ІНФОРМАЦІЙНІ ТЕХНОЛОГІЇ ТА КОМП'ЮТЕРНА ТЕХНІКА

https://doi.org/10.31649/1997-9266-2024-174-3-56-65

УДК 004.942:159.953.6.07(045)

Б. І. Мокін[1]
О. Б. Мокін[1]
О. О. Войцеховська[1]
Б. В. Пасєка[1]

ІДЕНТИФІКАЦІЯ ЕКВІВАЛЕНТНОЇ МОДЕЛІ ПРОЦЕСУ ЗАБУВАННЯ ЗНАНЬ В КОЖНІЙ ЗІ «СМУГ ЗАБУВАННЯ»

[1]Вінницький національний технічний університет

Показано, що впродовж достатньо значного відрізку часу групою науковців Вінницького національного технічного університету за програмою роботи науково-дослідної лабораторії «Проблем вищої школи» (НДЛ ПВШ), яку створено спільним наказом ректора ВНТУ, академіка НАПН України Бориса Мокіна та директора Інституту педагогічної освіти і освіти дорослих НАПН України, академіка НАПН України Івана Зязюна, здійснювались дослідження процесів засвоєння студентами закладів вищої освіти (ЗВО) знань, отриманих від викладачів на лекціях і практичних заняттях з певних навчальних дисциплін. Розглянуто добірку наукових публікацій, присвячених моделюванню процесів забування інформації, отриманої студентами на лекціях та практичних заняттях, які опубліковано протягом 2010—2021 років. Показано, що завдяки цим дослідженням відома психологам «крива забування Г. Еббінгауза» спочатку була розширена до «смуг забування», а математична модель процесу забування інформації, запропонована в монографії Л. М. Присняковоі «Системний аналіз поведінки особистості», опублікованій у Дніпропетровську у 2007 році, доповнена синергетичною складовою, трансформованою до кожної з шести «смуг забування». Розроблено метод ідентифікації синтезованих в попередніх роботах авторів еквівалентних математичних моделей верхніх меж «смуг забування» для людей з відмінною, доброю, посередньою, поганою та дуже поганою пам'яттю. Створено Python-програми для реалізації розробленого методу ідентифікації верхніх меж «смуг забування» для людей з відмінною, доброю, посередньою, поганою та дуже поганою пам'яттю. Запропоновано алгоритм віднесення конкретних людей до однієї зі «смуг забування», визначених авторами для людей з відмінною, доброю, посередньою, поганою та дуже поганою пам'яттю.

Ключові слова: крива забування Еббінгауза, смуги забування для людей з відмінною, доброю, посередньою, поганою та дуже поганою пам'яттю, межі смуг забування, еквівалентні математичні моделі меж смуг забування, метод ідентифікації меж.

Вихідні передумови і постановка задачі

Впродовж достатньо значного відрізку часу групою науковців нашого університету за програмою роботи науково-дослідної лабораторії «Проблем вищої школи» (НДЛ ПВШ), створеною спільним наказом ректора ВНТУ, академіка НАПН України Бориса Мокіна та директора Інституту педагогічної освіти і освіти дорослих НАПН України, академіка НАПН України Івана Зязюна, здійснювались дослідження процесів засвоєння студентами закладів вищої освіти (ЗВО) знань, які вони отримували від викладачів на лекціях і практичних заняттях з певних навчальних дисциплін.

Частину результатів цих досліджень, щодо моделювання процесів забування інформації, отриманої студентами на лекціях та практичних заняттях, опубліковано в період 2010—2021 років в роботах [1], [12].

Ці результати, завдяки яким відома психологам «крива забування Г. Еббінгауза» спочатку розширена до «смуг забування», а математична модель процесу забування інформації, запропонована в монографії Л. М. Присняковоі «Системний аналіз поведінки особистості», опублікованій у Дніпропетровську у 2007 році, доповнена синергетичною складовою, трансформована до кожної з шести «смуг забування» і приведена до вигляду

$$x_{1(\%)}(\tau)=\varphi_{(\%)}+\left(100-\varphi_{(\%)}\right)e^{-(\alpha_{11}-\alpha_{12}x_2)\tau}; \tag{1}$$

$$x_{1(\%)}=100\overline{I_1};\quad \overline{I_1}=\frac{I_1}{I_0};\ x_2=\frac{I_2}{I_0};\ \varphi_{(\%)}=100\overline{\varphi};\ \overline{\varphi}=\frac{I_c}{I_0},\ \ \tau=\frac{t}{T}, \tag{2}$$

де I_1 — поточне значення інформації, що залишається в пам'яті студента з плином часу t після отримання її ним у кількості I_0 на лекції; I_c — та частка від початкової інформації I_0, отриманої на лекції, що залишається в пам'яті студента назавжди; T — відрізок часу, за який забувається 2/3 від початкової кількості інформації, тобто, від I_0, який, як випливає з графіка, отриманого ще Г. Еббінгаузом і підтвердженого в подальших дослідженнях психологів, дорівнює 24 години; $\alpha_{12}x_2$ — синергетична складова, в якій x_2 — відносна інформація, що генерується мозком студента самостійно за тематикою, пов'язаною з початковою інформацію у той період часу, в який уже від викладача ця інформація не надходить і відбувається процес її забування, тому ця складова уповільнює цей процес, який для зручності позначено $\lambda(\bullet)$, тобто $\lambda(\bullet)=\alpha_{12}x_2(\bullet)$, а параметр α_{11} характеризує «чисте забування» в момент відносного часу $\tau=1$ за відсутності впливу синергетичної складової, значення якого прийнято рівним одиниці для кривої Г. Еббінгауза, яка породжує «смуги забування», а для самих «смуг забування», значення цього параметра буде відрізнятись від одиниці, будучи більшим за одиницю для «смуг», які мають місце під кривою Г. Еббінгауза, та меншим за одиницю для «смуг», які мають місце над цією кривою, тобто, в загальному вигляді його можна записати, як $\alpha_{11}(\bullet)$, пам'ятаючи однак, що для кожної «смуги забування» цей параметр є константою.

А з урахуванням того, що навчальна дисципліна вивчається впродовж семестру, який триває 18 тижнів, а модель процесу забування ми синтезуємо для того, щоб спрогнозувати скільки інформації у студента залишиться в пам'яті від прослуханої в аудиторії лекції через тиждень до початку наступної лекції, якщо лекція викладається за розкладом лише раз на тиждень, та того, що тиждень є лише одною вісімнадцятою часткою часу, протягом якого в семестрі викладається ця навчальна дисципліна, що дозволяє відрізок часу в тиждень вважати таким, що є околом точки $\tau=0$, а експоненту $e^{\frac{\lambda_0}{1+\tau}\tau}$ в околі точки $\tau=0$ при її розкладі в степеневий ряд записати у вигляді

$$e^{\frac{\lambda_0}{1+\tau}\tau}\approx 1+\lambda_0\tau, \tag{3}$$

математична модель (1), (2) нами була приведена до вигляду

$$x_{1(\%)}(\tau)=\varphi_{(\%)}(\bullet)+\left(100-\varphi_{(\%)}(\bullet)\right)(1+\lambda_0\tau)e^{-\alpha_{11}(\bullet)\tau}, \tag{4}$$

де

$$\begin{cases}\varphi_{(\%)}(\bullet)\in\left[\varphi_{(\%)}(A),\varphi_{(\%)}(B-C),\varphi_{(\%)}(D-E),\varphi_{(\%)}(FX),\varphi_{(\%)}(F)\right],\\ \alpha_{11}(\bullet)\in\left[\alpha_{11}(A),\alpha_{11}(B-C),\alpha_{11}(D-E),\alpha_{11}(FX),\alpha_{11}(F)\right],\\ \lambda(\bullet)\in[\lambda(A),\lambda(B-C),\lambda(D-E),\lambda(FX),\lambda(F)],\end{cases} \tag{5}$$

і зроблено припущення, що ми уже знаємо, до якої «смуги забування» $(\bullet)$ відноситься пам'ять студента, тобто уже знаємо, що він є «відмінником», який отримує оцінки «*A*» за міжнародною шкалою; «хорошистом», який отримує оцінки «*B–C*»; «посередніх здібностей», який отримує оцінки «*D–E*»; «здібностей нижчих посередніх, але здатним шляхом додаткових перескладань іспиту завершити екзаменаційну сесію у складі студентів з посередніми здібностями», який отримує оцінку «*FX*»; або ж він має «здібності настільки нижчі посередніх, що для отримання посередньої оцінки йому потрібно повторно вивчати усю програму навчальної дисципліни», тобто, що він навіть не допускається до першого складання іспиту, маючи за роботу впродовж семестру оцінку «*F*».

Завершено публікацію результатів, отриманих в цьому напрямку досліджень, постановкою задачі оптимальної ідентифікації математичної моделі (4), застосувавши ідеологію, опубліковану у 1968 році в монографії Я. З. Ципкіна «Адаптація та навчання в автоматичних системах», тобто ідеологію, яка зводиться до мінімізації за методом найменших квадратів критерію

$$\Sigma = \sum_{i=1}^{N}\left(x_{(\%)}^{(ei)} - \varphi_{(\%)}(\bullet) - \left(100 - \varphi_{(\%)}(\bullet)\right)\left(1+\lambda_0(\bullet)\tau_i\right)e^{-\alpha_{11}(\bullet)\tau_i}\right)^2, \tag{6}$$

за алгоритмом якого спочатку отримується система рівнянь:

$$\begin{cases} \dfrac{\partial\Sigma}{\partial\varphi_{(\%)}} = \psi_\varphi\left(\varphi_{(\%)}(\bullet), \alpha_{11}(\bullet), \lambda_0(\bullet)\right) = \\ \quad = \sum\limits_{i=1}^{N}\left\{x_{1(\%)}^{(ei)}(\bullet) - \varphi_{(\%)}(\bullet) - \left[100-\varphi_{(\%)}(\bullet)\right]\left(1+\lambda_0(\bullet)\tau_i\right)e^{-\alpha_{11}(\bullet)\tau_i}\right\}\left\{-1+\left(1+\lambda_0(\bullet)\tau_i\right)e^{-\alpha_{11}(\bullet)\tau_i}\right\} = 0, \\ \dfrac{\partial\Sigma}{\partial\alpha_{11}} = \psi_\alpha\left(\varphi_{(\%)}(\bullet), \alpha_{11}(\bullet), \lambda_0(\bullet)\right) = \sum\limits_{i=1}^{N}\left\{x_{1(\%)}^{(ei)}(\bullet) - \varphi_{(\%)}(\bullet) - \left[100-\varphi_{(\%)}(\bullet)\right]\left(1+\lambda_0(\bullet)\tau_i\right)e^{-\alpha_{11}(\bullet)\tau_i}\right\}\times \\ \quad \times\left(\varphi_{(\%)}(\bullet)-100\right)\left(1+\lambda_0(\bullet)\tau_i\right)\tau_i e^{-\alpha_{11}(\bullet)\tau_i} = 0, \\ \dfrac{\partial\Sigma}{\partial\lambda_0} = \psi_\lambda\left(\varphi_{(\%)}(\bullet), \alpha_{11}(\bullet), \lambda_0(\bullet)\right) = \sum\limits_{i=1}^{N}\left\{x_{1(\%)}^{(ei)}(\bullet) - \varphi_{(\%)}(\bullet) - \left[100-\varphi_{(\%)}(\bullet)\right]\left(1+\lambda_0(\bullet)\tau_i\right)e^{-\alpha_{11}(\bullet)\tau_i}\right\}\times \\ \quad \times\left\{100-\varphi_{(\%)}(\bullet)\right\}\tau_i e^{-\alpha_{11}(\bullet)\tau_i} = 0 \end{cases} \tag{7}$$

або

$$\begin{cases} \psi_\varphi\left(\varphi_{(\%)}(\bullet), \alpha_{11}(\bullet), \lambda_0(\bullet)\right) = 0, \\ \psi_\alpha\left(\varphi_{(\%)}(\bullet), \alpha_{11}(\bullet), \lambda_0(\bullet)\right) = 0, \\ \psi_\lambda\left(\varphi_{(\%)}(\bullet), \alpha_{11}(\bullet), \lambda_0(\bullet)\right) = 0, \end{cases} \tag{8}$$

яка розв'язується методом послідовних наближень за ітераційним алгоритмом

$$\begin{cases} \varphi_{(\%)}(n) = \varphi_{(\%)}(n-1) - \gamma(n)\psi_\varphi\left(\varphi_{(\%)}(n-1), \alpha_{11}(n-1), \lambda_0(n-1)\right), & n = 1,2,3,\ldots \\ \alpha_{11}(n) = \alpha_{11}(n-1) - \gamma(n)\psi_\alpha\left(\varphi_{(\%)}(n-1), \alpha_{11}(n-1), \lambda_0(n-1)\right), & n = 1,2,3,\ldots \\ \lambda_0(n) = \lambda_0(n-1) - \gamma(n)\psi_\lambda\left(\varphi_{(\%)}(n-1), \alpha_{11}(n-1), \lambda_0(n-1)\right), & n = 1,2,3,\ldots \end{cases} \tag{9}$$

з початковими умовами

$$\begin{cases} \varphi_{(\%)}(0) = \varphi_0, \\ \alpha_{11}(0) = \alpha_{110}, \\ \lambda_0(0) = \lambda_{00}, \end{cases} \tag{10}$$

які потрібно задавати для кожної «смуги забування».

А зупиняти ітераційний процес і брати як числові значення $\varphi_{(\%)}^*, \alpha_{11}^*, \lambda^*$ параметрів $\varphi_{(\%)}, \alpha_{11}, \lambda_0$ моделі (4) для кожної зі «смуг забування» необхідно ті їхні значення $\varphi_{(\%)}(n), \lambda(n)$, які задовольняють вимогам

$$\begin{cases} \left|\varphi_{(\%)}(n) - \varphi_{(\%)}(n-1)\right| \le \varepsilon_\phi, \\ \left|\alpha_{11}(n) - \alpha_{11}(n-1)\right| \le \varepsilon_\alpha, \\ \left|\lambda(n) - \lambda(n-1)\right| \le \varepsilon_\lambda \end{cases} \tag{11}$$

де ε_φ, ε_α, ε_λ — задані похибки розрахунку.

Саме розв'язання системи рівнянь (7) за алгоритмом (9) з використанням позначень (8) та трансформації результатів розв'язання до структури моделі (4) і розглянуто в цій роботі.

Розв'язання поставленої задачі

Почнемо розв'язувати поставлену задачу з приведення потрібних розрахункових виразів до вигляду, зручного для їхнього використання в комп'ютерній Python-програмі, що реалізовуватиме ітераційний процес (9).

Домовимось, що ідентифікуватимемо лише математичні моделі верхніх меж «смуг забування», оскільки кожна «смуга забування» міститиме точки, що розміщуються між її верхньою межею та верхньою межею «смуги забування», яка розміщується безпосередньо під нею.

Домовимось також, що параметри $\varphi_{(\%)}, \alpha_{11}, \lambda_0$ верхньої межі «смуги забування A» індексуватимемо цифрою 1, «смуги забування B–C» — цифрою 2, «смуги забування D–E» — цифрою 3, «смуги забування FX» — цифрою 4, «смуги забування F» — цифрою 5, завдяки чому замість співвідношень (5) матимемо співвідношення

$$\begin{cases} \varphi_{(\%)}(\bullet) \in [\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3, \varphi_4, \varphi_5], \\ \alpha_{11}(\bullet) \in [\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4, \alpha_5], \\ \lambda_0(\bullet) \in [\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \lambda_4, \lambda_5]; \end{cases} \tag{12}$$

замість виразу (4) матимемо вираз

$$x_{(k)}(\tau) = \varphi_{(k)} + \left(100 - \varphi_{(k)}\right)\left(1 + \lambda_k \tau\right) e^{-\alpha_{(k)}\tau}, \quad k = 1,2,3,4,5; \tag{13}$$

замість функцій $\psi_{\varphi}(\bullet), \psi_{\alpha}(\bullet), \psi_{\lambda}(\bullet)$, що входять до структур виразів (7), (8), матимемо функції

$$\psi_{\varphi(k)}(n) = \sum_{i=0}^{N} \left(x_{(k)i} - \varphi_{(k)}(n) - \left(100 - \varphi_{(k)}(n)\right)\left(1 + \lambda_k(n)\tau_i\right) e^{-\alpha_k(n)\tau_i} \right)\left(-1 + \left(1 + \lambda_k(n)\tau_i\right) e^{-\alpha_k(n)\tau_i} \right), \tag{14}$$

$$k = 1, 2, 3, 4, 5;$$

$$\psi_{\alpha(k)}(n) = \sum_{i=0}^{N} \left\{ x_{(k)i} - \varphi_{(k)}(n) - \left(100 - \varphi_{(k)}(n)\right)\left(1 + \lambda_k(n)\tau_i\right) e^{-\alpha_k(n)\tau_i} \right\}\left(100 - \varphi_{(k)}(n)\right)\left(\left(1 + \lambda_k(n)\tau_i\right)\left(\tau_i\right) e^{-\alpha_k(n)\tau_i} \right), \tag{15}$$

$$k = 1, 2, 3, 4, 5;$$

$$\psi_{\lambda(k)}(n) = \sum_{i=0}^{N} \left(x_{(k)i} - \varphi_{(k)}(n) - \left(100 - \varphi_{(k)}(n)\right)\left(1 + \lambda_k(n)\tau_i\right) e^{-\alpha_{(k)}(n)\tau_i} \right)\left(\left(-100 + \varphi_{(k)}(n)\right)\left(\tau_i\right) e^{-\alpha_{(k)}(n)\tau_i} \right), \tag{16}$$

$$k = 1, 2, 3, 4, 5;$$

замість ітераційних виразів (9) матимемо ітераційні вирази

$$\begin{cases} \varphi_{(k)}(n) = \varphi_{(k)}(n-1) - \gamma(n)\psi_{\varphi(k)}(n-1), \\ \alpha_{(k)}(n) = \alpha_{(k)}(n-1) - \gamma(n)\psi_{\alpha(k)}(n-1), \quad n = 1, 2, 3, \ldots, \quad k = 1, 2, 3, 4, 5; \\ \lambda_{(k)}(n) = \lambda_{(k)}(n-1) - \gamma(n)\psi_{\lambda(k)}(n-1), \end{cases} \tag{17}$$

замість початкових умов (10) матимемо початкові умови

$$\begin{cases} \varphi_{(k)}(0) = \varphi_{k0}, \\ \alpha_{(k)}(0) = \alpha_{k0}, \quad k = 1,2,3,4,5, \\ \lambda_{(k)}(0) = \lambda_{k0}, \end{cases} \tag{18}$$

а замість умов зупинки ітераційного процесу (11) матимемо умови

$$\begin{cases} \left|\varphi_{(k)}(n)-\varphi_{(k)}(n-1)\right| \le \varepsilon_{\varphi}, \\ \left|\alpha_{(k)}(n)-\alpha_{(k)}(n-1)\right| \le \varepsilon_{\alpha}, \; n=1,2,3,..., \;\; k=1,2,3,4,5, \\ \left|\lambda_{(k)}(n)-\lambda_{(k)}(n-1)\right| \le \varepsilon_{\lambda}, \end{cases} \tag{19}$$

праву частину в яких доцільно задати у вигляді

$$\varepsilon_{\varphi}=0,01; \;\; \varepsilon_{\alpha}=0,01; \;\; \varepsilon_{\lambda}=0,01, \tag{20}$$

оскільки попередній аналіз свідчить, що параметри $\varphi_{(k)}, \lambda_{(k)}, \alpha_{(k)}$ матимуть чисельні значення в околі одиниці і більше.

Що ж до правої частини початкових умов (18), то, як свідчить попередній аналіз, її доцільно задати для усіх 5 «смуг забування» у вигляді

$$\varphi_{k0}=30; \;\; \alpha_{k0}=1; \;\; \lambda_{k0}=1. \tag{21}$$

Отже, щоб запустити ітераційний процес (17), нам залишилося лише для функцій, визначених виразами (14), (15), (16), сформувати послідовності числових значень

$$\left\{x_{(k)i}\right\}, \quad k=1,2,3,4,5; \quad i=1,2,3,...,N. \tag{22}$$

Для цього ми покажемо на рис. 1 графічні зображення «смуг забування», визначені в наших роботах [8], [9].

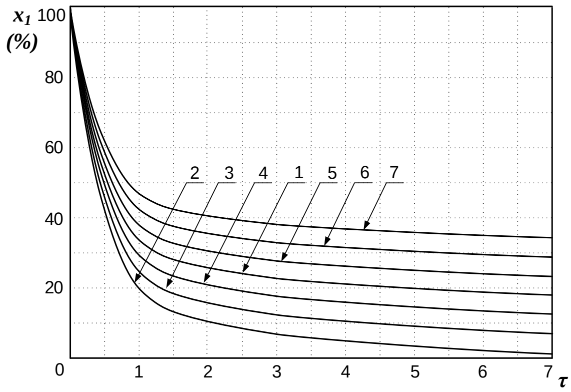

Рис. 1. Тижневі графіки кривої забування за Г. Еббінгаузом (лінія 1), та «смуг забування», обмежених лініями 2 і 7, лініями 3 і 6, та лініями 4 і 5, отриманими за методикою, викладеною в роботах [8], [9]

З графіків, приведених на рис.1, легко бачити, що для верхніх меж «смуг забування», графічно зображених кривими 7, 6, 5, 4, 3, послідовності (22) задаватимуться відповідними рядками таблиці.

I	0	1	2	3	4	5	6	7
τ_i	0	1	2	3	4	5	6	7
x_{1i}	100	48	40	38	37	35,5	35	34,5
x_{2i}	100	43	35	34	33	31	30	29
x_{3i}	100	38	31	28	26	25	24,5	24
x_{4i}	100	30	21	17	15	14	13,5	13
x_{5i}	100	25	15	13	10	9	8	7

Отже тепер ми маємо усі необхідні дані, що потрібні для запуску ітераційного процесу ідентифікації математичних моделей верхніх меж усіх 5 «смуг забування», для реалізації якого використаємо Python-програму 1, розроблену нами.

Python-програма 1:

```
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt
x_1=[100.0,48.0,40.0,38.0,37.0,35.5,35.0,34.5]
t=[0.0,1.0,2.0,3.0,4.0,5.0,6.0,7.0]
p_1=[30.0]
a_1=[1.0]
l_1=[1.0]
N=7
L1=[0.0]
L2=[0.0]
L3=[0.0]
```

```
g=0.1
g1=0.001
g2=0.001
e1=0.01
e2=0.01
e3=0.01
e_1=[]
e_2=[]
e_3=[]
def calculate_fun(n,N,x_1,p_1,a_1,l_1,t):
    result=0.0
    result1=0.0
     result2=0.0
    for i in range(N+1):
       term = (x_1[i]-p_1[n]-(100-p_1[n])*(1+\
       l_1[n]*t[i])*np.exp(-a_1[n]*t[i]))*(-1+(1+\
       l_1[n]*t[i])*np.exp(-a_1[n]*t[i]))
       result += term

       term1 = (x_1[i]-p_1[n]-(100-p_1[n])*(1+\
       l_1[n]*t[i])*np.exp(-a_1[n]*t[i]))*(100-p_1[n])*(1+\
       l_1[n]*t[i])*t[i]*np.exp(-a_1[n]*t[i])
       result1 += term1

       term2 = (x_1[i]-p_1[n]-(100-p_1[n])*(1+\
       l_1[n]*t[i])*np.exp(-a_1[n]*t[i]))*(-100+\
       p_1[n])*t[i]*np.exp(-a_1[n]*t[i])
       result2 += term2
    return (result, result1, result2)
for n in range(1000):
    res = calculate_fun(n,N,x_1,p_1,a_1,l_1,t)
    p_1.append(p_1[n]-g*L1[n])
    a_1.append(a_1[n]-g1*L2[n])
    l_1.append(l_1[n]-g2*L3[n])
    e_1.append(abs(p_1[n+1]-p_1[n]))
    e_2.append(abs(a_1[n+1]-a_1[n]))
    e_3.append(abs(l_1[n+1]-l_1[n]))
    L1.append(res[0])
    L2.append(res[1])
    L3.append(res[2])
    if e_1[n] < e1 and e_2[n] < e2 and e_3[n] < e3 and n > 1:
        break

p1 = p_1[-1]
a1 = a_1[-1]
l1 = l_1[-1]

print(len(L1))                           38
print(f"p1: {p1:.2f}")                   p1: 38.27
print(f"a1: {a1:.2f}")                   a1: 6.84
print(f"l1: {l1:.2f}")                   l1: -1.47

fun = []
tau = list(range(8))
for t in tau:
   f = p+(100-p)*(1+l*t)*np.exp(-a*t)
   fun.append(f)
plt.plot(tau, fun)
```

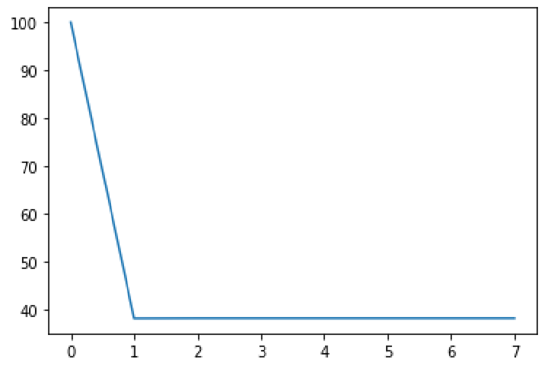

Рис. 2. Графік еквівалентної моделі верхньої межі «смуги забування» для людини з відмінною пам'яттю

Графік еквівалентної моделі верхньої межі «смуги забування» для людини з відмінною пам'яттю показано на рис. 2.

Вносячи в приведену вище Python-програму замість третього рядка з x_1 табл. 1 її четвертий рядок, тобто рядок з x_2

$$x\_2=[100.0, 43.0, 35.0, 34.0, 33.0, 31.0, 30.0, 29.0], \tag{23}$$

та запускаючи цю Python-програму, отримаємо:

print(len(L2))	28
print(f"p2: {p2:.2f}")	p2: 33.73
print(f"a2: {a2:.2f}")	a2: 8.71
print(f"l2: {l2:.2f}")	l2: -2.11

Реалізуючи цей сценарій з п'ятим рядком табл. 1, тобто з рядком x_3

$$x\_3=[100.0, 38.0, 31.0, 28.0, 26.0, 25.0, 24.5, 24.0], \tag{24}$$

та запускаючи цю Python-програму, отримаємо

print(len(L3))	35
print(f"p3: {p3:.2f}")	p2: 28.12
print(f"a3: {a3:.2f}")	a2: 10.83
print(f"l3: {l3:.2f}")	l2: -2.77

За аналогією для шостого рядка табл. 1, тобто для рядка x_4

$$x\_4=[100.0, 30.0, 21.0, 17.0, 15.0, 14.0, 13.5, 13.0] \tag{25}$$

матимемо:

print(len(L4))	32
print(f"p4: {p4:.2f}")	p4: 17.54
print(f"a4: {a4:.2f}")	a4: 14.83
print(f"l4: {l4:.2f}")	l4: -3.99

А для сьомого рядка табл. 1, тобто для рядка x_5

$$x\_5=[100.0, 25.0, 15.0, 13.0, 10.0, 9.0, 8.0, 7.0] \tag{26}$$

матимемо

print(len(L4))	39
print(f"p5: {p5:.2f}")	p5: 12.40
print(f"a5: {a5:.2f}")	a5: 16.88
print(f"l5: {l5:.2f}")	l5: -4.65

Підставляючи у вираз (4) параметри p_k, a_k, l_k, $k=1,2,3,4,5$ з множин, виписаних вище, отримаємо еквівалентні моделі верхніх меж «смуг забування» у вигляді:

– для людей з відмінною пам'яттю

$$x_{(1)}(\tau)=38,7+(100-38,27)(1-1,47\tau)e^{-6,84\tau}; \tag{27}$$

– для людей з гарною пам'яттю

$$x_{(2)}(\tau)=33,73+(100-33,73)(1-2,11\tau)e^{-8,71\tau}; \tag{28}$$

– для людей з посередньою пам'яттю

$$x_{(3)}(\tau)=28,12+(100-28,12)(1-2,77\tau)e^{-10,83\tau}; \tag{29}$$

– для людей з поганою пам'яттю

$$x_{(4)}(\tau)=17,54+(100-17,54)(1-3,99\tau)e^{-14,83\tau}; \tag{30}$$

– для людей з дуже низьким рівнем пам'яті

$$x_{(5)}(\tau) = 12,40 + (100 - 12,40)(1 - 4,65\tau)e^{-16,88\tau}. \qquad (31)$$

Цілком очевидно, що еквівалентна модель нижньої межі «смуги забування» збігатиметься з еквівалентною моделлю верхньої межі «смуги забування» нижчого рівня.

Графіки меж «смуг забування», що розраховані з використанням еквівалентних моделей (27)—(31) та Python-програми 2, показано на рис. 3.

Python-програма 2

```
import sympy as smp
import sympy.plotting
from sympy.plotting import plot
t=smp.symbols('t')
x_1=smp.Function('x_1')(t)
x_2=smp.Function('x_2')(t)
x_3=smp.Function('x_3')(t)
x_4=smp.Function('x_4')(t)
x_5=smp.Function('x_5')(t)
x_1 =38.27+(100-38.27)*(1-1.47*t)*smp.exp(-6.84*t)
x_2 =33.73+(100-33.73)*(1-2.11*t)*smp.exp(-8.71*t)
x_3 =28.12+(100-28.12)*(1-2.77*t)*smp.exp(-10.83*t)
x_4 =17.54+(100-17.54)*(1-3.99*t)*smp.exp(-14.83*t)
x_5 =12.40+(100-12.40)*(1-4.65*t)*smp.exp(-16.88*t)
gr1=plot(x_1,(t,0,8),show=False, line_color='k')
gr2=plot(x_2,(t,0,8),show= False, lne_color='g')
gr3=plot(x_3,(t,0,8),show=False, line_color='r')
gr4=plot(x_4,(t,0,8),show=False, line_color='c')
gr5=plot(x_5,(t,0,8),show=False, line_color='b')
gr1.extend(gr2)
gr1.extend(gr3)
gr1.extend(gr4)
gr1.extend(gr5)
gr1.show()
```

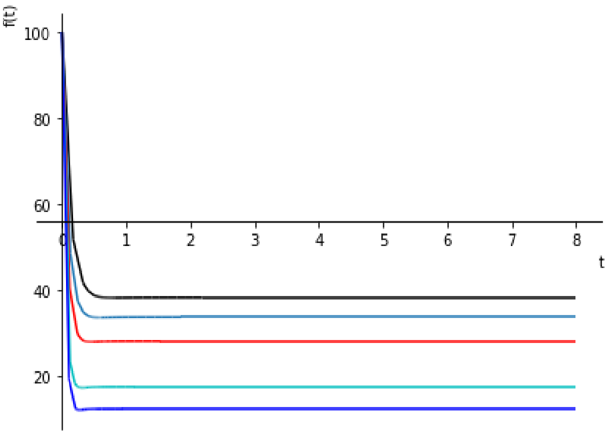

Рис. 3. Графіки меж «смуг забування» для людей з відмінною, доброю, посередньою, поганою та дуже поганою пам'яттю, відтворені за їхніми еквівалентними моделями

Цілком очевидно, що визначивши за певним тестом ступінь забування конкретним студентом матеріалу, прочитаного викладачем на лекції, в якийсь з наступних днів тижня після цієї лекції, та помістивши отриману точку на графік рис. 3, ми отримаємо інформацію про те, до групи з яким ступенем пам'яті потрібно віднести цього студента, що дозволить як самому студенту, так і його викладачу розробити оптимальну стратегію вивчення матеріалу цієї навчальної дисципліни.

Висновки

Розроблено метод ідентифікації синтезованих в попередніх роботах авторів еквівалентних математичних моделей верхніх меж «смуг забування» для людей з відмінною, доброю, посередньою, поганою та дуже поганою пам'яттю.

Створено Python-програми для реалізації розробленого методу ідентифікації верхніх меж «смуг забування» для людей з відмінною, доброю, посередньою, поганою та дуже поганою пам'яттю.

Запропоновано алгоритм віднесення конкретних людей до однієї зі «смуг забування», визначених авторами для людей з відмінною, доброю, посередньою, поганою та дуже поганою пам'яттю.

СПИСОК ВИКОРИСТАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ

[1] Б. І. Мокін, А. В. Пискльорова, і Ю. В. Мокіна, «Математичні моделі процесу засвоєння студентом навчальної дисципліни на фазовій площині,» *Вісник Вінницького політехнічного інституту*, № 5, с. 109-112, 2010.

[2] Б. І. Мокін, Ю. В. Мокіна, і А. В. Пискльорова, «Дослідження характеру особливих точок на фазовій площині процесу засвоєння студентом програми навчальної дисципліни,» *Вісник Вінницького політехнічного інституту,* № 6, с. 108-113, 2010.

[3] Б. І. Мокін, Ю. В. Мокіна, і А. В. Писклярова, «Дослідження на фазовій площині процесу засвоєння програми навчальної дисципліни студентом середніх здібностей,» *Інформаційні технології та комп'ютерна інженерія*, № 3, с. 40-49, 2010.

[4] Б. І. Мокін, Ю. В. Мокіна, і А. В. Писклярова, «Дослідження на фазовій площині процесу засвоєння програми навчальної дисципліни здібним студентом,» *Наукові праці ВНТУ*, № 1, 2011.

[5] Б. І. Мокін, «Фазова площина в якості простору моделювання процесу засвоєння навчальної дисципліни та її особливі точки,» в кн. *Педагогічна і психологічна науки в Україні*, т. 5, до 20-річчя НАПН України. Київ, Україна: Педагогічна думка, 2012.

[6] Б. І. Мокін, А. В. Писклярова, і О. Б. Мокін, «Дослідження впливу синергетичної складової у математичній моделі процесу засвоєння студентом навчальної дисципліни,» *Інформаційні технології та комп'ютерна інженерія*, № 2, с. 9-14, 2013.

[7] Б. І. Мокін, і А. В. Писклярова, «Синергетичний ефект у процесі засвоєння студентом навчальної дисципліни,» *Вища освіта України: теоретичний та науково-методичний часопис*, № 2, с. 144-149, 2013.

[8] Б. І. Мокін, і О. Б. Мокін, «Підвищення ступеня адекватності моделі процесу забування знань,» *Вісник Вінницького політехнічного інституту*, № 4, с. 116-121, 2013.

[9] Б. І. Мокін, і О. О. Войцеховська, «Удосконалення ймовірнісної математичної моделі процесу забування інформації, отриманої студентом на лекції,» *Вісник Вінницького політехнічного інституту*, № 4, с. 49-57, 2019. https://doi.org/10.31649/1997-9266-2019-145-4-49-57 .

[10] О. О. Войцеховська, Б. І. Мокін, і Д. О. Шалагай, «Моделювання процесу оцінювання інтелектуального стану суспільства,» *Вісник Вінницького політехнічного інституту*, № 5, с. 49-55, 2019. https://doi.org/10.31649/1997-9266-2019-146-5-35-41 .

[11] Б. І. Мокін, і О. О. Войцеховська, «Системна трансформація математичної моделі процесу забування знань, отриманих студентом на лекції, та спосіб її ідентифікації,» *Вісник Вінницького політехнічного інституту*, № 2, с. 50-57, 2020. https://doi.org/10.31649/1997-9266-2020-149-2-50-57 .

[12] О. О. Войцеховська, Б. І. Мокін, і О. Б. Мокін, «Адаптація методики чіткого оцінювання якості знань в галузі інформаційних технологій, отриманих в онлайн-режимі, на нечітких моделях процесів їх засвоєння,» *Вісник Вінницького політехнічного інституту*, № 1, с. 57-69, 2021. https://doi.org/10.31649/1997-9266-2021-154-1-57-69 .

Рекомендована кафедрою системного аналізу та інформаційних технологій ВНТУ

Стаття надійшла до редакції 29.03.2024

Мокін Борис Іванович — академік НАПН України, д-р техн. наук, професор, професор кафедри системного аналізу та інформаційних технологій, e-mail: borys.mokin@gmail.com ;

Мокін Олександр Борисович — д-р техн. наук, професор, професор кафедри системного аналізу та інформаційних технологій, e-mail: abmokin@gmail.com ;

Войцеховська Ольга Олександрівна — д-р філософії, старший викладач кафедри системного аналізу та інформаційних технологій, e-mail: olgav1085@gmail.com ;

Пасєка Богдан Володимирович — аспірант кафедри системного аналізу та інформаційних технологій, e-mail: bogdanpaseka2000@gmail.com .

Вінницький національний технічний університет, Вінниця

B. I. Mokin[1]
O. B. Mokin[1]
O. O. Voitsekhovska[1]
B. V. Pasieka[1]

Identification of the Equivalent Model of the Knowledge-Forgetting Process in Every "Forgetting Band"

[1]Vinnytsia National Technical University

It is shown that over a fairly significant period of time, a group of scientists of Vinnytsia National Technical University under the program of the research laboratory "Problems of the Higher School" (SRL PHS), which was created by a joint order of the rector of the VNTU, Academician of the National Academy of Pedagogical Sciences of Ukraine Borys Mokin and the director of the Institute of Pedagogical Education and adult education of the National Academy of Pedagogical Sciences of Ukraine, Academician of the National Academy of Pedagogical Sciences of Ukraine Ivan Zyazyun, research was carried out *of the processes of knowledge assimilation by the students of higher education institutions, which they received from teachers during lectures and practical classes in certain educational disciplines. A selection of scientific publications dedicated to the modeling of processes of forgetting information obtained by the students at lectures and practical classes, which was published during 2010-2021, is presented. It is shown that thanks to these studies, the "H. Ebbinghaus forgetting curve", known to psychologists was initially expanded to "forgetting bands", and the mathematical model of the process of forgetting information, proposed in L. M. Prysniakova's monograph "Systemic analysis of personality behavior", published in Dnipropetrovsk in 2007, supplemented by a synergistic component transformed to each of the six "forgetting bands". A method of identifying equivalent mathematical models of the upper limits of the "forgetting bands" for people with excellent, good, average, bad and very bad memory synthesized in the previous works of the authors has been developed. Python programs to implement the developed method of identifying the upper limits of the "forgetting bands" for people with excellent, good, average, poor and very poor memory were created. An algorithm for assigning specific people to one of the "forgetting bands" defined by the authors for people with excellent, good, mediocre, bad and very bad memory is proposed.*

Keywords: Ebbinghaus forgetting curve, forgetting bands for people with excellent, good, average, poor and very poor memory, limits of forgetting bands, equivalent mathematical models of the forgetting bands limits, method of identifying limits.

Mokin Borys I. — Academician of NAPS of Ukraine, Dr. Sc. (Eng.), Professor, Professor of the Chair of System Analysis and Information Technologies, e-mail: borys.mokin@gmail.com ;

Mokin Oleksandr B. — Dr. Sc. (Eng.), Professor, Professor of the Chair of System Analysis and Information Technologies, e-mail: abmokin@gmail.com ;

Voitsekhovska Olha O. — PhD, Senior Lecturer of the Chair of System Analysis and Information Technologies, e-mail: olgav1085@gmail.com ;

Pasieka Bohdan V. — Post-Graduate Student of the Chair of System Analysis and Information Technologies, e-mail: 38096808709d@ gmail.com