

Ю. Ю. Іванов¹
Б. О. Боднарєнко¹
Д. В. Борисюк¹
О. С. Щириов¹

МОДИФІКОВАНИЙ АЛГОРИТМ ДЕКОДУВАННЯ ЗГОРТКОВИХ ТУРБО-КОДІВ

¹Вінницький національний технічний університет

На сучасному етапі розвитку теорії завадостійкого кодування виділяється турбо-код, який забезпечує необхідні характеристики завадостійкості для різних систем передавання даних. Він є представником потужного класу завадостійких кодів з унікальною структурою кодека, здатний ефективно працювати на високих швидкостях у каналах з низькою корисною енергетикою, майже повністю використовуючи його ємність відповідно до принципів К. Шеннона. Процес турбо-декодування з використанням спеціалізованих ітеративних імовірнісних алгоритмів вимагає значних обчислювальних ресурсів, що може стати обмеженням для реальних систем передавання цифрових даних. У статті запропоновано субоптимальну модифікацію алгоритму турбо-декодування на основі максимуму апостеріорної імовірності в ітеративній формі, яка використовує апроксимацію коригуючої функції у ході розрахунку кореляційних метрик переходів трелліс-діаграмою рекурсивного систематичного згорткового кодера. Запропонована функція переважає аналоги на базовому інтервалі значень за статистичними показниками.

Ефективність роботи алгоритму продемонстровано у ході комп'ютерного імітаційного моделювання роботи системи передавання цифрових даних на випадкових фреймах та на мультимедійних даних. Встановлено та проаналізовано експериментальну функціональну залежність частоти виникнення помилок від відношення сигнал/шум у каналі зв'язку. Визначено, що модифікований алгоритм переважає низку аналогів за енергетичним виграшем для каналів зв'язку з високим рівнем шумової компоненти. Його ефективність максимально наближена до базового алгоритму, але має меншу обчислювальну складність. Стаття може бути корисною для інженерів та проєктувальників систем передавання даних, оскільки дозволяє ефективніше аналізувати та синтезувати турбо-коди залежно від поставлених задач.

Ключові слова: передавання даних, завадостійкий код, згортковий турбо-код, декодування, коригуюча функція, моделювання.

Вступ

Важливим досягненням у теорії завадостійкого кодування є захист інформації на основі турбокодів, математичний апарат роботи з якими вперше запропонований у фундаментальній праці [1]. Цей код є ефективним інструментом для роботи з даними в каналах зв'язку з високим рівнем шумової компоненти. Згорткові турбо-коди з імовірнісними алгоритмами декодування дозволяють здійснити високоефективне передавання даних практично в будь-якій системі зв'язку: телебаченні (DVB-RCT), бездротових локальних мережах (WiMAX), програмно-визначених радіосистемах, мобільних (3G, 4G) і космічних (CCSDS) комунікаціях тощо [2], [3]. Їхня висока ефективність роботи обумовлена спеціальними ітеративними алгоритмами декодування для знаходження максимально правдоподібної послідовності бітів за принципами Вітербі-Хагенауера з м'яким виходом (VXMB) [4], [5] та кожного бінарного символу на основі максимуму апостеріорної імовірності (MAI) [4], [6]—[8]. Декодера MAI ефективніші, але складніші в реалізації через використання нелінійних функцій. Тому у цій роботі проводиться дослідження саме такого турбо-декодера.

Оскільки в процесі роботи алгоритмів турбо-декодування виникає проблема розрахунку нелінійних функцій (наприклад, логарифмів та сум експоненціальних складових) [8], а їхнє грубе виключення «максимальне» не дозволяє досягти ефективності алгоритму MAI [4], то для розрахунку метрик та зовнішньої інформації із декодера застосовують апроксимацію таких ресурсозатратних функцій. Найчастіше цю науково-практичну задачу розв'язують із застосуванням логарифма Якобіана та виділенням коригувальної функції. Для її наближення застосовано набір функціональних залежностей, які розглядаються у роботах низки авторів, до прикладу, виділимо праці [8]—[13]. Науковці констатують факт, що такий підхід дозволяє досягти компромісу між складністю декодера та його робочими характеристиками. Але недоліком є втрата оптимальності алгоритму декодування, що відображається у ході експериментального аналізу частот виникнення помилок та енергетичного виграшу від кодування.

Тому метою роботи є розробка модифікації турбо-декодера, особливістю якої є використання спрощеного розрахунку кореляційних метрик на трелліс-діаграмі кодера, що дозволяє отримати енергетичний виграш порівняно з іншими відомими алгоритмами турбо-декодування без значної втрати ефективності порівняно з оптимальним алгоритмом MAI.

Результати теоретичного дослідження

Ймовірнісне декодування згорткового турбо-коду виконується за допомогою ітеративного декодера з відповідними компонентними кодерами. Зовнішня інформація Λ_e для k -го біта першого (другого) декодера з урахуванням інтерлівінгу π використовується як апіорна інформація Λ_a для другого (першого) декодера, для уточнення апостеріорного результату Ω враховують каналне значення Λ_c . Такий процес дозволяє підвищити ймовірність декодування символу, ітерації повторюються поки м'які рішення не будуть стабільними. Результат обчислень подається сумою 3-х складових: каналного Λ_c , апіорного Λ_a та зовнішнього Λ_e вимірювань з урахуванням переходів на трелліс-діаграмі кодера із попереднього стану s' в наступний s [4].

Для зменшення обчислювальної складності алгоритм MAI використовують у логарифмічній формі [6], [8]. Відповідні кореляційні метрики $\alpha_k(s)$ і $\beta_{k-1}(s')$ прямого та зворотного шляхів на трелліс-діаграмі кодера, а також метрику переходу $\gamma_k(s',s)$ для декодування довільного інформаційного біта d_k з урахуванням v перевірочних бітів складового кодера можна записати так:

$$\alpha_k^{\ln}(s') = \ln \left(\sum_{(s',s)} \exp(\gamma_k^{\ln}(s',s) + \alpha_{k-1}^{\ln}(s')) \right); \quad (1)$$

$$\beta_{k-1}^{\ln}(s') = \ln \left(\sum_{(s',s)} \exp(\gamma_k^{\ln}(s',s) + \beta_k^{\ln}(s)) \right); \quad (2)$$

$$\gamma_k^{\ln}(s',s) = \frac{1}{2} \left(d_k \Lambda_c x_k + \left(\sum_{v=2}^n d_{k,v} \cdot \Lambda_c x_{k,v} \right) + d_k \Lambda_a(d_k) \right). \quad (3)$$

Після низки перетворень та спрощень отримаємо формулу для апостеріорного розв'язання:

$$\Omega^{\ln}(d_k) = \Lambda_c x_k + \Lambda_a(d_k) + \Lambda_e(d_k) = \Lambda_c x_k + \Lambda_a(d_k) + \ln \frac{\sum_{(s',s)} \exp(\alpha_{k-1}^{\ln}(s') + \beta_k^{\ln}(s) + \gamma_k^{\ln}(s',s))}{\sum_{d_k=-1} \exp(\alpha_{k-1}^{\ln}(s') + \beta_k^{\ln}(s) + \gamma_k^{\ln}(s',s))}. \quad (4)$$

Для спрощення подібних обчислень застосовують логарифм Якобіана, який дозволяє отримати вираз з коригувальною функцією f для логарифма сум експоненціальних складових [4], [8]:

$$\lambda = \ln(\exp(X) + \exp(Y)) = \max(X, Y) + \ln(1 + \exp(-|X - Y|)) = \max(X, Y) + f(|X - Y|) = \max(X, Y) + f. \quad (5)$$

Замість багаторазових викликів логарифмів $\ln(\cdot)$ та відносно повільної і ресурсозатратної функції $\exp(\cdot)$ запропоновано використання апроксимації коригувальної функції f . Після аналізу та дослідження функцій з різними формами та параметрами визначено, що доцільно розділити інтервал аргументу функції f , на частини, причому, якщо $|X - Y| > 4$, то коригувальна функція набуває зна-

чення малої константи. Тоді для моделювання використаємо комп'ютерний пошук лінійних функцій-частин виду $f_i = a_i |X_i - Y_i| + b_i$ ($i = 1, 2, \dots$), де параметри a_i та b_i можна знайти за методом найменших квадратів [14]. У результаті отримано кусково-лінійну коригувальну функцію f_{mod} , яку можна записати у такому вигляді:

$$f_{mod} = \begin{cases} -0,3792|X - Y| + 0,6754, & \text{якщо } |X - Y| \in [0;1), \\ -0,2229|X - Y| + 0,5327, & \text{якщо } |X - Y| \in [1;1,5), \\ -0,1483|X - Y| + 0,4213, & \text{якщо } |X - Y| \in [1,5;2), \\ -0,0773|X - Y| + 0,2758, & \text{якщо } |X - Y| \in [2;3), \\ -0,0300|X - Y| + 0,1362, & \text{якщо } |X - Y| \in [3;4), \\ + 0,0100, & \text{якщо } |X - Y| \in (4; \infty). \end{cases} \quad (6)$$

Порівнюємо статистичні оцінки на тестовому діапазоні [0:0,001:10] для набору функцій, які досліджено у роботах [8]—[13] та використано у практичних задачах, з отриманою залежністю. У табл. 1 показник $\Delta = |R_i - R_z|/R_i$ показує перевагу запропонованої функції R_z над аналогом R_i за використання середньоквадратичної похибки $RMSE$ та лінійного коефіцієнта кореляції R . Коригувальна функція f_{mod} точніша ніж аналоги: краще значення $RMSE$ та R (+0,1102...11,7759 %).

Таблиця 1 Зазвичай турбо-декодер розробляють з використанням

Порівняння статистичних оцінок

Аналог	$RMSE$	R	Δ , %
[8]	0,0088	5	0,1102
[9]	0,0136	0,9975	0,2005
[10]	0,0173	0,9958	0,3716
[11]	0,0171	0,9941	0,5432
[12]	0,0642	0,9352	6,8755
[13]	0,0808	0,8942	11,7759
Ця стаття	0,0071	0,9995	0,0000

цифрових сигнальних процесорів, наприклад, пристроїв із сімейства ADSP-21000 [15]. На основі праці [16] визначено загальну кількість операцій (табл. 1), необхідних для декодування бінарного символу на ADSP-21065L: додавання (ADD), віднімання (SUB), множення (MULT), ділення $1/a$ (RECIPS), порівняння (COMP), пошук максимального (MAX) та абсолютно-го (ABS) значень. Для цього проведено аналіз формул обчислення транзитної (γ), прямої (α) та зворотної (β) метрик, нормалізованих метрик (α_n , β_n), апостеріорних (Ω) та зовнішніх (Λ_e) значень, а також фінальних жор-

стких рішень (d).

Таблиця 2

Оцінювання кількості виконаних операцій для запропонованої модифікації

Операції	γ	α	β	α_n	β_n	Ω	Λ_e	d
ADD	$2 \cdot 2^m \cdot v$	$4 \cdot 2^m$	$4 \cdot 2^m$	—	—	$8 \cdot 2^m - 4$	—	—
SUB	—	2^m	2^m	2^m	2^m	$2 \cdot 2^m - 1$	2	—
MULT	$2 \cdot 2^m \cdot v + 6 \cdot 2^m$	2^m	2^m	—	—	$2 \cdot 2^m - 2$	1	1
RECIPS	—	—	—	—	—	—	—	1
COMP	—	$6 \cdot 2^m$	$6 \cdot 2^m$	—	—	$12 \cdot 2^m - 12$	—	—
MAX	—	2^m	2^m	$2^m - 1$	$2^m - 1$	$2 \cdot 2^m - 2$	—	—
ABS	—	2^m	2^m	—	—	$2 \cdot 2^m - 2$	—	1

Додавши узагальнені кількості операцій для циклу декодування, з урахуванням кількості комірок пам'яті кодера m та символів v з його виходу отримуємо таку функцію:

$$f_1(m, v) = 2^{m+2} \cdot v + 33 \cdot 2^{m+1} - 19. \quad (7)$$

Якщо виконати порівняння з алгоритмом декодування MAI, для якого загальна кількість операцій на ітерацію декодування становить [16]

$$f_2(m, v) = 2^{m+2} \cdot v + 153 \cdot 2^{m+1} + 361, \quad (8)$$

то можна побачити зменшення кількості обчислень на $120 \cdot 2^{m+1} + 380$ операцій.

Експериментальне дослідження

Для тестування ефективності модифікації застосуємо комп'ютерне імітаційне моделювання системи передавання цифрових даних. Модель експерименту: генератор псевдовипадкових послідовностей символів (генератор — «вихор Мерсенна»), розмір кадру $N = 1024$ біта, турбо-код з двома компонентними згортковими рекурсивними систематичними кодерами без перфорації бітів та швидкістю $r = 1/3$, термінація кодера відбувається за допомогою «хвоста» довжиною $l = 2$ біти; псевдовипадковий інтерлівер, кількість ітерацій декодування $I = 8$, модем на основі двійкової фазової маніпуляції (ДФМ), канал з адитивним білим гаусівським шумом (генератор — «Зіккурат»), показник сигнал/шум $E_b/N_0 = [0..3]$ дБ, критерії закінчення — час (до 2 годин на крок) і кількість пошкоджених кадрів (не менше $q = 12$). Результати експерименту показані на рис. 1.

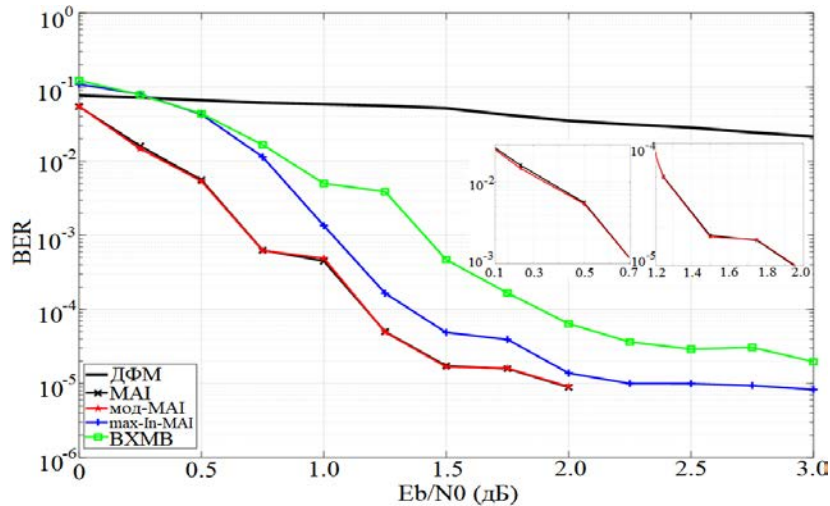


Рис. 1. Результати моделювання

Отже, модифікований алгоритм переважає ДФМ та класичні алгоритми турбо-декодування, досягаючи показників BER MAI ($RMSE = 0,0003$, $R = 0,9998$), але має меншу обчислювальну складність. Якщо значення $E_b/N_0 > 3$ дБ, то коригуюча функція практично не впливає на рівень BER , що помітно з аналізу кривої $BER = f(E_b/N_0)$ алгоритму $\max\text{-ln-MAI}$, для якого ця функція виключена з розрахунків. Модифікація дозволяє отримати енергетичний виграш $\sim 0,46..0,58$ дБ для $BER = 10^{-3}..10^{-4}$ і більше 1,0 дБ для $BER = 10^{-5}$ порівняно з алгоритмом VXMB та у середньому $\sim 0,12..0,69$ дБ — з $\max\text{-ln-MAI}$.

У другому експерименті дослідимо роботу модифікованого турбо-декодера на мультимедійних даних. Модель експерименту практично повторює попередню, але задано кольорове зображення «vntu.jpg» (681 кадр, 3632 біти у пакеті) та фіксований показник сигнал/шум $E_b/N_0 = 1,5$ дБ. Результати показано на рис. 2 (у верхньому лівому куті вказано кількість ітерацій декодування I).

Чисельні значення BEN/SEN (кількості бітових та символних помилок), а також BER/SER (частоти бітових та символних помилок) показані в табл. 3.

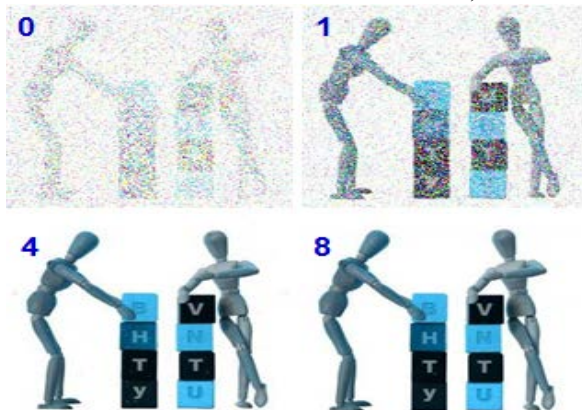


Рис. 2. Результати передавання зображення

Таблиця 3

Статистика процесу передавання

I	BEN	SEN	BER	SER
0	502331	96634	0,1801	0,5543
1	165632	64631	0,0594	0,3707
4	596	346	$2,1367 \cdot 10^{-4}$	$1,9847 \cdot 10^{-3}$
8	12	3	$4,3020 \cdot 10^{-6}$	$1,7208 \cdot 10^{-5}$

Отже, зі збільшенням кількості ітерацій декодування якість зображення підвищується (кількість помилок у бітах та символах зменшуються), тобто результати експериментів свідчать про те, що модифікація дозволяє досягти хорошої коригувальної здатності за низьких співвідношень сигнал/шум.

Висновки

У роботі для процесу декодування згорткового турбо-коду запропоновано використання точнішої за аналогії кусково-лінійної апроксимації коригувальної функції. Така модифікація дозволяє зменшити кількість обчислень у алгоритмі турбо-декодування МАІ. До того ж, після проведеного імітаційного моделювання удосконалений алгоритм показав характеристики близькі до МАІ практично з тією ж енергетичною ефективністю. Отримані результати можуть бути корисними для аналізу турбо-кодів та вибору елементної бази у ході їхньої апаратно-програмної реалізації залежно від вимог, які висуваються до системи передавання цифрових даних.

СПИСОК ВИКОРИСТАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ

- [1] C. Berrou, A. Glavieux, and P. Thitimajshima, "Near Shannon Limit Error-Correcting Coding and Decoding: Turbo Codes," *Proceedings of ICC*, Geneva, pp. 1064-1070, 1993. <https://doi.org/10.1109/ICC.1993.397441> .
- [2] F. L. Morgos, A.-M. Cuc, and C. Grava, "Performance Analysis of Turbo Codes, LDPC Codes, and Polar Codes over an AWGN Channel in the Presence of Inter Symbol Interference," *Sensors*, pp. 19, 2023. <https://doi.org/10.3390/s23041942> .
- [3] X.-G. Xia, "Understanding Turbo Codes: A Signal Processing Study," *Journal of Information and Intelligence*, pp. 1-13, 2024. <https://doi.org/10.1016/j.jiixd.2023.10.003> .
- [4] Ю. Ю. Іванов, Р. Н. Кветний, С. Г. Кривогубченко, і О. В. Стукач, «Особливості оцінювання параметрів процесу передавання даних із використанням турбо-кодів», *Метрологія і прилади*, № 3, с. 25-32, 2017.
- [5] Ю. Ю. Іванов, «Особливості апаратно-програмної реалізації турбо-кодів: аналіз складності реалізації на цифровому сигнальному процесорі», *Вісник Вінницького політехнічного інституту*, Вінниця, № 2, с. 94-101, 2016.
- [6] Yu. Yu. Ivanov, V. V. Kovtun, "Crypto Coding System Based on the Turbo Codes with Secret Keys," *ICT Express*, South Korea, pp. 6, 2024. <https://doi.org/10.1016/j.ict.2023.08.007> .
- [7] B. O. Bodnarenko, Yu. Yu. Ivanov, and S. M. Skuratov, "Hybrid Turbo-Decoding Method," in *MININGMETALTECH International scientific and technical conference*, 2023, pp. 228-230.
- [8] P. Robertson, E. Villebrun, and P. Hoeher, "A Comparison of Optimal and Sub-optimal MAP Decoding Algorithms Operating in the log Domain," *Gateway to Globalization, IEEE International Conference on Communications*, 1995, pp. 1009-1013. <https://doi.org/10.1109/ICC.1995.524253> .
- [9] S. Asoodeh, "A New Constructive Approximation in Log-Map Turbo Decoder," *WSEAS International Conference on Electronics, Hardware, Wireless and Optical Communications*, Cambridge, 2008, pp. 220-224.
- [10] L. Zhang, and S.-Z. Yu, "A Simplified log-MAP Turbo Decoder by Fitting Method," *Proceedings of IEEE International Conference on Advanced Communication Technology*, 2005, pp. 854-857. <https://doi.org/10.1109/ICACT.2005.246085>.
- [11] С. В. Зайцев, «Модифікований алгоритм декодування турбокодів log-MAP з урахуванням впливу навмисних завад», *Математичні машини і системи*, с. 70-79, 2015.
- [12] S. Talakoub, L. Sabeti, B. Shahrrava, and M. Ahmadi, "A Linear log-MAP Algorithm for Turbo Decoding and Turbo Equalization," *IEEE International Conference on Wireless And Mobile Computing, Networking And Communications*, 2005, pp. 182-186. <https://doi.org/10.1109/WIMOB.2005.1512836> .
- [13] W. J. Gross, and P. G. Gulak, "Simplified MAP Algorithm Suitable for Implementation of Turbo Decoders," *IET Journal*, pp. 1577-1578, 1998. <https://doi.org/10.1049/el:19981120> .
- [14] S. C. Chapra, and R. P. Canale, "Numerical Methods for Engineers (Chapter 17: Least-Squares Regression)," *McGraw-Hill Higher Education*, pp. 454-484, 2006.
- [15] ADSP-21065L SHARC *Processor User's Manual*. [Electronic resource]. Available: https://www.analog.com/media/en/dsp-documentation/processor-manuals/37788354774923823818314265L_book_um.pdf. Accessed: 12.12.2024.
- [16] Ю. Ю. Іванов, Б. О. Боднарченко, Є. О. Звездецький, і Ю. С. Здітовецький, «Оцінювання складності декодування згорткових турбо-кодів та блокових кодів турбо-добутків», *Вісник Вінницького політехнічного інституту*, № 1, с. 51-55, 2024. <https://doi.org/10.31649/1997-9266-2024-172-1-51-55> .

Рекомендована кафедрою автоматизації та інтелектуальних інформаційних технологій ВНТУ

Стаття надійшла до редакції 28.12.2024

Іванов Юрій Юрійович — канд. техн. наук, доцент, доцент кафедри автоматизації та інтелектуальних інформаційних технологій, e-mail: Yura881990@i.ua ;

Боднарченко Богдан Олександрович — аспірант кафедри автоматизації та інтелектуальних інформаційних технологій, e-mail: bodya.bodnarenko@gmail.com ;

Борисюк Дмитро Вікторович — канд. техн. наук, доцент, доцент кафедри автомобілів та транспортно-го менеджменту, e-mail: bddv@ukr.net ;

Щиров Олександр Сергійович — аспірант кафедри автоматизації та інтелектуальних інформаційних технологій, e-mail: olexandr.shchirov@gmail.com .

Вінницький національний технічний університет, Вінниця

Yu. Yu. Ivanov¹
B. O. Bodnarenko¹
D. V. Borysiuk¹
O. S. Shchyrov¹

Modified Algorithm for Decoding Convolutional Turbo-Codes

¹Vinnitsia National Technical University

At the current stage of development of the theory of error-correcting codes, a turbo-code is a promising technique, which provides the necessary error-correcting characteristics for various data transmission systems. It represents a powerful class of error-correcting codes with a unique codec structure, capable of operating effectively at high speeds in channels with low useful energy, almost completely using channel capacity by the principles of K. Shannon. The process of turbo-decoding using specialized iterative probabilistic algorithms requires significant computational resources, which can become a limitation for real digital data transmission systems. The article proposes a suboptimal modification of the turbo-decoding algorithm based on the maximum a posteriori likelihood in an iterative form, which uses the approximation of the correction function during the calculation of the correlation metrics of the trellis-diagram transitions of a recursive systematic convolutional code. The proposed function outperforms analogues in the base interval of values by statistical indicators.

The algorithm's efficiency was demonstrated during computer simulation of the work process of a digital data transmission system on random frames and multimedia data. The experimental functional dependence of the bit error rate on the signal/noise ratio in the communication channel was found and analyzed. It was determined that the modified algorithm outperforms several analogues in the terms of energy gain in communication channels with a high level of noise component, its efficiency is as close as possible to the basic algorithm, but has lower computational complexity. The article can be useful for engineers and designers of data transmission systems since it allows more efficient analysis and synthesis of turbo-codes depending on the given tasks.

Keywords: data transmission, error-correcting code, convolutional turbo-code, decoding, correction function, simulation.

Ivanov Yurii Yu. — Cand. Sc. (Eng.), Associate Professor, Associate Professor of the Chair of Automation and Intellectual Information Technologies, e-mail: Yura881990@i.ua ;

Bodnarenko Bohdan O. — Post-Graduate Student of the Chair of Automation and Intellectual Information Technologies, e-mail: bodya.bodnarenko@gmail.com;

Borysiuk Dmytro V. — Cand. Sc. (Eng.), Associate Professor, Associate Professor of the Chair of Automobiles and Transport Management, e-mail: bddv@ukr.net ;

Shchyrov Oleksandr S. — Post-Graduate Student of the Chair of Automation and Intellectual Information Technologies, e-mail: olexandr.shchyrov@gmail.com