

Ю. Ю. Іванов¹
Б. О. Боднарєнко¹
Є. О. Звездецький¹
Ю. С. Здітовецький¹

ОЦІНЮВАННЯ СКЛАДНОСТІ ДЕКОДУВАННЯ ЗГОРТКОВИХ ТУРБО-КОДІВ ТА БЛОКОВИХ КОДІВ ТУРБО-ДОБУТКІВ

¹Вінницький національний технічний університет

У період стрімкого розвитку сучасних цифрових технологій, враховуючи збільшення дальності зв'язку та обсяги інформації, забезпечення надійного передавання даних є невід'ємною вимогою до комунікаційних систем різного функціонального призначення (космічні комунікації, цифрове телебачення, програмовані радіосистеми, оптичні комунікації, цифрові сховища даних тощо). У цьому контексті виділяються турбо-коди, які є потужним класом завадостійких кодів з унікальною структурою кодека, здатним ефективно працювати на високих швидкостях та майже повністю використовувати ємність каналів зв'язку. Але ефективне використання турбо-кодів пов'язане зі значними обчислювальними витратами на етапі декодування, який створює значне навантаження на систему, особливо у онлайн-режимі роботи та у випадку обмежень з боку обчислювальної платформи. Розуміння впливу параметрів турбо-кодів на обчислювальну складність їхнього декодування дозволяє забезпечити баланс між надійністю коригування помилок та ефективністю використання обчислювальних ресурсів за різних комунікаційних сценаріїв. Саме тому, у статті детально проаналізовано обчислювальну складність процесу декодування цих кодів. Основними алгоритмами декодування вибрано ітеративні обмінні ймовірнісні алгоритми Берру–Глав'є–Цітімаджіми, Вітербі–Хагенауєра та розширеного спискового декодування Піндайя–Чейза.

У роботі отримано узагальнені аналітичні вирази складності декодування залежно від низки параметрів згорткового та блокового компонентних кодів у випадку реалізації турбо-кодів у змішаному режимі з використанням цифрового сигнального процесора, результати дослідження подано у графічному вигляді. Стаття має практичне значення для інженерів та проєктувальників систем передавання цифрових даних, оскільки допомагає ефективніше аналізувати та синтезувати турбо-коди залежно від висунутих вимог.

Ключові слова: передавання даних, завадостійкий код, згортковий турбо-код, блоковий турбо-добуток, декодування, оцінювання складності.

Вступ

На сучасному етапі розвитку теорії завадостійкого кодування серед інших виділяється турбо-код, який забезпечує необхідні характеристики завадостійкості для різних систем передавання даних [1]. Згорткові турбо-коди ефективно працюють у каналах з високим рівнем шумової компоненти. Для їхнього декодування використовують алгоритми на основі максимуму апостеріорної ймовірності в ітеративному варіанті Берру–Глав'є–Цітімаджіми (МАІБГЦ) та Вітербі–Хагенауєра з м'яким виходом (ВХМВ). Аналогічно зі згортковими турбо-кодами розроблено блокові коди турбо-добутки, які ефективніші у роботі з невеликими кодовими блоками на дуже високих кодових швидкостях в умовах низької і середньої шумових складових. Для їхнього декодування використовують алгоритм розширеного спискового декодування Піндайя–Чейза (РСДПЧ), який виконує спеціальний перебір кодових слів та аналізує їхні метрики. Теоретична основа, математичний апарат та структура декодерів згорткових турбо-кодів викладені у роботах [2]–[7], а блокових турбо-добутків — у працях [8]–[11].

Варто зазначити, що зазвичай декодер коду є найскладнішим в обчислювальному плані компонентом кодека та системи в цілому, що задає актуальну науково-практичну задачу оцінювання та

порівняння складності декодування даних. Подібний аналіз для турбо-кодів наведений у наукових роботах [12]—[14]. У праці [12] проведено дослідження складності декодування багатовимірних згорткових турбо-кодів з пам'яттю кодера $m = 8$. Дослідження двовимірних згорткових турбо-кодів з використанням цифрових сигнальних процесорів (ЦСП) описано у статті [13]. У науковій праці [14] проаналізовано складність декодування блокових кодів турбо-добутків з використанням компонентних кодів Хеммінга та чотирьох операцій — додавання, множення, порівняння та виключного АБО. Слід зазначити, що у цих дослідженнях враховані не всі елементарні операції, які виникають в процесі роботи декодерів, а також введені специфічні умови та спрощення процесів обчислення.

Метою роботи є дослідження обчислювальної складності декодування турбо-кодів за рахунок комплексного урахування всіх елементарних математичних операцій (ЕМО), які виконує декодер, що дозволить отримати аналітичні вирази та виконати порівняльний аналіз складності декодування даних залежно від:

1) кількості комірок пам'яті m рекурсивного систематичного згорткового коду і загальної кількості символів h з виходу кодера для згорткового турбо-коду;

2) кількостей стрічок r та стовпчиків c кодової структури, ненадійних бітів t та складності декодування Q компонентного коду для блокового турбо-добутку.

Виконання такої задачі дозволить ефективніше аналізувати та синтезувати розглянуті коди на практиці у ході проектування комп'ютерних систем різного функціонального призначення.

Результати дослідження

На практиці турбо-кодек реалізують з використанням змішаного режиму передавання даних на ЦСП. Виберемо базовим ЦСП високопродуктивний 32-розрядний процесор ADSP-21065L сімейства ADSP-21000 з рухомою крапкою, який здійснює команди за цикл, підтримує високу тактову частоту та за допомогою арифметико-логічного пристрою виконує низку таких операцій: додавання (ADD), віднімання (SUB), множення (MULT), примітив ділення $1/a$ (RECIPS), порівняння (COMP), визначення мінімального (MIN), максимального (MAX) й абсолютного (ABS) значень, виключне АБО (XOR) тощо [15]. Операція ділення записується як $b \cdot (1/a)$, експоненціювання та логарифмування виконуються за допомогою розкладу функцій $\exp(\cdot)$ та $\ln(\cdot)$ в ряд на інтервалах $(-\infty, +\infty)$ та $(0, +\infty)$ відповідно.

У табл. 1—3 наведено кількості ЕМО для декодування бінарного символу на ЦСП у виразах для обчислення транзитної γ , прямої α та зворотної β метрик, метрики шляху M , різниці Δ між «вцілілим» та «конкуруючим» шляхами, нормалізованих метрик α_n , β_n , M_n , апостеріорних Ψ та зовнішніх Ψ_{ext} значень, жорстких рішень з виходу декодера d , векторів помилок e , кодових слів з помилками q , лінійних метрик l , оновлених значень w після горизонтального або вертикального декодування даних [5].

Таблиця 1

Оцінювання складності алгоритму декодування ВХМВ

Операції (ЕМО)	γ	M	M_n	Δ	Ψ	Ψ_{ext}	d
ADD	$2^{m+1}h$	2^{m+1}	—	—	—	—	—
SUB	—	—	2^m	1	—	2	—
MULT	$2^{m+1}(h+3)$	—	—	—	1	1	1
RECIPS	—	—	—	—	—	—	1
MIN	—	—	—	—	$5m+4$	—	—
MAX	—	2^m	2^m-1	—	—	—	—
ABS	—	—	—	—	—	—	1

Таблиця 2

Оцінювання складності алгоритму декодування МАІБГЦ

Операції (ЕМО)	γ	α	β	α_n	β_n	Ψ	Ψ_{ext}	d
ADD	$2^{m+1}h + 11 \cdot 2^{m+1}$	2^m	2^m	2^m-1	2^m-1	$2^{m+1}+21$	—	—
SUB	—	—	—	—	—	12	2	—
MULT	$2^{m+1}h + 123 \cdot 2^{m+1}$	2^{m+1}	2^{m+1}	2^m	2^m	$2^{m+2}+311$	1	1
RECIPS	$10 \cdot 2^{m+1}$	—	—	2^m	2^m	13	—	1
ABS	—	—	—	—	—	—	—	1

Оцінювання складності алгоритму декодування РСДПЧ

Операції (ЕМО)	e	q	l	l_{\min}	Ψ	Ψ_{ext}	w	d
ADD	—	\underline{r}	$2^i(r-1)$	—	—	—	r	r
SUB	—	—	—	—	—	r	—	—
MULT	—	$2 \cdot r$	$2^i r$	—	$[2r, 3r]$	—	r	$2r$
RECIPS	—	$2 \cdot r$	—	—	r	—	—	$2r$
MIN	—	—	—	$2^i - 1$	$[0, r \cdot (2^i - 2)]$	—	—	—
ABS	—	r	—	—	r	—	—	r
COMP	—	—	—	—	$r(2^i - 1)$	—	—	—
XOR	$t(2^i - 1)$	$t \cdot 2^i$	—	—	—	—	—	—

Додавши операції, можна отримати загальні кількості ЕМО, які необхідно виконати на ЦСП для декодування одного бінарного символу за один цикл турбо-декодування (2 ітерації). Для згорткового турбо-коду відповідно до табл. 1 та 2 маємо

$$f_1(m, h) = 2^{m+3} \cdot h + 153 \cdot 2^{m+2} + 722; \quad (1)$$

$$f_2(m, h) = 2^{m+3} \cdot h + 11 \cdot 2^{m+1} + 10 \cdot m + 22. \quad (2)$$

На рис. 1 показані діаграми кількостей ЕМО, встановленими за формулами (1) та (2) для комірок пам'яті $m \in [2, 9]$ та символів з виходу кодера $h \in [2, 5]$. Отже, складність реалізації алгоритмів декодування згорткових турбо-кодів зі збільшенням пам'яті кодера зростає у вигляді степеневої функції, а зі зміною h на ± 1 значення функції змінюється на $\pm 2^{m+3}$. Для спрощення обчислень у алгоритмі МАІБГЦ застосовують модифікації коригувальної функції [4], [5]. Для підвищення ефективності роботи декодерів на основі алгоритму ВХМВ застосовують його двонаправлену версію [6].

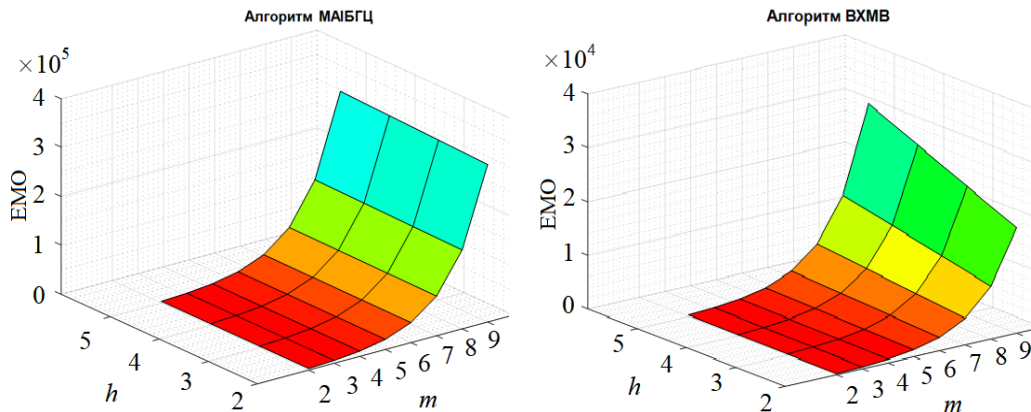


Рис. 1. Загальна кількість ЕМО для згорткових турбо-кодів

Аналогічні дії виконано для блокових кодів турбо-добутків за табл. 3 для квадратної кодової структури, врахувавши, що на «жорстке декодування» кодових слів p витрачається $2^i \cdot O$ операцій. Тоді межі обчислювальної складності декодування бінарного символу будуть визначатися такими виразами:

$$f_{3-}(r, c, t, O) = 2c(18r - t - 1 + 2^i(2t + 3r + O)); \quad (3)$$

$$f_{3+}(r, c, t, O) = 2c(17r - t - 1 + 2^i(2t + 4r + O)). \quad (4)$$

На рис. 2 показано стовпчикову діаграму, яка показує кількості ЕМО за виразами (3) та (4) для компонентних БЧХ-кодів з параметрами (7, 4, 3) та (63, 45, 7), де (n, k, d_{\min}) — загальна кількість символів у кодовому слові, кількість інформаційних символів та мінімальна відстань коду відповідно; складність жорсткого декодування компонентного коду константна $O = 200$ операцій, кількість ненадійних бітів $t \in [1, 7]$.

Враховуючи комбінаторну природу алгоритму, можна помітити, що зі збільшенням значення t

складність декодера починає різко зростати, тому на практиці бажано вибирати $t \in [2,7]$ залежно від розміру кодової комбінації, потужності обчислювальної техніки, вимог до системи. Для спрощення перебору гіпотетичних кодових слів та внесення адаптивності можна застосувати алгоритми Танаки–Какігахари та Канеко [16].

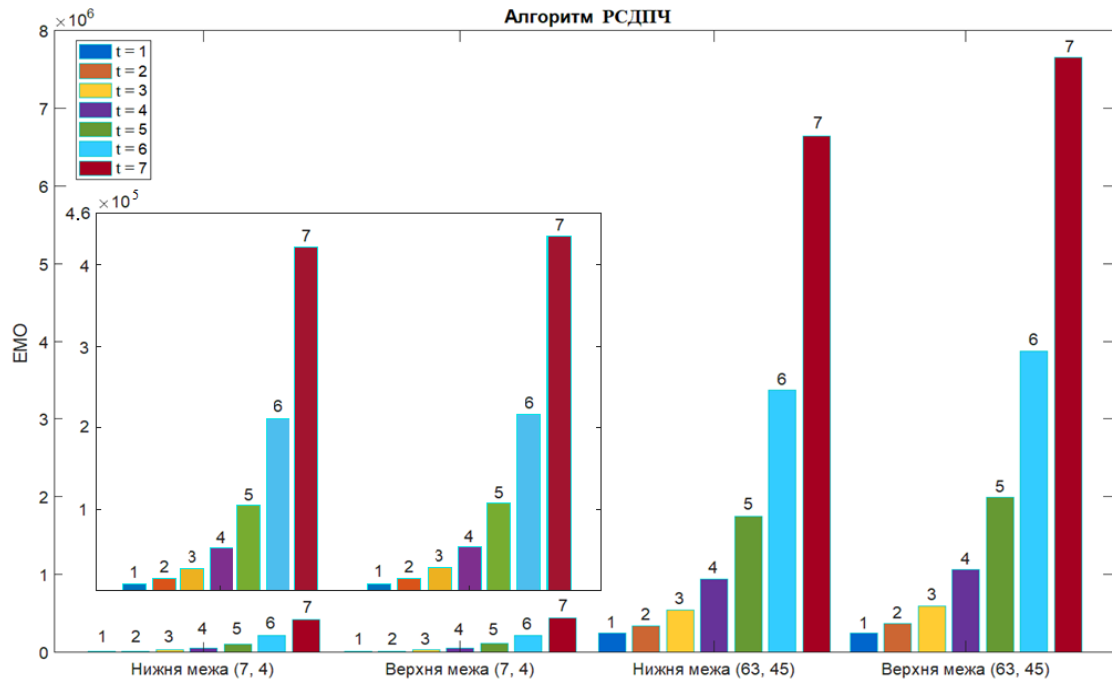


Рис. 2. Загальна кількість ЕМО для блокових кодів турбо-добутків

Висновки

Таким чином, враховуючи складність задачі декодування та реалізації турбо-декодерів, визначені певні особливості, які дозволяють її розв'язання: алгоритм РСДПЧ складніший за МАІБГЦ у 4,94...45,73 разів, за ВХМВ — у 82,27...480,26 разів, а МАІБГЦ — за ВХМВ у 10,50...16,67 разів. Аналітичні вирази для оцінки складності роботи декодера, отримані у цій роботі, можуть бути використані для подальшого аналізу складності турбо-кодів та вибору елементної бази у ході їхньої апаратно-програмної реалізації залежно від вимог, які висувуються до системи передавання цифрових даних.

СПИСОК ВИКОРИСТАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ

- [1] F. L. Morgos, A.-M. Cuc, and C. Grava, "Performance Analysis of Turbo Codes, LDPC Codes, and Polar Codes over an AWGN Channel in the Presence of Inter Symbol Interference," *Sensors*, 19 p., 2023. <https://doi.org/10.3390/s23041942>.
- [2] C. Berrou, A. Glavieux, and P. Thitimajshima, "Near Shannon Limit Error-Correcting Coding and Decoding: Turbo Codes," *Proceedings of the ICC*, pp. 1064-1070, 1993. <https://doi.org/10.1109/ICC.1993.397441>.
- [3] J. Woodard, and L. Hanzo, "Comparative Study of Turbo Decoding Techniques: An Overview," *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, pp. 2208-2233, 2000. <https://doi.org/10.1109/25.901892>.
- [4] Ю. Ю. Іванов, «Експериментальне дослідження завадостійкості турбо-кодів: числові оцінки та імітаційне моделювання нового субоптимального алгоритму PL-log-MAP,» *Вісник Вінницького політехнічного інституту*, № 5, с. 76-84, 2016.
- [5] Ю. Ю. Іванов та ін., «Особливості оцінювання параметрів процесу передавання даних із використанням турбо-кодів,» *Метрологія і прилади*, № 3 (65), с. 25-32, 2017.
- [6] В. О. Bodnarenko, and Yu. Yu. Ivanov, "Convolutional Turbo-codes Decoding Using SOVA Modifications," in *Proceedings of the Science and innovation of modern world, X International Scientific and Practical Conference*, 2023, pp. 144-146.
- [7] Yu.Yu. Ivanov, and V. V. Kovtun, "Crypto Coding System Based on the Turbo Codes with Secret Keys," *ICT Express*, 2023, 6 p., <https://doi.org/10.1016/j.ict.2023.08.007>.
- [8] R. Pyndiah et al., "Near Optimum Decoding of Product Codes," in *IEEE Global Telecommunications Conference GLOBECOM*, 1994, pp. 339-343, <https://doi.org/10.1109/GLOCOM.1994.513494>.
- [9] R. Pyndiah, "Near-Optimum Decoding of Product Codes: Block Turbo Codes," *IEEE Transactions on Communications*, pp. 1003-1010, 1998. <https://doi.org/10.1109/26.705396>.
- [10] A. Al-Dweik, H. Mukhtar, and A. Shami, "Turbo Product Codes: Applications, Challenges, and Future Directions," *IEEE Communications Surveys & Tutorials*, pp. 3052-3068, 2016. <https://doi.org/10.1109/COMST.2016.2587863>.
- [11] Ye. O. Zvuzdetskyi, and Yu. Yu. Ivanov, "List Decoding of Block Turbo-Products-Codes," Scientific research in the modern world, Proceedings of the 8th International Scientific and Practical Conference, 2023, pp. 199-201.

[12] D. J. Costello Jr. et al., "A Comparison of Low Complexity Turbo-like Codes," in *Conference Record of the Thirty-Sixth Asilomar Conference on Signals, Systems and Computers*, 2002., 5 p., <https://doi.org/10.1109/ACSSC.2002.1197142> .

[13] С. В. Зайцев, С. П. Ливенцев, и Б. В. Горлинский, «Оценка сложности реализации алгоритмов декодирования турбо-кодов при декодировании бита информации на цифровых сигнальных процессорах,» *Метрологічне забезпечення системи захисту інформації в Україні*, № 2 (13), с. 183-188, 2006.

[14] S. Yoon, B. Ahn, and J. Heo, "An Advanced Low-Complexity Decoding Algorithm for Turbo Product Codes Based on the Syndrome," *EURASIP Journal on Wireless Communications and Networking*, № 126, 31 p., 2020, <https://doi.org/10.1186/s13638-020-01740-2> .

[15] ADSP-21065L SHARC Processor User's Manual. [Electronic resource]. Available: https://www.analog.com/media/en/dsp-documentation/processor-manuals/37788354774923823818314265L_book_um.pdf . Accessed: 12.11.2023.

[16] M. Lalam et al., "An Improved Iterative Decoding Algorithm for Block Turbo Codes," in *IEEE International Symposium on Information Theory*, 2006, pp. 2403-2407. <https://doi.org/10.1109/ISIT.2006.262019> .

Рекомендована кафедрою автоматизації та інтелектуальних інформаційних технологій ВНТУ

Стаття надійшла до редакції 29.11.2023

Іванов Юрій Юрійович — канд. техн. наук, доцент, доцент кафедри автоматизації та інтелектуальних інформаційних технологій, e-mail: Yura881990@i.ua ;

Боднаренко Богдан Олександрович — аспірант кафедри автоматизації та інтелектуальних інформаційних технологій, e-mail: bodya.bodnarenko@gmail.com ;

Звудецький Єгор Олегович — аспірант кафедри автоматизації та інтелектуальних інформаційних технологій, e-mail: egorzvuzdetskiy@gmail.com ;

Здітовецький Юрій Сергійович — аспірант кафедри автоматизації та інтелектуальних інформаційних технологій, e-mail: yura.zditovetskij@gmail.com .

Вінницький національний технічний університет, Вінниця

Yu. Yu. Ivanov¹
B. O. Bodnarenko¹
Ye. O. Zvuzdetskiy¹
Yu. S. Zditovetskiy¹

Decoding Difficulty Estimation of the Convolutional Turbo-Codes and Turbo-Product Codes

¹Vinnitsia National Technical University

In the period of rapid development of modern digital technologies, taking into account the increase in communication range and information volumes, provision of reliable data transmission is an integral requirement for communication systems of various functional purposes (space communications, digital television, programmable radio systems, optical communications, digital data storage, etc.). In this context, turbo-codes stand out, which represent a powerful class of error correction codes with a unique codec structure, able to work efficiently at high speeds and almost totally use the capacity of communication channels. However, the effective use of turbo-codes is associated with significant computing costs at the decoding stage, which creates a significant load on the system, especially in the working "online"-mode and in case of limitations on the part of the computing platform. Understanding the impact of turbo-code parameters on their decoding computational complexity enables to provide the balance between the error correction reliability and the efficiency of using computing resources in various communication scenarios.

That is why, the article analyzes in detail the computational complexity of the decoding process of these codes. The iterative exchange probabilistic algorithms of Berrou–Glavieux–Thitimajshima, Viterbi-Hagenauer and extended Pyndiah-Chase list decoding were selected as the main decoding algorithms. In this work, generalized analytical expressions of the decoding complexity depending on several parameters of convolutional and block component codes in the case of turbo-code implementation in mixed mode using a digital signal processor are obtained, and corresponding graphical representation of the research results is given. The article is of practical importance for engineers and designers of digital data transmission systems, as it helps to analyze and synthesize more efficiently turbo-codes depending on the set requirements.

Keywords: data transmission, error correction code, convolutional turbo-code, block turbo-product, decoding, complexity estimation.

Ivanov Yurii Yu. — Cand. Sc. (Eng.), Associate Professor, Associate Professor of the Chair of Automation and Intellectual Information Technologies, e-mail: Yura881990@i.ua ;

Bodnarenko Bohdan O. — Post-Graduate Student, of the Chair of Automation and Intellectual Information Technologies, e-mail: bodya.bodnarenko@gmail.com ;

Zvuzdetskiy Yehor O. — Post-Graduate Student, of the Chair of Automation and Intellectual Information Technologies, e-mail: egorzvuzdetskiy@gmail.com ;

Zditovetskiy Yurii S. — Post-Graduate Student, of the Chair of Automation and Intellectual Information Technologies, e-mail: yura.zditovetskij@gmail.com