z = \frac{t(z, \tau) - t_f}{t^1 - t_f}. \quad (6)$$

Значення  $\theta_x, \theta_y, \theta_z$  знаходяться методом поділу змінних (тимчасовий і просторовий), а остаточне рівняння (5) набуває вигляду

$$\theta = F_x(X, Bi_x, F_{0x}) \cdot F_y(Y, Bi_y, F_{0y}) \cdot F_z(Z, Bi_z, F_{0z}). \quad (7)$$

Розв'язок рівняння (7) задовольняє систему рівнянь (4) і визначає температуру в зразку садки в будь-якому місці, у будь-який момент часу.

Серед існуючих моделей особливу увагу слід звернути на моделювання динамічного режиму випалювання. Так в [4] розроблена модель, в якій газовий простір розглядається як зосереджена теплова акумулююча ємність, а керамічні вироби та захисна стіна, як елементи з просторовим розподіленням температури. Враховуючи поступову зміну температури модель описується диференціальними рівняннями в частинних похідних і розв'язується методами варіаційного числення.

Аналогічний підхід використано в [5], проте математична модель випалювання побудована для печі з випромінювальними стінами і використовує зональний метод розрахунку. Для цього вся випромінювальна стіна і поверхня виробів розбиваються на ряд зон. Математична постановка теплової задачі має вигляд:

$$C(T)\rho(T) \frac{\partial T(K, \tau)}{\partial \tau} = \text{div}[\lambda(T) \text{grad} T(K, \tau)], \quad K \in G, \tau \in (0, \tau_\phi); \quad (8)$$

$$T(K, \tau = 0) = T_0(K), \quad K \in (S + G); \quad (9)$$

$$\left. \frac{\partial T}{\partial x} \right|_{x=0} = \left. \frac{\partial T}{\partial y} \right|_{y=0} = \left. \frac{\partial T}{\partial y} \right|_{y=\delta_3} = \left. \frac{\partial T}{\partial z} \right|_{z=0} = \left. \frac{\partial T}{\partial z} \right|_{z=\delta_3} = 0, \quad K \in S, \tau > 0; \quad (10)$$

$$\begin{aligned} -\lambda \left. \frac{\partial T_i}{\partial n} \right|_{K \in \Omega} f_i &= \alpha_i f_i [T_\Gamma(\tau) - T_i(K \in \Omega, \tau)] + \frac{\Phi_k}{10^8} \left[ T_k^4(\tau) - \sum_{i=1}^m b_{ki} T_i^4(K \in \Omega, \tau) \right] + \\ &+ \frac{\Phi_i}{10^8} \left[ T_j^4(K \in \Omega, \tau) - \sum_{\substack{i=1 \\ i \neq j}}^m b_{ij} T_i^4(K \in \Omega, \tau) \right], \quad i, j = 1, 2, \dots, m \end{aligned} \quad (11)$$

$$C_\Gamma(T) M_\Gamma \frac{\partial T_\Gamma(\tau)}{\partial \tau} = \alpha_\Gamma f_k [T_k(\tau) - T_\Gamma(\tau)] + \sum_{u=1}^m \alpha_u f_i [T(K \in \Omega, \tau) - T_\Gamma(\tau)] - a_4 T_\Gamma(\tau) V(\tau); \quad (12)$$

$$\begin{aligned} C_k(T) M_k \frac{\partial T_k(\tau)}{\partial \tau} &= \alpha_\Gamma f_k [T_k(\tau) - T_\Gamma(\tau)] - \frac{\Phi_k}{10^8} \left[ T_k^4(\tau) - \sum_{i=1}^m b_{ki} T_i^4(K \in \Omega, \tau) \right] - \\ &- a_1 [T_k(\tau) - T_{oc}] + a_2 + [a_3 - a_4 T_\Gamma(\tau)] V(\tau); \end{aligned} \quad (13)$$

$$T_k(\tau = 0) = T_{k0}, \quad (14)$$

де  $G$  — область виробів;  $S$  — адіабатна межа області;  $\Omega$  — теплосприймаюча межа області  $n$  — нормаль;  $C, \lambda$  і  $\rho$  — теплоємність, теплопровідність і щільність матеріалу

виробів;  $\alpha$  — коефіцієнт тепловіддачі;  $f$  — площа поверхні теплообміну;  $M$  — маса;  $\Phi_i, b_{ij}$  — оптико-геометричні коефіцієнти системи;  $a_2 = a_{\text{екз}}$  — тепловий потік від додаткових екзотермічних реакцій;  $a_3 = Q_{\text{н}}^{\text{р}} + N_{\text{э}} + q_{\text{Т}} + q_{\text{в}}$ ;  $N_{\text{э}}$  — потужність електронагрівачів;  $Q_{\text{н}}^{\text{р}}$ ,  $q_{\text{Т}}$ ,  $q_{\text{в}}$  — теплота, що виділяється при згоранні палива, і фізична теплота, що вноситься паливом і повітрям за одиницю часу;  $a_4$  — теплота, що вноситься з димовими газами;  $V(\tau)$  — безрозмірна функція керівного впливу енергії, що виділяється в комірці;  $i, j$  — номери розрахункових зон;  $m$  — кількість зон;  $k$  — кладка стіни печі;  $n$  — число шарів стіни печі;  $r$  — газове середовище передачі;  $o$  — початковий стан;  $oc$  — навколишнє середовище.

Дана модель дозволяє розраховувати функцію керівного впливу  $V(\tau)$ . Система рівнянь (8)–(14) була чисельно розв'язана з використанням тривимірних масивів температур за методом предиктор — коректор.

В [6] розв'язується задача оптимізації випалювання керамічних виробів на основі використання змін фізико-хімічних властивостей речовин, що відбуваються у даному процесі. Розроблено математичну модель, яка враховує явища випаровування вологи, вигорання органічних домішок, руйнування кристалічної решітки та інші, пов'язані з тепло- і масообміном та їх взаємозв'язок.

Як видно з наведеного огляду, існуючі математичні моделі випалювання використовуються для розв'язання лише окремих, часткових задач: розрахунку якості виробів або мінімізації часу випалювання для збільшення продуктивності печей. Ще одним напрямком є розробка моделей, спрямованих на підтримання безпеки та надійності процесу. Слід зазначити, що наведені моделі не дозволяють здійснювати оптимальне управління випалюванням, оскільки враховують лише якийсь один критерій ефективності. Крім того, невирішеною залишається проблема оптимізації енергоємності ТП, що дозволить зменшити енергетичні затрати виробництва. Отже, для оптимального управління процесом випалювання необхідно розробити такі математичні моделі, які б дозволили крім перерахованих вище задач вирішити проблему оптимізації енергоємності ТП, а також врахували ризик процесу управління.

### Моделювання процесу випалювання

Кінцевим результатом даного ТП є певна марка цегли, яка в підсумку визначає його ефективність та прибуток підприємства в цілому. Марка цегли присвоюється відповідно до значень таких характеристик як міцність, водопоглинання, морозостійкість, які в свою чергу залежать від параметрів температурного режиму випалювання. Зазначимо, що для отримання кращих значень зазначених характеристик цегли необхідно підтримувати вищу температуру в зоні випалювання, і як наслідок витратити більшу кількість енергії. Проте з практики відомо, що навіть при високих температурах випалювання можна не досягнути відповідних теоретично можливих значень властивостей виробів. Це пояснюється умовами формування сирцю на попередніх стадіях підготовки та властивостями сировинної маси. Тому для оптимального використання енергетичних ресурсів необхідно спрогнозувати максимально можливі характеристики виробів залежно від початкових умов (як визначальна далі розглядається лише міцність виробів).

Крім того, як зазначено в [7], на процес випалювання впливають різні збурення, зокрема властивості напівфабрикатів (відносна надлишкова вологість, хімічний склад, геометрична конструкція садки, ступінь подрібнення шихти), що зумовлюють необхідність коригування температурного поля печі. Тому, незважаючи на те, що кожна піч має розраховане в проектній організації температурне поле, через нестабільність шихти та зміну режимів роботи попередніх стадій виробництва, необхідно постійно розв'язувати задачу пошуку оптимального режиму випалювання. Зауважимо, що при дії вказаних збурень, характер кривої температурного режиму може змінюватися не тільки в температурному, але й в часовому вимірах, тому у розрахунку оптимальної кривої необхідно крім вказаних факторів також враховувати інтервали проштовхування вагонеток.

Вищесказане дозволяє зробити висновок, що оптимальне управління процесом випа-

лювання полягає в знаходженні таких значень керівних впливів, які дозволяють отримати максимально можливу марку цегли при мінімальному використанні енергетичних ресурсів. Для знаходження даних значень, на нашу думку, необхідно визначити умови, за яких вони досягаються, тобто розв'язати такі задачі:

- спрогнозувати максимально можливу якість виробів в залежності від початкових умов, що передують процесу випалювання;
- використовуючи отримане значення міцності скоригувати форму кривої температурного режиму печі;
- визначити значення параметрів управління для підтримання даної кривої.

Слід зазначити, що процес випалювання характеризується великою кількістю параметрів, неможливістю оперативного контролю властивостей цегли, значними тривалістю та інерційністю, порушеннями, що можуть призвести до значних матеріальних збитків. Тому для розв'язання першої задачі — прогнозування міцності виробів доцільно застосувати логіко-імовірнісні моделі [8], які враховують ризик об'єкта. В якості факторів ЛІ-моделі були використані: ступінь переробки сировини, відносна залишкова вологість сирцю після сушіння, кар'ерна вологість та пластичність суглинків, вологість відходів флотації, вміст тонкодисперсних фракцій, процентне співвідношення суглинків та кількості домішок. Виходячи з логіко-імовірнісної теорії ризику, за результуючу подію структурної моделі ризику типу «вузол» прийнято міцність виробів  $M$ , кількість вихідних значень якої відповідає кількості марок цегли. Точність моделі підвищено за рахунок навчання та оптимізації її логічної структури.

Розв'язання другої задачі — коригування кривої випалювання передбачає знаходження температур на кожній позиції зони випалювання відповідно до умов формування та властивостей сирцю. В цьому випадку математична модель має вигляд

$$\begin{aligned} & (M_{\text{пр}} - f((T_{\text{пв}}, \dots, T_{\text{кв}}) \cdot \Delta t_{\text{пр}}, K_{\text{пер}}, W, K_{\text{Al}_2\text{O}_3}, T_{\text{сир}})) \rightarrow \min; \\ & T_{i \min} \leq T_i \leq T_{i \max}; \\ & \Delta t_{\text{пр} \min} \leq \Delta t_{\text{пр}} \leq \Delta t_{\text{пр} \max}, \end{aligned} \quad (15)$$

де  $M_{\text{пр}}$  — прогнозоване значення міцності,  $f(\cdot)$  — регресійна залежність міцності виробів від температурного режиму та умов формування,  $T_{\text{пв}}, \dots, T_{\text{кв}}$  — температура позицій зони випалювання,  $K_{\text{пер}}$  — коефіцієнт переробки сировини,  $W$  — значення вологості сировини після сушіння,  $T_{\text{сир}}$  — вхідна температура сирцю,  $K_{\text{Al}_2\text{O}_3}$  — показник вмісту оксиду алюмінію в сирці.

Як видно з наведеної моделі, цільова функція мінімізує енерговитрати за рахунок визначення очікуваної міцності виробів. Оскільки можливість прямого впливу на температурне поле є тільки в зоні випалювання, то в регресійну модель міцності включено тільки температури даної зони  $T_{\text{пв}}, \dots, T_{\text{кв}}$ . Обмеження в моделі (15) пояснюються таким чином. Обмеження на температуру накладаються в зв'язку з тим, що перевищення верхньої межі ( $T_{i \max}$ ) спричинить перепал або оплавлення виробів, і навпаки при  $T_i \leq T_{i \min}$  — температура буде недостатньою, що викличе недопал цегли. Варіювання ритму проштовхування необхідне для отримання виробами певної кількості тепла, тому обмеження на  $\Delta t_{\text{пр}}$  має двосторонню границю. Відмітимо, що інтервал проштовхування, повинен бути сталим для підтримання визначеної продуктивності печі, а також тому, що його зміна призведе до порушення випалювання виробів, які знаходяться на сусідніх позиціях печі та часу перебування вагонеток на цих позиціях.

Для розв'язку задачі оптимізації (15) необхідно визначити функцію  $f(\cdot)$ . Для дослідження її вигляду вибрано лінійну модель, яка в разі неадекватності буде замінена поліномом вищого порядку. В цьому випадку вибіркова лінійна багатофакторна модель міцності виробів має вигляд

$$y = b_0 + b_1x_1 + \dots + b_px_p + e, \quad (16)$$

де  $y$  – міцність виробів;  $x_1, x_2, \dots, x_p$  – фактори, що впливають на форму кривої;  $b_0, b_1, \dots, b_p$  – оцінки невідомих параметрів узагальненої моделі;  $e$  – випадкова величина (помилка).

Для перевірки факторів на мультиколінеарність необхідно побудувати симетричну матрицю коефіцієнтів парної кореляції  $R$ , елементи якої  $r_{x_i x_j}$  – коефіцієнти парної кореляції між  $i$ -м та  $j$ -м факторами;  $r_{y x_j}$  – коефіцієнти кореляції між залежною змінною  $y$  та  $j$ -м фактором.

Оскільки на процес випалювання впливають збурюючі фактори, то при визначенні функції  $f(\cdot)$  ставиться задача фільтрації випадкових збурень та виявлення загальних закономірних зв'язків між параметрами на фоні випадкових відхилень. Для цього використано метод найменших квадратів, що мінімізує суму квадратів відхилень

$$F(b_0, b_1, \dots, b_n) = \min \sum_{i=1}^n e_i^2 = \sum_{i=1}^n (y_i - b_0 - b_1x_1 - \dots - b_px_p)^2. \quad (17)$$

Для спрощення і прискорення регресійного аналізу експериментальні дані представляються у матричному вигляді. Враховуючи правила виконання операції над матрицями, вектор-стовпець шуканих параметрів регресії знаходиться як

$$b = (X'X)^{-1} X'y, \quad (18)$$

де  $X$  – матриця змінних  $x_1, x_2, \dots, x_p$  розмірності  $n \times (p+1)$ ;  $y$  – вектор-стовпець результатів спостережень  $y_1, \dots, y_n$ .

Після знаходження коефіцієнтів рівняння регресії перевіряється ступінь відповідності даних, отриманих з регресійної моделі  $\{y_i, i = \overline{1, n}\}$ , фактичним даним, за допомогою множинного коефіцієнту кореляції.

$$R = \frac{\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})(\hat{y}_i - \bar{\hat{y}})}{\sqrt{\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2 \sum_{i=1}^n (\hat{y}_i - \bar{\hat{y}})^2}}, \quad (19)$$

де  $R$  – множинний коефіцієнт кореляції;  $\hat{y}_i$  – значення регресії за даними  $i$ -го спостереження;  $\bar{y}$  – середнє значення результатів, що спостерігалися;  $y_i$  – реальне значення  $i$ -го спостереження.

Для перевірки адекватності багатофакторної регресійної моделі використовується  $F$ -критерій Фішера, згідно з яким висувається нуль гіпотеза

$$H_0 : \beta_1 = \beta_2 = \dots = \beta_p = 0$$

проти альтернативної гіпотези  $H_1$  – хоча б одне значення  $\beta_i$  відмінне від нуля. Для перевірки  $H_0$ -гіпотези розраховується  $F$ -статистика Фішера

$$F = \frac{R^2/(k-1)}{(1-R^2)/(n-k)}, \quad (20)$$

згідно якої порівнюються значення  $F, F_{кр}$  та робиться висновок про адекватність моделі.

## Висновки

1. Наведено аналіз існуючих моделей випалювання, який доводить обмеженість їх застосування через розв'язування окремих, часткових задач з управління даним процесом.

2. Запропоновано алгоритм розрахунку параметрів управління, який, на відміну від існуючих, включає прогнозування властивостей виробів, що дозволяє оптимізувати використання енергетичних ресурсів.

3. Розроблено математичну модель коригування кривої випалювання, що основана на використанні регресійної функції міцності виробів.

### СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Москвіна С. М., Ковалюк Д. О. Проблеми оптимізації управління технологічним процесом виготовлення цегли // Вісник ХНУ. — 2005. — № 5. — С. 121—125.
2. Лисенко В. Г., Волков В. В., Гончаров А. Л. Математическое моделирование теплообмена в печах и агрегатах. — К.: Наукова думка, 1984. — 232 с.
3. Шлегель И. Ф. Скоростной обжиг кирпича — миф или реальность? // Строительные материалы. — 2004. — № 4, — С. 23—26.
4. Голінко І. М., Остапенко Ю. О. Моделювання динамічного режиму підзони випалювання // Автоматизація виробничих процесів. — 1999. — № 1/2. — С. 40—44.
5. Карауш С. А., Боберь Е. Г., Чижик Ю. И. Расчет температурных полей в обжигаемых керамических изделиях // Стекло и керамика. — 1996. — № 6. — С. 20—22.
6. Оптимизация процесса обжига керамических изделий / Б. А. Лишанский, Б. Ф. Блудов, А. В. Лазуренко и др. // Изв. вузов. Сер. Строительство. — 1995. — № 4. — С. 54—59.
7. Жученко А. І., Ярощук І. В. Оптимальне керування процесом випалювання керамічної цегли // Автоматизація виробничих процесів. — 2002. — № 2(15). — С. 45—50.
8. Соложенцев Е. Д. Особенности логико-вероятностной теории риска с группами несовместных событий // Автоматика и телемеханика. — 2003. — № 7. — С. 187—203.

Матеріали статті рекомендовані до опублікування оргкомітетом VIII Міжнародної конференції «Контроль і управління в складних системах» (КУСС-2005, 24—27.10.2005 р)

Надійшла до редакції 10.11.05  
Рекомендована до друку 22.11.05

**Москвіна Світлана Михайлівна** — доцент, **Ковалюк Дмитро Олександрович** — аспірант.

Кафедра комп'ютерних систем управління, Вінницький національний технічний університет