РАДІОЕЛЕКТРОНІКА ТА РАДІОЕЛЕКТРОННЕ АПАРАТОБУДУВАННЯ

https://doi.org/10.31649/1997-9266-2024-174-3-125-131

УДК 621.396

Р. Г. Биков[1]
Е. О. Сукачов[1]

ПОРІВНЯЛЬНИЙ АНАЛІЗ ВІКОННИХ ФУНКЦІЙ НАЙКВІСТА В OFDM СИСТЕМІ

[1]Державний університет інтелектуальних технологій і зв'язку, Одеса

У сучасних системах зв'язку широке застосування знаходять багаточастотні методи поділу каналів, зокрема технологія мультиплексування з ортогональним частотним поділом каналів — OFDM. Перекриття каналів в OFDM системі дозволяє підвищити ефективність використання обмеженого частотного ресурсу. Необхідність збереження ортогональних властивостей між каналами зумовлює високу чутливість приймача до частотних зсувів, зокрема ефекту Доплера у разі взаємного переміщення передавача і приймача, оскільки в результаті виникає міжканальна інтерференція (ICI). Отже, актуальною є задача дослідження способів зменшення рівня ICI в OFDM системі. Рівень ICI визначається формою сигнальних конструкцій, що використовуються у передавачі і приймачі OFDM системи. При цьому вибір сигнальних конструкцій у приймачі обмежується вимогами щодо еквідистантності нулів їхньої спектральної щільності. Така особливість пов'язана з використанням алгоритму дискретного перетворення Фур'є на стороні приймача для можливості виділення інформації у кожному окремому каналі. У традиційній OFDM системі як віконна функція обрана rect-функція, недоліком якої є надто великий рівень ICI у разі частотних зсувів системи. У роботі розглянуто властивості нових віконних функцій Найквіста, утворених в результаті операції згортки з rect-функцією. Авторами отримано нові вирази для спектральних щільностей вибраних функцій. Отримані нові результати аналізу рівня ICI у разі зміни параметра тривалості перехідної області віконних функцій приймача. Досліджено, як змінюється рівень відношення сигнал/завада (SIR) для кожної віконної функції Найквіста зі зміною значення частотного зсуву. Виконана оцінка ймовірності бітової помилки (BER) для модуляції BPSK в умовах міжканальної інтерференції із застосуванням віконних функцій Найквіста у приймачі. Отримані нові результати досліджень подані у вигляді графіків, побудованих у середовищі Matlab. На підставі результатів аналізу виявлено, що трапецієподібний імпульс має найбільший рівень SIR та найменший рівень BER серед досліджуваних імпульсів, що пов'язано з найменшим рівнем перших двох бічних пелюсток його спектральної щільності.

Ключові слова: OFDM, віконна функція Найквіста, приймач, завадостійкість.

Вступ

Системи зв'язку, засновані на технології OFDM, мають широке використання у сучасному світі. До них відносяться стільникові мережі четвертого та п'ятого поколінь, мережі Wi-Fi, WiMAX, системи цифрового радіомовлення та ін. [1]. Основними перевагами OFDM системи є раціональніше використання смуги частот, яку займає сигнал, у порівнянні з системами зі звичайним частотним поділом каналів, а також захищеність від частотно-селективних завмирань, пов'язаних з багатопроменевістю у каналі зв'язку. З іншого боку, вона є чутливою до зсувів частоти, які можуть збільшити рівень ICI і погіршити її роботу.

Для зменшення рівня міжканальних завад в OFDM системі існують різні прийоми. Одним з них, наприклад, є метод самовиключення ICI (self-cancellation) [2], який передбачає передавання однакових символів на сусідніх піднесівних, але з різним знаком. Недоліком цього методу є зменшення швидкості передачі даних через надлишковість використання піднесівних. Ще один метод полягає у збільшенні відстані між піднесівними, що зменшує потужність міжканальної завади, але також зменшує спектральну ефективність системи. У роботі автори проаналізували спосіб, який полягає у застосуванні віконних функцій Найквіста в OFDM-приймачі [3], [4]. Такий прийом не

© Р. Г. Биков, Е. О. Сукачов, 2024

має змінювати ортогональні властивості сигналів, а тому спектр віконної функції повинен мати еквідистантні нулі.

Метою роботи є дослідження впливу застосування віконних функцій Найквіста у приймачі на рівень відношення сигнал/завада та завадостійкість OFDM системи в умовах ICI.

Основна частина

На рис. 1 показана блок-схема OFDM системи з віконною функцією Найквіста у приймачі. Передавач OFDM системи можна розділити на 2 великі частини, де низькочастотна частина формує OFDM-сигнал [5], а високочастотна — квадратурний модулятор — переносить його на частоти, на яких можливе передавання інформації через канал зв'язку. В свою чергу приймач OFDM системи за допомогою квадратурного демодулятора з високочастотного сигналу утворює низькочастотний OFDM-сигнал, з якого передані інформаційні символи обчислюються за допомогою блока FFT. Блок FFT можна розглядати як систему кореляторів, де кожний корелятор є узгодженим з експоненціальною функцією окремої піднесівною.

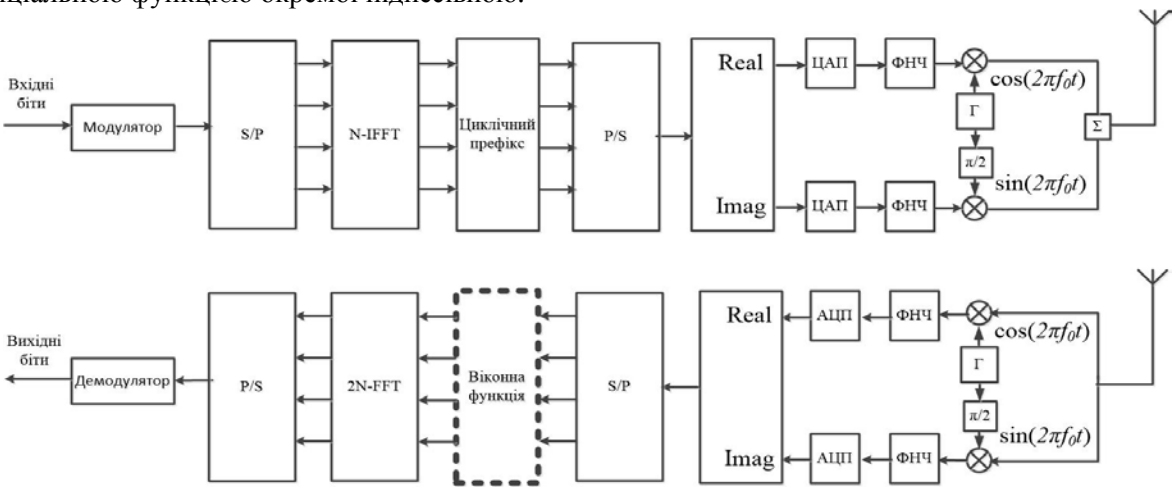


Рис. 1. Блок-схема OFDM системи

OFDM-символ може бути представлений як [6]

$$S_{TX}(t) = \sum_{n=0}^{N-1} c_n g_{TX}(t) e^{j2\pi nF(t-T_{cp})}, \tag{1}$$

$$g_{TX}(t) = \begin{cases} 1,\ 0 \le t \le T_u + T_{cp}, \\ 0,\ t < 0, t > T_u + T_{cp}, \end{cases}$$

де c_n — символ обраного режиму модуляції n-ї піднесівної; T_{cp} — тривалість циклічного префіксу; T_u — тривалість основної частини символу; $F = 1/T_u$ — частотний інтервал між піднесівними.

Циклічний префікс додатково збільшує тривалість символу і тим самим зменшує вплив міжсимвольної інтерференції у багатопроменевого каналу зв'язку. Варто зазначити, що при цьому знищується ортогональність між піднесівними [7], оскільки тривалість OFDM символу стає більшою ніж T_u.

Використовуючи у приймачі прямокутне вікно $g_{RX}(t)$ тривалістю T_u, стає можливим відновити ортогональність між піднесівними [7]

$$S_{RX}(t) = S_{TX}\left(t + T_{cp}\right) g_{RX}\left(t - 0{,}5T_u\right) = \sum_{n=0}^{N-1} c_n g_{RX}\left(t - 0{,}5T_u\right) e^{j2\pi nFt}; \tag{2}$$

$$g_{RX}(t) = \begin{cases} 1/T_u,\ -0{,}5T_u \le t \le 0{,}5T_u, \\ 0,\ t < -0{,}5T_u, t > 0{,}5T_u. \end{cases} \tag{3}$$

Спектр функції (3) є sinc-функцією [5] і містить нулі з інтервалом $F = 1/T_u$:

$$G_{RX}(f) = \text{sinc}\left(2\pi \frac{T_u}{2} f\right); \tag{4}$$

$$\sin c(x) = \frac{\sin(x)}{x}.$$

Тоді процес демодуляції може бути виконаний за допомогою кореляційної функції

$$c_n = \int_{-\infty}^{\infty} S_{RX}(t) e^{-j2\pi nFt} dt. \tag{5}$$

Застосовуючи теорему Парсеваля [5], (5) можна записати для частотної області

$$c_n = \int_{-\infty}^{\infty} S_{RX}(j\omega)\delta(\omega - 2\pi nF)\, d\omega = S_{RX}(2\pi nF). \tag{6}$$

Отже, (6) можна інтерпретувати як взяття відліків спектра на частотах, кратних $F = 1/T_u$.

З [8] відомо, що рівень потужності міжканальної завади в OFDM системі для *m*-ї піднесівної і відношення сигнал/завада визначаються за допомогою таких виразів:

$$P_{ICI}(m) = \sum_{\substack{k \neq m \\ k=0}}^{N-1} G_{RX}\left(\frac{k-m}{T_u} + \Delta f\right)^2, \tag{7}$$

$$SIR = \frac{\left|G_{RX}(\Delta f)\right|^2}{\frac{1}{N}\sum_{m=0}^{N-1} P_{ICI}(m)}, \tag{8}$$

де $G_{RX}(f)$ — спектр віконної функції, що застосовується в OFDM-приймачі; k — індекс сусідньої піднесівної; T_u — тривалість OFDM-символу; Δf — зсув частоти.

З виразу (7) зрозуміло, що на рівень міжканальної завади впливає форма спектра віконної функції $g_{RX}(t)$, а також загальна кількість піднесівних.

За допомогою операції згортки можна синтезувати нові віконні функції Найквіста [9], що також можуть бути використані у приймачі OFDM системи. Для цього розглянемо функції $\chi_1(t)$ і $\chi_2(t)$

$$\chi_1(t) = \begin{cases} \frac{1}{\alpha T_u}\left(1 + \cos\left(\frac{2\pi}{\alpha T_u} t\right)\right), & |t| \le 0{,}5\alpha T_u, \\ 0, & |t| > 0{,}5\alpha T_u; \end{cases} \tag{9}$$

$$\chi_2(t) = \begin{cases} \frac{1}{\alpha T_u}, & |t| \le 0{,}5\alpha T_u, \\ 0, & |t| > 0{,}5\alpha T_u. \end{cases} \tag{10}$$

Спектральні щільності (9) та (10) дорівнюють

$$\text{X}_1(j\omega) = \text{sinc}(0{,}5\alpha T_u \omega) + 0{,}5\text{sinc}\left(0{,}5\alpha T\left(\omega + \frac{2\pi}{\alpha T_u}\right)\right) + 0{,}5\text{sinc}\left(0{,}5\alpha T_u\left(\omega - \frac{2\pi}{\alpha T_u}\right)\right); \tag{11}$$

$$\text{X}_2(j\omega) = \text{sinc}(0{,}5\alpha T_u \omega). \tag{12}$$

Визначимо нові віконні функції як результат згортки (3) і (9) та (3) і (10):

$$g_{RX1}(t) = g_{RX}(t) \cdot \chi_1(t) = \begin{cases} \frac{1}{T_u}, & |t| \le 0{,}5T_u(1-\alpha), \\ \frac{1}{\alpha T_u^2}\left(0{,}5T_u - |t| + 0{,}5\alpha T_u\right) + \frac{1}{2\pi T_u}\sin\left(\frac{2\pi}{\alpha T_u}\left(0{,}5T_u - |t|\right)\right), & 0{,}5T_u(1-\alpha) < |t| \le 0{,}5T_u(1+\alpha), \\ 0, & |t| > 0{,}5T_u(1+\alpha). \end{cases} \tag{13}$$

$$g_{RX\,2}(t)=g_{RX}(t)\cdot\chi_2(t)=\begin{cases}\dfrac{1}{T_u}, & |t|\le 0,5T_u(1-\alpha),\\ \dfrac{1}{\alpha T_u^2}\left(0,5T_u-|t|+0,5\alpha T_u\right), & 0,5T_u(1-\alpha)<|t|\le 0,5T_u(1+\alpha),\\ 0, & |t|>0,5T_u(1+\alpha).\end{cases} \quad (14)$$

Відповідно їхні спектри є добутком (4) і (11) та (4) і (12) [10]

$$G_{RX\,1}(j\omega)=\operatorname{sinc}\left(0,5T_u\omega\right)\left[\operatorname{sinc}\left(0,5\alpha T_u\omega\right)+0,5\operatorname{sinc}\left(0,5\alpha T_u\left(\omega+\frac{2\pi}{\alpha T_u}\right)\right)+0,5\operatorname{sinc}\left(0,5\alpha T_u\left(\omega-\frac{2\pi}{\alpha T_u}\right)\right)\right]. \quad (15)$$

$$G_{RX\,2}(j\omega)=\operatorname{sinc}\left(0,5T_u\omega\right)\operatorname{sinc}\left(0,5\alpha T_u\omega\right). \quad (16)$$

Параметр α визначає ширину перехідної області віконної функції Найквіста у часовій області і може набувати значень в інтервалі $0\le\alpha\le 1$. За отриманими виразами (13), (14), (15) та (16) побудовано віконні функції Найквіста та їхні спектральні щільності для різних значень параметра α (рис. 2). Варто зазначити, що $G_{RX\,2}(j\omega)$ характеризується найшвидшим зменшенням рівня головного пелюстка, а також зменшеним рівнем перших трьох бічних пелюсток спектральної щільності у порівнянні з іншими віконними функціями Найквіста.

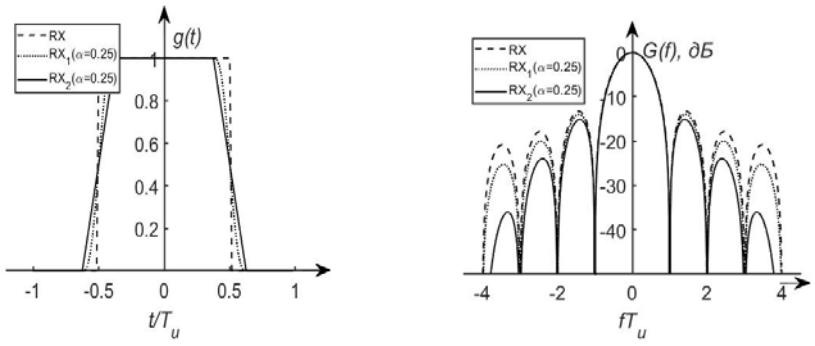
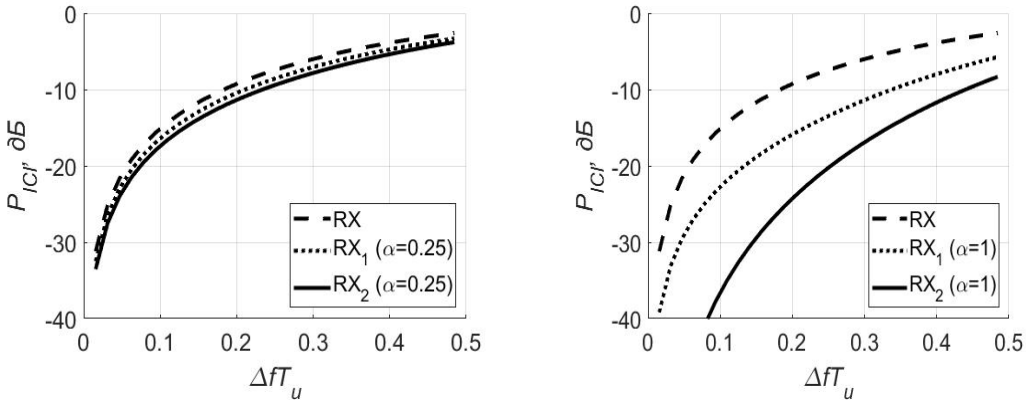


Рис. 2. Віконні функції у часовій та частотній області

За допомогою (7) і (8) у середовищі Matlab побудовано графіки залежності міжканальної завади і відношення сигнал/завада від нормованого частотного зсуву для віконних функцій з $\alpha=0,25$ та $\alpha=1$ із застосуванням 72 піднесівних (рис. 3). Результати моделювання показали, що подальше збільшення кількості піднесівних майже не змінює значення завади.

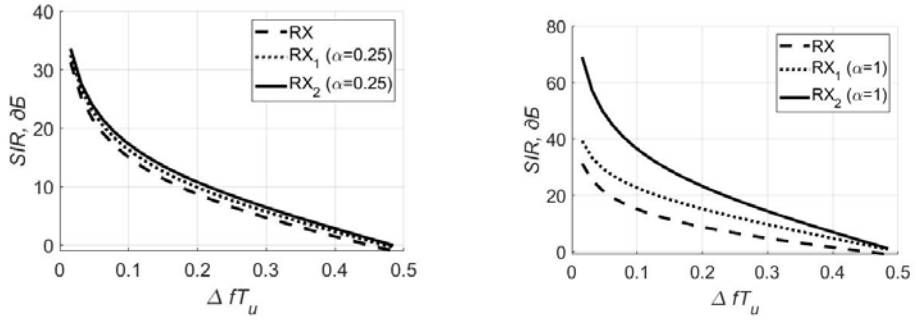


а) *б)*

Рис. 3. Потужність ICI для: *а* — $\alpha=0,25$; *б* — $\alpha=1$

Аналіз рис. 3 та 4 показує, що для віконної функції RX_1, коли $\alpha=0,25$ і $\Delta fT=0,1$, рівень ICI менший на 2 дБ ніж для прямокутної функції, а рівень SIR більше на 2 дБ за тих самих умов. Для

віконної функції RX_2, коли $\alpha = 0,25$ і, $\Delta fT = 0,1$ рівень ICI менший на 3 дБ ніж для прямокутного вікна, а SIR більше на 3 дБ. Зі збільшенням α до 1 $(\Delta fT = 0,1)$ рівень ICI для віконної функції RX_1 на 7,5 дБ менший ніж для прямокутного вікна, а рівень SIR більше на 5 дБ. Відповідно для віконної функції RX_2 коли $\alpha = 1$ і $\Delta fT = 0,1$, значення ICI на 20 дБ менше ніж для прямокутної функції, а рівень SIR більше на 20 дБ.



а) *б)*

Рис. 4. Відношення сигнал/завада (SIR) для: *а* — $\alpha = 0,25$; *б* — $\alpha = 1$

Теоретичну завадостійкість OFDM системи в умовах міжканальної інтерференції для модуляції BPSK у разі застосування віконних функцій Найквіста у приймачі можна оцінити за допомогою такого виразу [8]:

$$P_b = \frac{1}{N}\sum_{m=0}^{N-1} P_b(m);$$

$$P_b(m) = \frac{1}{2} - \int_0^{+\infty}\left(\frac{\sin\left(\sqrt{E_b}\omega c_0^I\right)}{\pi\omega} e^{-\frac{1}{2}\omega^2\sigma^2} \prod_{\substack{k\neq m\\ k=0}}^{N-1} \cos\left(\sqrt{E_b}\omega c_{k-m}^I\right)\right) d\omega, \tag{17}$$

де N — кількість піднесівних; $P_b(m)$ — ймовірність бітової помилки m-ї піднесівної; E_b — енергія біта; c_0^I — дійсна частина коефіцієнта корисного сигналу на виході обчислювального пристрою; c_{k-m}^I — дійсна частина коефіцієнта міжканальної завади k-ої піднесівної на виході обчислювального пристрою; σ^2 — дисперсія шуму.

За використання віконних функцій Найквіста у приймачі коефіцієнт c_{k-m} визначається так:

$$c_{k-m} = e^{j2\pi\Delta f T_{cp}} G\left(\frac{k-m}{T} + \Delta f\right) e^{j\pi(k-m+\Delta fT)(1-\alpha)}.$$

Також у середовищі Matlab створено модель для експериментальної оцінки завадостійкості OFDM системи в умовах міжканальної інтерференції, блок-схема якої показана на рис. 5.

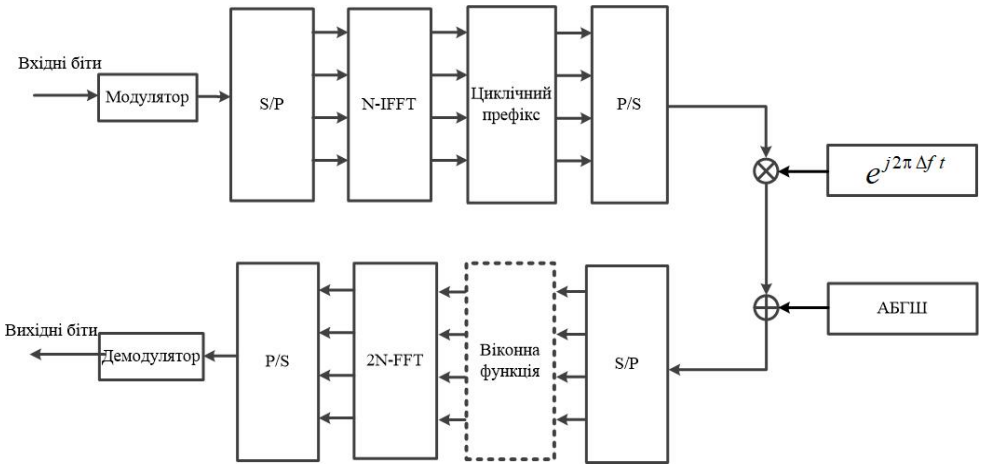


Рис. 5. Блок-схема експериментальної моделі OFDM системи зі зсувом частоти та АБГШ у каналі зв'язку

Результати (17) показали, що з 72 піднесівними, нормованим частотним зсувом $\Delta fT = 0,2$ і відношенні сигнал/шум 10 дБ ймовірність бітової помилки для прямокутної функції становить $3 \cdot 10^{-2}$. Для функції RX_1 за тих самих умов ймовірність бітової помилки становить 10^{-2}. Для функції RX_2 ймовірність бітової помилки становить $5 \cdot 10^{-3}$. Зі збільшенням відношення сигнал/шум до 15 дБ ймовірність бітової помилки для прямокутної функції зменшується до 10^{-2}. Для функції RX_1 ймовірність бітової помилки становить $2 \cdot 10^{-4}$. Для функції RX_2 ймовірність бітової помилки становить $4 \cdot 10^{-5}$. Таким чином, віконна функція RX_2 характеризується найкращим рівнем BER. При цьому теоретичні та експериментальні розрахунки збігаються між собою (рис. 6).

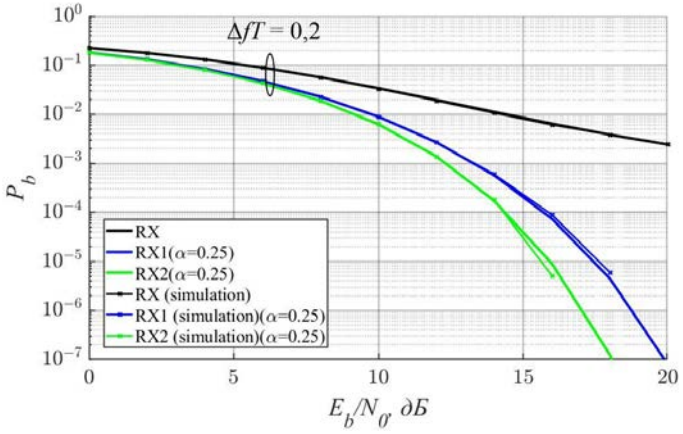


Рис. 6. Ймовірність бітової помилки для модуляції OFDM BPSK

Висновки

У роботі автори дослідили вплив форми спектральної щільності віконних функцій Найквіста на рівень міжканальної інтерференції та відношення сигнал/завада у приймачі OFDM системи. Найбільший вплив форми перехідної області віконної функції на збільшення рівня SIR спостерігається у межах частотного зсуву $\Delta fT \in (0; 0,3]$. Показано, що збільшення тривалості перехідної області віконної функції дозволяє збільшити рівень сигнал/завада на 3…20 дБ. На рівень міжканальної завади найбільший вплив мають перші пелюстки спектральної щільності віконної функції. Окрім того, важливим виявляється швидкість зменшення амплітудного спектра в межах головного пелюстка спектральної щільності, оскільки він визначає рівень першої складової міжканальної завади від сусідньої піднесівної, яка вносить найбільший вклад у значення ICI. З'ясувалось, що віконна функція Найквіста RX_2 характеризується найбільшим рівнем відношення сигнал/завада серед досліджуваних функцій. Додатково виконано теоретичне та експериментальне оцінювання завадостійкості OFDM системи в умовах міжканальної інтерференції за нестабільності несівної частоти $\Delta fT = 0,2$ для модуляції BPSK. Результати показали, що віконна функція RX_2 характеризується найкращим рівнем BER серед досліджуваних віконних функцій Найквіста. Віконні функції Найквіста, описані у цій роботі, можуть бути застосовані в приймачах різних OFDM систем, зокрема в системі мобільного зв'язку 4G, з метою поліпшення функціонування таких систем в умовах міжканальної інтерференції.

СПИСОК ВИКОРИСТАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ

[1] Andreas F. Molisch, *Wireless communications*. Chichester, United Kingdom: John Wiley & Sons Ltd, 2011, 827 p.

[2] P. Singh, and O. P. Sahu, "An Overview of ICI Self Cancellation Techniques in OFDM Systems," *in 2015 IEEE international conference on computational intelligence and communication technology*, Ghaziabad, India, 2015, pp. 299-302. https://doi.org/10.1109/cict.2015.113 .

[3] C. Muschallik, "Improving an OFDM reception using an adaptive Nyquist windowing," *IEEE Trans. Consumer Electron.*, vol. 42, no. 3, pp. 259-269, 1996. https://doi.org/10.1109/30.536046 .

[4] H. Müller-Weinfurtner, "Optimum Nyquist windowing in OFDM receivers," *IEEE Trans. Commun.*, vol. 49, no. 3, pp. 417-420, Mar. 2001. https://doi.org/10.1109/26.911448 .

[5] J. G. Proakis, *Digital Communications*, 2nd ed. New York: McGraw-Hill, 1989.

[6] N. C. Beaulieu, and P. Tan, "Receiver windowing for reduction of ICI in OFDM systems with carrier frequency offset," *GLOBECOM '05. IEEE Global Telecommunications Conferen*ce, 2005., St. Louis, MO, USA, 2005, pp. 2680-2684. https://10.1109/GLOCOM.2005.1578246 .

[7] S. Brandes, I. Cosovic, and M. Schnell, “Reduction of out-of-band radiation in OFDM systems by insertion of cancellation carriers,” in *IEEE Communications Letters*, vol. 10, no. 6, pp. 420-422, June 2006. https://10.1109/LCOMM.2006.1638602 .

[8] P. Tan, and N. C. Beaulieu, “Analysis of the effects of Nyquist pulse-shaping on the performance of OFDM,” *European Transactions on Telecommunications*, 20, pp. 9-22, 2009. https://doi.org/10.1002/ett.1316 .

[9] Э. А. Сукачёв, *Введение в теорию сигналов Найквиста*. Одесса, Украина: Освіта України, 2016, 108 с.

[10] Э. А. Сукачёв, и Д. Ю. Бухан, *Корреляционный анализ детерминированных сигналов*. Одесса, Украина: Освіта України, 2014, 134 с.

Рекомендована кафедрою інформаційних радіоелектронних технологій і систем ВНТУ

Стаття надійшла до редакції 16.04.2024

Биков Ростислав Геннадійович — аспірант кафедри радіоелектронних систем і технологій, e-mail: rbykov@ukr.net ;

Сукачов Едуард Олексійович — д-р техн. наук, професор, професор кафедри радіоелектронних систем і технологій.

Державний університет інтелектуальних технологій і зв’язку, Одеса

R. G. Bykov[1]
E. O. Sukachov[1]

Comparative Analysis of Nyquist Window Functions in OFDM System

[1]State University of Intelligent Technologies and Telecommunications, Odesa

OFDM or orthogonal frequency-division multiplexing is one of the mutilcarrier systems widely used in modern telecommunications. Overlap of spectrums allows to enhance usage of limited frequency resource. The need to preserve orthogonality between subcarriers causes high sensitivity of reception to frequency offsets, e.g. the Doppler effect in case of mutually moving transmission and reception which leads to interchannel interference (ICI). The task of researching methods to reduce the level of ICI in an OFDM system is therefore relevant. ICI level is determined by the shape of signal constructions that are used in transmitter and receiver of OFDM system. At the same time choice of signal constructions is limited by their spectral densities which must have zeros at equal frequency distances. This feature is linked to Discrete Fourier Transform at the receiver side that is used to define transmitted modulated symbols in each subchannel. Rectangular window function Is used in conventional OFDM system that has a handicap in too high ICI level at different frequency offsets. In this paper new Nyquist window functions are investigated which are created by convolution with rectangular function. New expressions for the spectral densities of selected functions were obtained by the authors. New results of the analysis of ICI level when changing the parameter of transition region duration of receiver window functions were obtained. The variation of the signal-to-interference ratio (SIR) has been investigated for each Nyquist window function when changing the frequency offset value. Estimation of bit error probability (BER) for BPSK modulation in the presence of interchannel interference when employing Nyquist window functions at the receive is executed r. The obtained new research results are presented in the form of graphs constructed in the Matlab environment. Based on the analysis results, it was found that the trapezoidal-like pulse has the highest SIR level and the lowest BER level among the investigated pulses, which is associated with the lowest level of the first two side lobes of its spectral density.

Keywords: OFDM, Nyquist window function, receiver, interference immunity.

Bykov Rostyslav G. — Post-Graduate Student of the Chair of Radioelectronic Systems and Technologies, e-mail: rbykov@ukr.net ;

Sukachov Eduard O. — Dr. Sc. (Eng.), Professor, Professor of the Chair of Radioelectronic Systems and Technologies