

МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ ДЛЯ РОЗРОБКИ СИСТЕМИ АВТОМАТИЧНОГО КЕРУВАННЯ СУШАРКАМИ ШАХТНОГО ТИПУ

¹Вінницький національний технічний університет

Показано, що відомі математичні моделі, побудовані для описання процесів у шахтних сушарках, містять змінні коефіцієнти, які важко ідентифікувати, і класичні фізичні величини, які складно виміряти, вимагають проведення трудомістких експериментальних досліджень, а лінійні моделі сушильного процесу, що базуються на використанні лінійних функцій питомого потоку, нечасто забезпечують відповідність з натурним експериментом. Тому використання цих моделей з метою автоматичного керування тепловологісними режимами роботи шахтної чи колонкової сушарки є досить складним.

Авторами запропонована математична модель, яка відтворює такі режими сушіння в шахті конвективної сушарки: традиційний режим, за якого температура зерна плавно монотонно зростає, а вологість зменшується; режим, який реалізовує практично горизонтальну ділянку на температурній залежності в зоні з постійною швидкістю вологознімання; режими в шахтних сушарках зі щільним рухомим шаром сировини, за яких на температурній кривій нагрівання зерна в зоні максимальної швидкості вологознімання відбуваються температурні коливання, а також режим з «провалом» величини температури і величини вологості внаслідок зупинення подачі теплоти і відволоження насіння. З використанням запропонованої математичної моделі проведено числовий експеримент, побудовані температурні криві, характер яких збігається з результатами експериментальних досліджень. Результати числового експерименту показали, що модель відтворює як теоретично, так і практично можливі режими сушіння. Отже запропонована модель є фізично коректною, гнучкою, має невисоку чутливість до малої варіації параметрів, тобто вона є грубою і водночас математично коректною. Математичну модель можна використовувати для різних зерносушарок, які реалізують спосіб сушіння конвекцією в щільному рухомому шарі. Коефіцієнти моделі є сталими і їх відносно легко визначити, а модельні коефіцієнти можна виміряти з точністю, прийнятною для практичних цілей. Простота математичної моделі і відповідність реальним процесам дають можливість застосування її для завдань автоматичного керування процесами сушіння в шахтних зерносушарках зі щільним рухомим шаром сировини.

Ключові слова: сушіння, шахтні сушарки, математична модель, диференціальні рівняння, автоматичне керування, економічність процесу сушіння.

Вступ

Відомо [1], що процес сушіння належить до нелінійних процесів з розподіленими параметрами, але більшість конструкцій зерносушарок і пристроїв для сушіння насіння мають системи автоматизації, які орієнтовані на скалярне керування лінійними процесами. Зазвичай, основними керувальними впливами на процеси сушіння зернових культур в щільному рухомому шарі, який найчастіше реалізований в шахтних та колонкових сушарках, є швидкість руху зернового шару і температура вхідного сушильного агента.

Такі протиріччя між самою сушаркою, як об'єктом з розподіленими параметрами, і системою керування цим об'єктом, яка базується на моделях із зосередженими параметрами, не дають змоги оптимізувати процеси сушіння в таких сушарках і повністю автоматизувати їх.

Найкраще динаміку процесів сушіння зернових описуватиме система диференціальних рівнянь у частинних похідних, але практичне застосування таких систем є складною задачею, через труднощі визначення динаміки зміни теплофізичних параметрів як сушильного агента, так і сировини,

а ці параметри, разом з основними змінними, входять у такі диференціальні рівняння під знаком диференціального оператора.

Саме тому є необхідність розроблення таких операційних моделей, які б дозволяли вирішувати такі практичні завдання як автоматичне керування тепловологісним процесом, вибір режимних параметрів та визначення як статичних, так і динамічних характеристик процесу сушіння.

Математичні моделі, побудовані для різних зерносушарок, які сушать конвективним способом у щільному рухомому шарі, можна поділити на два класи. Перший — напівемпіричні й емпіричні, вони мають вузьку сферу застосування і для своєї побудови вимагають проведення досить трудомістких експериментальних досліджень. Другий клас — це суто теоретичні моделі, що містять як змінні коефіцієнти, а їх важко ідентифікувати, так і класичні фізичні величини, які складно виміряти. Через це постає задача розроблення імітаційно-аналітичних моделей, які б дозволили з достатньою для практичних задач точністю описати динаміку сушіння зернових в щільному рухомому шарі, зокрема таких найраціональніших видів зміни температури зерна в зоні максимальної швидкості вологознімання як осцилюючий і квазіізотермічний, та забезпечили допустимі граничні значення температури сушильного агента [2].

Аналіз відомих моделей, побудованих для опису процесів в шахтних сушарках [2]—[4], показав, що більшість з них базується на лінійних співвідношеннях між параметрами процесу сушіння, причому змінні величини, використані в цих співвідношеннях, є недоступними або малодоступними для вимірювання. До прикладу, такі величини як парціальний тиск водяної пари в сушильному агенті та різниця між ним і тиском насиченої водяної пари з різною температурою сушильного агента і вологістю поверхневого шару зернини. Але часто самі автори вказують, що такі лінійні моделі сушильного процесу, які базуються на використанні лінійних функцій питомого потоку вологи, нечасто забезпечують відповідність з натурним експериментом, а отже, використання цих моделей з метою автоматичного керування тепловологісними режимами роботи шахтної чи колонкової сушарки є досить складним.

В більшості зерносушарок конвективного типу, які реалізують безперервний принцип дії, наприклад колонкові, шахтні, жалюзійні, модульні тощо, термодинамічна природа загальна, тому стаціонарні режими можна описати єдиною математичною моделлю [3]. В цій моделі можна абстрагуватися від постійних конструктивних параметрів, які не входять в поняття тепловологісних режимів сушіння. Такими параметрами є товщина шару сирого зерна, який продувається сушильним агентом, початковий стан зерна, швидкість продування зернового шару сушильним агентом та тривалість перебування в зоні сушіння.

Опис математичної моделі. Отримання диференціальних залежностей

Внаслідок аналізу балансових рівнянь взаємопов'язаного тепловологообміну між шаром зерна і сушильним агентом авторами побудовано нелінійну математичну модель, яка має відмінну особливість — відсутність тих змінних, які або важко виміряти, наприклад, парціальний тиск водяної пари в шахті в процесі сушіння, або які швидко змінюються за висотою сушильної камери (шахти), чи з часом, наприклад, вологовміст сушильного агента.

Під час розробки математичної моделі автори припустили, що можна розробити таку математичну модель процесів конвективного сушіння зерна в щільному рухомому шарі, яка б мала вже існуючі переваги моделей обох вищевказаних класів, і водночас могла б вирівняти їхні недоліки. Така математична модель не може бути строго аналітичною, вона повинна містити модельні коефіцієнти, які мають імітаційну направленість, а їх, на відміну від класичних теплофізичних параметрів та фізичних коефіцієнтів, можна вважати постійними.

За основу запропонованої математичної моделі взята нелінійна модель теплообмінних процесів в зерні, на підставі якої отримана математична модель процесу сушіння зернових в щільному рухомому шарі. За керувальний вплив під час створення моделі взята температура сушильного агента на вході в сушильну камеру, а як регульовані параметри використані вологість і температура зерна на виході з сушильного бункера або шахти. Початкова вологість зерна і його початкова температура є збуреннями. Тоді, рівняння динаміки процесу сушіння за умови щільного рухомого шару зерна мають вигляд

$$\frac{\partial \omega}{\partial t} + v \frac{\partial \omega}{\partial x} = -j_{\omega} \theta[(t - \tau), (x - v\tau)] \omega(t, x); \quad (1)$$

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} + v \frac{\partial \theta}{\partial x} = \frac{r}{c} \left(\frac{\partial \omega}{\partial t} + v \frac{\partial \omega}{\partial x} \right) + \alpha \left[1 - j_{\alpha} \left(\frac{\partial \omega}{\partial t} + v \frac{\partial \omega}{\partial x} \right) \right] (T_0 - \theta(t, x)) \quad (2)$$

за таких граничних і початкових умов відповідно:

$$\omega(t, 0) = \omega(t); \quad \theta(t, 0) = \theta(t); \quad \omega(0, x) = \omega(x); \quad \theta(0, x) = \theta(x),$$

де $\omega(t, x) = \omega_3(t, x) - \omega_{\infty}$; $T(t, x) = \theta_{ca} - T_0$; $\theta(t, x) = \theta_3(t, x) - \theta_0$ — середні поточні значення вологості, температури сушильного агента та температури зерна відповідно; j_{ω} — коефіцієнт внутрішнього тепловологообміну; j_{α} — еквівалентний коефіцієнт теплообміну між агентом сушіння і зерном; τ — час активації вологовиділення; α — коефіцієнт, який характеризує функціональну залежність інтенсивності теплообміну між сушильним агентом і зерном від швидкості випаровування вологи; c — питома теплоємність зерна; r — питома теплота випаровування води; v — швидкість переміщення зерна; x — просторова координата (поточна по висоті сушильної камери); t — часова координата.

Коефіцієнти j_{ω} , j_{α} залежать від типу сушарки, і для кожного виду зерна їх можна визначити експериментально.

Систему рівнянь (1), (2) можна переписати таким чином:

$$\frac{\partial \omega}{\partial t} + v \frac{\partial \omega}{\partial x} = -j_{\omega} \theta[(t - \tau), (x - v\tau)] \omega(t, x); \quad (3)$$

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} + v \frac{\partial \theta}{\partial x} = -j_{\omega} \frac{r}{c} [\theta((t - \tau), (x - v\tau))] [\omega(t, x)] + \alpha [1 - j_{\alpha} (j_{\omega} \theta(t - \tau), (x - (x - v\tau)) \omega(t, x))] (T_0 - \theta(t, x)), \quad (4)$$

Для стаціонарного режиму сушіння параметри зернового шару будуть залежати тільки від одного аргументу — координати x , тобто в будь-якій фіксованій точці по висоті камери ці параметри можна вважати константами.

В стаціонарному режимі, коли вхідні параметри сушильного агента і зерна є константами, можна прийняти похідні основних змінних стану за часом рівними нулю. Тоді система рівнянь (3), (4) переписеться так:

$$v \frac{\partial \omega}{\partial x} = -j_{\omega} \theta(x - v\tau) \omega(x); \quad (5)$$

$$v \frac{\partial \theta}{\partial x} = -j_{\omega} \frac{r}{c} [\theta(x - v\tau) \cdot \omega(x)] + \alpha [1 - j_{\alpha} (j_{\omega} \theta(x - v\tau) \omega(x))] (T_0 - \theta(x)). \quad (6)$$

Додатково припустимо, що швидкість зерна є сталою і замінимо аргументи змінних у рівняннях (5) і (6), які у випадку усталеного режиму пов'язані співвідношенням $x = vt$, отримаємо систему диференціальних рівнянь для усталеного режиму сушіння

$$\frac{\partial \omega}{\partial t} = -j_{\omega} \theta(t - \tau) \omega(t); \quad (7)$$

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = b \frac{\partial \omega}{\partial t} + \alpha \left[1 - j_{\alpha} \frac{\partial \omega}{\partial t} \right] (T_0 - \theta(x)). \quad (8)$$

Таку систему рівнянь для стаціонарного режиму можна вважати рівняннями руху елементарного об'єму зерна в синхронній системі координат. Під час сушіння зерна такий елементарний об'єм можна вважати усередненою одиничною насінною або одиничним зерном.

Під час виконання числового експерименту за запропонованою математичною моделлю (7), (8) частину теплофізичних параметрів і початкові дані $b = r/c$ та w_0 , θ_0 , T_0 для спрощення вважали сталими. Основні змінні параметри або модельні коефіцієнти визначаються характером і особливостями як зовнішнього, так і внутрішнього тепломасообміну між сушильним агентом і зерновим шаром. Залишкову частку математичної моделі імітували такою підсистемою:

$$\begin{aligned} \dot{y}_0 &= -J(\tau) y_0 + J(\tau) y_1; \\ \dot{y}_1 &= -J(\tau) y_1 + J(\tau) y_2; \\ \dot{y}_2 &= -J(\tau) y_2 + J(\tau) y_3; \\ \dot{y}_3 &= -J(\tau) y_3 + J(\tau) y_4, \end{aligned} \quad (9)$$

і нею в загальній системі заміняли рівняння, які б містили залишковий аргумент

$$J = 1,5; y_0(\tau) = \theta(t); y_5(t - \tau) = \theta(t - \tau). \quad (10)$$

Доповнюючи цю систему основними рівняннями, які описують динаміку варіації основних змінних стану процесу, отримали операційну модель

$$\dot{y}_4 = -j_\omega \cdot y_0 \cdot y_4; \quad (11)$$

$$\dot{y}_5 = 1,12\dot{y}_4 + \alpha(1 - j_\alpha \dot{y}_4)(50 - y_5), \quad (12)$$

яка дозволяє вивчати стаціонарні режими за конвективного сушіння зернової сировини в щільному рухомому шарі, причому рівняння (11) описує закон зміни в процесі сушіння вологості зерна, а рівняння (12) — закон зміни температури зерна в процесі сушіння.

Результати числового експерименту

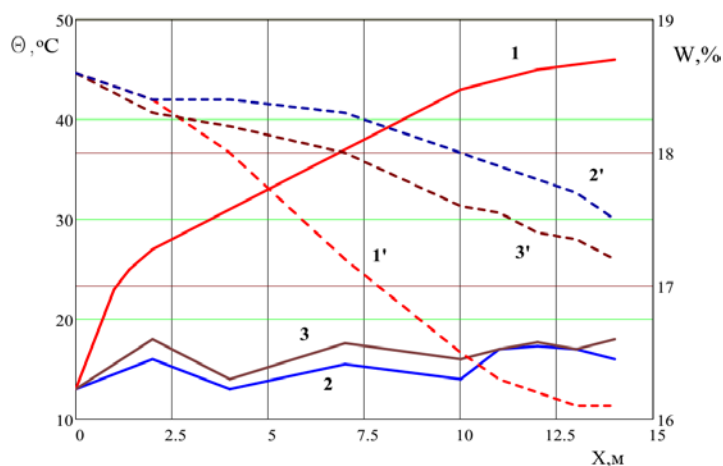


Рис. 1. Залежність температури зерна θ і вологості зерна W від висоти камери x в шахтній сушарці з «коливальним» характером температурної кривої

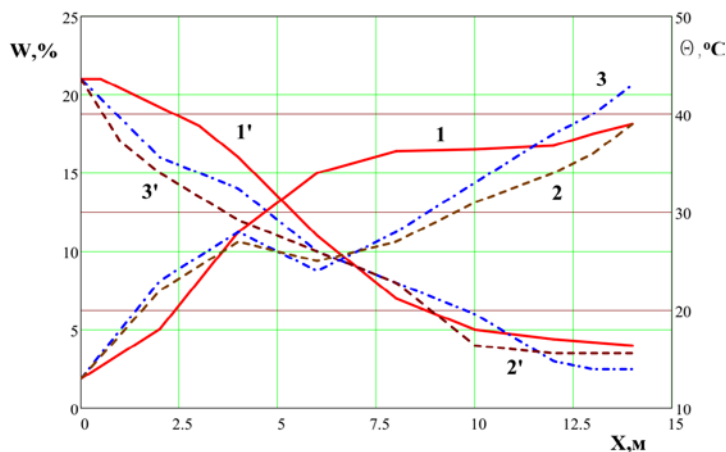


Рис. 2. Залежність температури зерна θ і вологості зерна W від висоти камери x в шахтній сушарці з «провалом» температурної кривої

$j_\alpha = 0,90$. Для імітаційного моделювання та здійснення числових експериментів крок цих параметрів дорівнював 0,02; 0,05; 0,10 відповідно. В цій математичній моделі коефіцієнти і теплообміну, і масообміну є варіативними величинами

$$\alpha(W, \Theta) = I(W, \Theta, j_\alpha, \alpha, j_\omega, \tau) = \alpha \left(J(W, \Theta, j_\omega, \tau) j_\alpha \frac{d\omega}{dt} \right); \quad (13)$$

Результати числового експерименту, які отримані з використанням запропонованої математичної моделі показані на рис. 1 та рис. 2. Залежності зі штрихованими позначеннями відносяться до кривих зміни вологості.

Для визначених співвідношень між швидкістю теплоносія (сушильного агента), його температурою та теплофізичними параметрами зерна, разом із традиційним режимом, за якого температура зерна плавно монотонно зростає, а вологість зменшується (рис. 1, 2, залежності 1–1'), в шахтних сушарках зі щільним рухомим шаром сировини досліджувалися режими, за яких на температурній кривій нагрівання зерна в зоні максимальної швидкості вологознімання відбуваються температурні коливання (рис. 1, криві 2–2', 3–3') або «провал» і величини температури і величини вологості внаслідок зупинення подачі теплоти і відволоження насіння (рис. 2, залежності 2–2', 3–3').

Зрозуміло, що кожен із запропонованих режимів має різні показники за критеріями ефективності процесу сушіння зерна, і що існують якісь оптимальні режими, які відповідають тим чи іншим вибраним критеріям.

Як вихідні дані для математичного моделювання з урахуванням нормування лінійних розмірів шахти сушарки взяті такі параметри: $y_4 = 20$; $y_5 = 0$; $T_0 = 50$; $\nu = 0,7$. Середній рівень змінних параметрів вибраний таким: $j_\omega = 0,06$; $\alpha = 0,40$;

$$\beta(W, \Theta, j_{\omega}, \tau) = j_{\omega} \Theta \omega. \quad (14)$$

Характер кривих числового експерименту збігається з результатами експериментальних досліджень [5].

Питання дослідження запропонованої математичної моделі пов'язане також зі знаходженням оптимальних режимів процесу сушіння для спрощення автоматичного керування роботою сушильного комплексу: вимоги мінімуму витрати палива на одиницю висушеного зерна; мінімуму витрат енергії на одиницю випаруваної вологи, швидкість сушіння з урахуванням обмежень як на температуру сушильного агента, так і на температуру зерна, а у випадку сушіння насінневої сировини — обов'язкове врахування обмежень на максимальне вологознімання за один прохід.

Висновки

Запропонована математична модель, яка відтворює такі можливі режими сушіння в шахті конвективної сушарки:

- режим з плавним монотонним зростанням температури зерна;
- режим, який реалізує практично горизонтальну ділянку на температурній залежності в зоні з постійною швидкістю вологознімання;
- режим з «провалом» температурної кривої матеріалу в зоні максимальної швидкості вологознімання;
- коливальний хід температурної залежності матеріалу в зоні постійної швидкості вологознімання.

Математична модель з повною якісною і достатньою кількісною точністю описує сушильний процес, має широку область застосування, її можна використовувати для різних зерносушарок, які б реалізували спосіб сушіння конвекцією в щільному рухомому шарі. Коефіцієнти моделі є сталими і їх відносно легко визначити, а модельні коефіцієнти можна виміряти з точністю, прийнятною для практичних цілей.

Результати числового експерименту показали, що математична модель відтворює як теоретично, так і практично можливі режими сушіння, тобто є фізично коректною і гнучкою, а також дозволяє визначити оптимальні і раціональні параметри процесу. Операційна модель має невисоку чутливість до малої варіації параметрів, тобто вона є грубою і водночас математично коректною. Простота математичної моделі і її відповідність реальним процесам дають можливість застосування для досить широкого класу завдань автоматичного керування процесами сушіння в шахтних зерносушарках зі щільним рухомим шаром сировини.

СПИСОК ВИКОРИСТАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ

- [1] Р. В. Захарченко, «Автоматизована система керування процесом сушіння зернових культур.» дис. канд. техн. наук., Центральноукр. нац. техн. ун-т, Кропивницький, 2019.
- [2] K. A. Jimoh, et al., "Recent Advances in the Drying Process of Grains," *Food Engineering Reviews*, January. 2023. <https://doi.org/10.1007/s12393-023-09333-7>.
- [3] R. Myhan, et al., "Mathematical Model of the Grain Drying Process," *Processes*, no. 10, 2022. <https://doi.org/10.3390/pr10122749>.
- [4] B. Hayvas, et al., "On methods of mathematical modeling of drying dispersed materials," *Mathematical modeling and computing*, vol. 4, no. 2, pp. 139-147, 2017. <https://doi.org/10.23939/mmc2017.02.139>.
- [5] В. М. Пазюк, «Сучасні підходи до вирішення проблеми підвищення енергоефективності сушіння насінневого зерна,» *Відновлювана енергетика*, № 4, с. 90-99, 2021.
- [6] Л. К. Овсянникова, «Особливості технології післязбиральної обробки дрібнонасінневих культур,» *Зернові продукти і комбікорми*, № 17, с. 11-20, 2017.

Рекомендована кафедрою теплоенергетики ВНТУ

Стаття надійшла до редакції 8.08. 2023

Співак Олександр Юрійович — канд. техн. наук, доцент, доцент кафедри теплоенергетики, e-mail: spivak000@gmail.com ;

Резидент Наталія Володимирівна — канд. техн. наук, доцент, доцент кафедри теплоенергетики, e-mail: rezidentnv1@ukr.net

O. Yu. Spivak¹
N. V. Rezydent¹

Mathematical Model for the Development of Automatic Control Systems of Column-Type Dryers

¹Vinnitsia National Technical University

It is shown that known mathematical models, constructed for the description of the processes in column-type dryers, contain variable coefficients that are difficult to identify and classical physical quantities that are difficult to measure, require time-consuming experimental studies, and linear models of the drying process, which are based on the use of linear functions of the specific flow rarely ensure compliance with a full-scale experiment, therefore the use of these models for the purpose of automatic control of the heat-humidity modes of operation of column dryer is quite difficult.

The authors proposed a mathematical model that reproduces the following modes of drying in the column of a convective dryer: the traditional mode in which the temperature of the grain increases smoothly and monotonically, and the humidity decreases; a mode that implements almost horizontal section on the temperature dependence in the zone with a constant rate of moisture removal; modes in column dryers with a dense moving layer of raw materials, in which temperature fluctuations occur on the grain heating temperature curve in the zone of the maximum rate of moisture removal, as well as a mode with a "fall" in temperature and humidity due to the cessation of heat supply and seed dehumidification. Numerical experiment was conducted, using the suggested mathematical model, temperature curves were constructed their character coincides with the results of experimental studies. The results of the numerical experiment showed that the model reproduces both theoretically and practically possible drying modes, therefore it is physically correct, flexible, has a low sensitivity to a small variation of parameters, that is, it is rough and at the same time mathematically correct. The mathematical model can be used for various grain dryers that implement the convection drying method in a dense moving layer. The model coefficients are constant and relatively easy to determine, and the model coefficients can be measured with an accuracy acceptable for practical purposes. The simplicity of the mathematical model and its correspondence to real processes make it possible to use it for tasks of automatic control of drying processes in column-type grain dryers with a dense moving layer of raw materials.

Keywords: drying, column dryers, mathematical model, differential equations, automatic control, efficiency of the drying process.

Spivak Oleksandr Yu. — Cand. Sc. (Eng.), Associate Professor, Associate Professor of the Chair of Thermal Power Engineering, e-mail: spivak000@gmail.com ;

Rezydent Nataliia V. — Cand. Sc. (Eng.), Associate Professor, Associate Professor of the Chair of Thermal Power Engineering, e-mail: rezidentnv1@ukr.net