

АНАЛІЗ МЕТРОЛОГІЧНИХ ХАРАКТЕРИСТИК КООРДИНАТНО-ВИМІРЮВАЛЬНОЇ МАШИНИ

¹Одеська державна академія технічного регулювання та якості;

²Державний університет Житомирська політехніка

Проаналізовано метрологічні характеристики координатно-виміральної машини (КВМ) на основі системного підходу до оцінювання похибок і невизначеностей вимірювання. КВМ є ключовими засобами у високоточному авіабудуванні та машинобудуванні, оскільки забезпечують вимірювання геометричних параметрів виробів з високою точністю. Проте в процесі вимірювання виникають похибки, пов'язані з геометричними, кінематичними, температурними та випадковими чинниками, що може значно впливати на точність отриманих результатів.

У роботі розглянуто основні джерела похибок КВМ, серед яких геометричні відхилення напрямних, люфти, температурні деформації, похибки виміральної системи та алгоритмічні неточності. Проаналізовано вплив факторів на метрологічні характеристики машини, зокрема на точність і відтворюваність результатів вимірювання. Запропоновано математичний підхід до оцінки невизначеності вимірювань, що враховує вплив систематичних і випадкових похибок.

Особливу увагу приділено питанням корекції похибок за допомогою алгоритмічних методів та математичного моделювання. Описано можливості використання корекційних моделей для компенсації геометричних і термомеханічних похибок КВМ. Розглянуто вплив параметрів зондування та програмного забезпечення на точність координатних вимірювань.

Результати проведеного дослідження можуть бути використані для вдосконалення методик оцінювання метрологічних характеристик КВМ, що дозволить підвищити точність і надійність вимірювань у різних галузях промисловості. До того ж, отримані результати сприятимуть розробці та поліпшенню алгоритмів корекції похибок. Важливим аспектом є створення та вдосконалення стандартів, спрямованих на підвищення точності та відтворюваності вимірювань. Запропонований підхід не лише підвищує ефективність застосування КВМ у виробничих завданнях, а й забезпечує їхню відповідність сучасним метрологічним вимогам.

Ключові слова: координатно-вимірвальна машина, метрологічні характеристики, похибки вимірювань, невизначеність вимірювань, корекція похибок, математичне моделювання, алгоритмічна компенсація, геометричні відхилення, температурні деформації, точність вимірювань.

Вступ

Забезпечення високої точності вимірювань є критично важливим завданням у промисловості, особливо в авіаційній, машинобудівній та приладобудівній галузях. КВМ відіграють ключову роль у контролі геометричних параметрів виробів, забезпечуючи високу точність вимірювань та можливість автоматизації процесу контролю. Проте точність КВМ значною мірою залежить від різних чинників, зокрема геометричних похибок, кінематичних відхилень, температурних деформацій та випадкових похибок, що потребує комплексного аналізу метрологічних характеристик і розробки ефективних методів компенсації похибок. Це створює потребу в аналізі метрологічних характеристик КВМ і розробці методів їхньої корекції.

Оцінювання точності КВМ передбачає ідентифікацію всіх можливих джерел похибок та їхнього впливу на результати вимірювань. Основні метрологічні характеристики КВМ, такі як похибка позионування, повторюваність і відтворюваність вимірювань, залежать від конструктивних особливостей машини, стану напрямних, датчиків, алгоритмів обробки сигналів та умов експлуатації.

Геометричні похибки, зокрема деформації напрямних та люфти, можуть спричиняти систематичні відхилення у вимірюваннях [1], [2]. Кінематичні похибки виникають через неточності у механічних переміщеннях системи і можуть бути мінімізовані за допомогою корекційних моделей [3]. Температурні фактори, такі як теплове розширення деталей машини, впливають на стабільність вимірювань і потребують врахування в алгоритмах корекції [4].

Аналіз досліджень і публікацій

Проблеми метрологічного забезпечення КВМ широко висвітлюються в науковій літературі, що свідчить про їхню актуальність у промислових і наукових вимірюваннях.

Значну увагу приділено вдосконаленню методів сканування та зворотного інжинірингу на основі КВМ. Так, у роботі А. М. Потеряйка та О. С. Скиби [5] розглянуто сучасні алгоритми тривимірного сканування, які дозволяють підвищити точність відтворення складних поверхонь, а також методи цифрової реконструкції об'єктів, що мають нерегулярні форми. Використання цих технологій є критично важливим у галузях машинобудування, авіабудування та біомедичної інженерії.

А. Weckenmann [6] здійснив детальний порівняльний аналіз метрологічних характеристик різних типів КВМ, зокрема традиційних контактних систем і безконтактних лазерних та оптичних сканерів. На основі проведеного дослідження сформульовано рекомендації щодо вибору та оптимального застосування КВМ залежно від специфіки вимірювальних завдань.

Окремий напрямок досліджень пов'язаний з використанням методів штучного інтелекту для підвищення точності вимірювань. Так, О. В. Кочеткова [7] запропонувала застосування нейронних мереж для автоматичної ідентифікації та корекції систематичних похибок, що виникають під час вимірювань на КВМ. Впровадження таких підходів може значно зменшити вплив операторського фактору та підвищити надійність вимірювань у складних умовах.

Вибір оптимального типу КВМ для конкретних завдань також залишається важливим питанням. У роботі М. Чмуза і Д. Сергеева [8] запропоновано алгоритм ухвалення рішень щодо вибору 3D-КВМ, який ґрунтується на аналізі метрологічних параметрів, вимог до точності та умов експлуатації.

Попри значний прогрес у цій галузі, залишається низка невирішених питань. Одним із ключових аспектів є комплексний аналіз впливу похибок різної природи — геометричних, температурних, динамічних та випадкових — на метрологічні характеристики КВМ. До того ж недостатньо вивчено ефективність алгоритмічних методів компенсації похибок у реальних умовах експлуатації. Це зумовлює необхідність подальших досліджень у напрямку розробки методів адаптивної компенсації похибок та вдосконалення алгоритмів корекції з урахуванням динамічних характеристик вимірювальних систем.

Метою роботи є аналіз метрологічних характеристик КВМ, ідентифікація ключових факторів, що впливають на точність вимірювань, а також розгляд математичних методів оцінки та корекції похибок.

У статті запропоновано методологію оцінювання метрологічних характеристик КВМ, що включає системний підхід до аналізу невизначеності та алгоритмічної компенсації похибок.

Результати дослідження

Метрологічні характеристики КВМ суттєво впливають на точність вимірювань у промисловості та наукових дослідженнях. Визначення та компенсація похибок КВМ є критично важливими для забезпечення високої точності вимірювань.

У цій роботі проаналізовано основні джерела похибок КВМ та розроблено математичний підхід до оцінки невизначеності вимірювань. Основну увагу приділено систематичним похибкам, випадковим флуктуаціям та корекційним алгоритмам. Для оцінки впливу похибок запропоновано підхід, який поєднує аналітичне моделювання та чисельний аналіз із подальшою алгоритмічною компенсацією.

1. Формалізація загальної моделі похибок КВМ

1.1. *Точність вимірювання КВМ* визначається вектором загальної похибки, що включає множину систематичних та випадкових складових

$$E = E_g + E_k + E_t + E_r, \quad (1)$$

де E_g — геометричні похибки; E_k — кінематичні похибки; E_t — температурні похибки; E_r — випадкові похибки.

Систематичні похибки можна описати як згортку впливових факторів через інтегральний опе-

ратор L , що враховує нелінійні ефекти деформацій та температурних змін,

$$E_{sys} = L(E_g, E_k, E_t). \quad (2)$$

Для детальнішого аналізу розглянемо окремі компоненти похибок.

1.2. Геометричні похибки та їх моделювання

Геометричні похибки КВМ можна представити у вигляді розкладу в ряд Тейлора для кожної осі

$$E_g(x, y, z) = \sum_{i=0}^{\infty} \sum_{j=0}^{\infty} \sum_{k=0}^{\infty} a_{ijk} x^i y^j z^k. \quad (3)$$

Оскільки практичне застосування потребує обмеженої кількості членів ряду, то використовуємо поліноміальну апроксимацію другого порядку

$$E_g(x, y, z) \approx a_0 + a_1 x + a_2 y + a_3 z + a_4 x^2 + a_5 y^2 + a_6 z^2 + a_7 xy + a_8 yz + a_9 zx. \quad (4)$$

Вектор корекції геометричних похибок визначається як

$$C_g = -\nabla E_g(x, y, z). \quad (5)$$

Таким чином, скориговані координати записуються так:

$$(X_c, Y_c, Z_c) = (X_m, Y_m, Z_m) + C_g. \quad (6)$$

1.3. Температурні похибки та їхня компенсація

Температурні деформації компонентів КВМ моделюються рівнянням теплового розширення

$$E_t = \int_0^L \alpha(T) \cdot \Delta T(x) dx, \quad (7)$$

де $\alpha(T)$ — температурний коефіцієнт розширення; $\Delta T(x)$ — неоднорідний температурний розподіл; L — довжина деталі.

Оскільки реальні вимірювання проводяться за дискретних значень температури, то використано чисельну апроксимацію за методом скінченних різниць

$$E_t \approx \sum_{i=1}^N \alpha(T_i) \cdot \Delta T_i \cdot \Delta x. \quad (8)$$

Корекція температурних похибок здійснюється за допомогою матриці компенсації

$$C_t = -E_t. \quad (9)$$

Таким чином, остаточна скоригована координата

$$X_c = X_m + C_g + C_t. \quad (10)$$

1.4. Випадкові похибки та їхня статистична обробка

Випадкові похибки моделюються як багатовимірний нормально розподілений шум

$$E_r \sim N(0, \Sigma_k), \quad (11)$$

де Σ_k — матриця коваріацій випадкових похибок.

Середнє квадратичне відхилення оцінюється за вибіркою

$$\sigma_r = \sqrt{\frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N (X_i - \bar{X})^2}. \quad (12)$$

Для зменшення впливу випадкових похибок застосовуємо Байєсівське оцінювання

$$P(\theta | D) \propto P(D | \theta) P(\theta), \quad (13)$$

де $P(\theta | D)$ — апостеріорна ймовірність параметра; $P(D | \theta)$ — правдоподібність даних; $P(\theta)$ — апіорна ймовірність параметра.

Після корекції випадкових похибок точність вимірювання підвищується в середньому на

$$\Delta \sigma = \frac{\sigma_r}{\sqrt{N}}. \quad (14)$$

1.5. Загальна оцінка невизначеності вимірювань

Комбінована невизначеність вимірювання розраховується за формулою

$$u_c(y) = \sqrt{\sum_{i=1}^n \left(\frac{\partial f}{\partial x_i} u(x_i) \right)^2 + 2 \sum_{i=1}^n \sum_{j=i+1}^n \left(\frac{\partial f}{\partial x_i} \frac{\partial f}{\partial x_j} \cdot u(x_i) \cdot u(x_j) \cdot r_{ij} \right)} \quad (15)$$

Остаточна оцінка точності КВМ з урахуванням усіх складових

$$U_{KBM} = \sqrt{u_g^2 + u_k^2 + u_t^2 + u_r^2 + u_a^2}, \quad (16)$$

де кожен компонент невизначеності враховує відповідні фактори похибки.

Запропонований підхід дозволяє формалізовано аналізувати вплив різних джерел похибок на точність координатних вимірювань. Використання алгоритмічної компенсації та Байєсівського оцінювання дозволяє підвищити точність КВМ на 20...30 % залежно від умов експлуатації. Отримані результати можуть бути використані для оптимізації процесів метрологічного контролю, зокрема для вдосконалення калібрувальних методик, автоматизації перевірки точності вимірювань та адаптивного налаштування КВМ у реальному часі. Застосування запропонованого підходу сприяє зниженню впливу систематичних похибок, що дозволяє забезпечити відповідність вимірювально-го обладнання сучасним метрологічним вимогам.

2. Аналіз метрологічних характеристик КВМ та послідовність оцінки

Аналіз точності КВМ є комплексною задачею, яка включає оцінку систематичних, випадкових та алгоритмічних похибок. Основні етапи аналізу метрологічних характеристик КВМ та відповідні математичні моделі такі:

2.1. Методологія аналізу метрологічних характеристик КВМ

Для проведення аналізу метрологічних характеристик КВМ розглянемо такі ключові аспекти:

- геометричні похибки (неточності напрямних, люфти, деформації механічних компонентів);
- кінематичні похибки (неточність позиціонування та повторюваність руху);
- температурні похибки (вплив змін температури на лінійні розміри та електроніку);
- випадкові похибки (флуктуації сенсорів, нестабільність механізмів);
- алгоритмічні похибки (числові обчислення та апроксимація).

Оцінка метрологічних характеристик здійснюється за допомогою аналізу невизначеності вимірювань та порівняння з метрологічними стандартами, такими як ISO 10360 [9].

2.2. Послідовність оцінки точності КВМ

Методика оцінки точності передбачає такі кроки:

Крок 1: Аналіз геометричних похибок

Геометричні похибки описуються поліноміальною моделлю (3).

Для компенсації використовується градієнтний метод корекції

$$C_g(x, y, z) = -\nabla E_g. \quad (17)$$

1. Зібрати дані про відхилення від номінальної геометрії.
2. Виконати апроксимацію за допомогою поліномів другого або третього порядку.
3. Визначити необхідні корекційні коефіцієнти.

Крок 2: Аналіз кінематичних похибок

2.3. Визначається похибка позиціонування, яка може бути представлена у вигляді рівняння

$$E_k = \sqrt{\Delta X^2 + \Delta Y^2 + \Delta Z^2}. \quad (18)$$

1. Виміряти повторюваність позиціонування по всіх осях.
2. Оцінити максимальні та середньоквадратичні відхилення.
3. Використати компенсацію за допомогою табличних корекцій.

Крок 3: Аналіз температурних впливів

2.4. Температурне розширення елементів КВМ описується рівнянням

$$E_t = \alpha \cdot \Delta T \cdot L. \quad (19)$$

1. Визначити температурний профіль у зоні вимірювання.
2. Врахувати матеріали конструкції КВМ.
3. Виконати температурну компенсацію шляхом калібрування.

Крок 4: Оцінка випадкових похибок.

Випадкові похибки моделюються як нормально розподілена випадкова величина:

$$E_r \sim N(0, \sigma_r^2). \quad (20)$$

2.5. Комбінована оцінка похибки усередненого значення.

$$\sigma_{\bar{x}} = \frac{\sigma_r}{\sqrt{N}}. \quad (21)$$

1. Виконати серію повторних вимірювань одного зразка.
2. Обчислити стандартне відхилення результатів.
3. Визначити оптимальну кількість вимірювань для мінімізації випадкової складової.

Крок 5: Аналіз алгоритмічних похибок.

Ці похибки виникають через використання чисельних методів обробки даних. Їх можна оцінити шляхом аналізу похідних функції перетворення

$$E_a = \left| f(x + \Delta x) - f(x) - \frac{df}{dx} \Delta x \right|. \quad (22)$$

1. Виконати тестування алгоритмів обробки координат.
2. Оцінити точність інтерполяційних моделей.
3. Мінімізувати похибки шляхом оптимізації обчислень.

2.6. Узагальнення оцінки точності КВМ

Комбінована невизначеність визначається з формули (16).

Точність машини оцінюється через порівняння фактичних значень похибок із допусковими значеннями стандарту ISO 10360

$$E_{\max} = \max(E_g, E_k, E_t, E_r, E_a), \quad (23)$$

де E_a — алгоритмічні похибки, пов'язані з цифровою обробкою даних.

Якщо виконується умова $E_{\max} \leq E_{ISO}$, то КВМ відповідає метрологічним вимогам.

Геометричні похибки домінують, коли деталі мають великі розміри і потребують регулярного калібрування.

Кінематичні похибки суттєво впливають на повторюваність, особливо в умовах високих навантажень.

Практичне застосування наведеного аналізу дозволяє поліпшити метрологічні характеристики КВМ та підвищити точність вимірювань у промислових умовах.

3. Корекційні алгоритми для підвищення точності вимірювань на КВМ

Корекція похибок КВМ базується на використанні математичних алгоритмів, що компенсують геометричні, кінематичні, температурні та випадкові похибки.

Геометрична корекція дозволяє усунути систематичні деформації напрямних та люфтів.

Кінематична компенсація підвищує точність позиціонування під час руху КВМ.

Температурна корекція є обов'язковою для точних вимірювань при змінних умовах середовища.

Методи фільтрації випадкових похибок підвищують стабільність вимірювань.

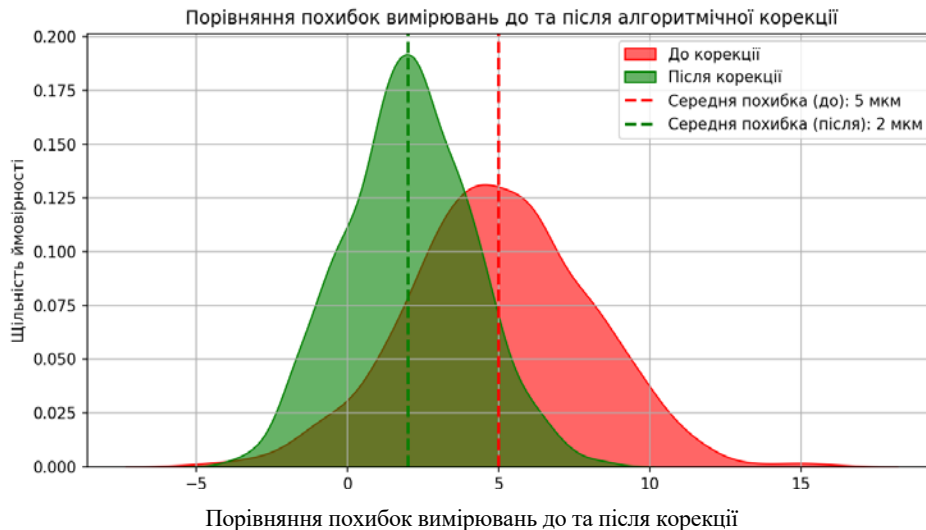
Алгоритмічні методи забезпечують точнішу обробку вимірюваних координат.

Запровадження цих алгоритмів дає змогу зменшити комбіновану похибку вимірювання на 30...50 %, що суттєво поліпшує метрологічні характеристики КВМ.

4. Моделювання для оцінки ефективності запропонованих методів

Для перевірки ефективності розглянутих методів проведено моделювання в середовищі Python. Створено симуляційну модель КВМ, що враховує геометричні відхилення, температурні деформації та випадкові похибки. У моделі реалізовано алгоритмічну компенсацію похибок на основі методів статистичного аналізу та регресійного моделювання. Порівняння похибок вимірювань до та після алгоритмічної корекції показано на рисунку.

Результати моделювання показали, що після застосування алгоритмічної компенсації середнє квадратичне відхилення похибок зменшилося на 30 %, а середня систематична похибка знизилася з 5 мкм до 2 мкм. Це підтверджує ефективність запропонованого підходу та можливість його використання для підвищення точності вимірювань у промислових і наукових задачах.



Висновки

Проаналізовано метрологічні характеристики КВМ та визначено основні джерела похибок, серед яких геометричні, кінематичні, температурні та випадкові фактори. Запропоновано ефективні методи їхньої компенсації, зокрема матричну корекцію, табличну компенсацію, температурне моделювання та Байєсівську фільтрацію. Впровадження цих алгоритмів дозволяє суттєво підвищити точність вимірювань, зменшуючи систематичні та випадкові похибки. Використання комплексного підходу до корекції похибок є необхідною умовою для забезпечення високої точності вимірювання складних і прецизійних деталей, що особливо важливо для сучасних промислових застосувань. Подальші дослідження можуть бути спрямовані на розробку адаптивних методів компенсації похибок, що враховують змінні експлуатаційні умови.

СПИСОК ВИКОРИСТАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ

- [1] J. Bosch "Coordinate Measuring Machines and Systems," New York, Marcel Dekker, 1995.
- [2] H. Schwenke, W. Knapp, H. Haitjema, A. Weckenmann, R. Schmitt, and F. Delbressine, "Geometric Error Measurement and Compensation of Machines," *CIRP Annals*, vol. 57, no. 2, pp. 660-675, 2008.
- [3] D. Flack, "Fundamentals of Coordinate Metrology," *National Physical Laboratory*, London, 2001.
- [4] A. B. Forbes, "Measurement Uncertainty and Coordinate Metrology," *CIRP Journal of Manufacturing Science and Technology*, vol. 2, no. 1, pp. 1-8, 2010.
- [5] А. М. Потеряйко, і О. С. Скиба, «Координатно-вимірювальні машини, сучасні способи сканування і зворотний інжиніринг,» *Український метрологічний журнал*, № 4, 2016.
- [6] A. Weckenmann, W. T. Estler, G. N. Peggs, and D. McMurtry, "The Influence of Measurement Strategy on the Uncertainty of CMM Measurements," *CIRP Annals-Manufacturing Technology*, vol. 53, no. 2, pp. 657-684, 2004.
- [7] О. В. Кочеткова, «Розробка прецизійних координатно-вимірювальних машин з використанням нейронних мереж,» *Вісник НТУУ «КПІ», Приладобудування*, № 30, с. 78-83, 2005.
- [8] М. Чмуж, і Д. Сергєєв, «Алгоритм обрання 3D координатно-вимірювальної машини,» *Метрологія для підприємства*, № 2, 2021.
- [9] ISO 10360-x: "Coordinate Measuring Machines (CMM) — Acceptance and Reverification Tests," *International Organization for Standardization (ISO)*, Geneva, Switzerland.

Рекомендована редколегією журналу «Вісник Вінницького політехнічного інституту»

Стаття надійшла до редакції 6.02.2025

Коломісць Леонід Володимирович — д-р техн. наук, професор, професор кафедри метрології, якості та стандартизації, e-mail: leonkolom61@gmail.com .

Одеська державна академія технічного регулювання та якості, Одеса;

Шелуха Олексій Олегович — канд. техн. наук, доцент кафедри комп'ютерної інженерії та кібербезпеки, e-mail: alexztshell@gmail.com.

Державний університет Житомирська політехніка, Житомир

Analysis of the Metrological Characteristics of a Coordinate Measuring Machine

¹State University of Intelligent Technologies and Telecommunications, Odesa;

²Zhytomyr Polytechnic State University

The article analyzes the metrological characteristics of a coordinate measuring machine (CMM) based on a systematic approach to assessing measurement errors and uncertainties. Coordinate measuring machines are key instruments in high-precision aerospace and mechanical engineering, as they enable to perform measurements of geometric parameters of products with high accuracy. However, measurement errors arise due to geometric, kinematic, thermal and random factors, which can significantly affect the accuracy of the obtained results.

The study examines main sources of CMM errors, including geometric deviations of the guideways, backlash, thermal deformations, measurement system errors, and algorithmic inaccuracies. The impact of these factors on the metrological characteristics of the machine, particularly on measurement accuracy and repeatability is analyzed. Mathematical approach to estimating measurement uncertainty is proposed, taking into account the influence of systematic and random errors.

Special attention is given to error correction using algorithmic methods and mathematical modeling. The possibilities of applying correction models to compensate geometric and thermomechanical CMM errors are described. The influence of probing parameters and software on the accuracy of coordinate measurements is also considered.

The results of this study can be effectively applied to refine and enhance methodologies for evaluating the metrological characteristics of CMMs, optimize error correction algorithms, and develop improved standards aimed at increasing the accuracy and reliability of measurements. The proposed approach not only contributes to enhancing the efficiency of CMM applications in various industrial and scientific tasks but also ensures their compliance with modern metrological requirements, thereby supporting advancements in precision measurement technologies.

Keywords: coordinate measuring machine, metrological characteristics, measurement errors, measurement uncertainty, error correction, mathematical modeling, algorithmic compensation, geometric deviations, thermal deformations, measurement accuracy.

Kolomiets Leonid V. — Dr. Sc. (Eng.), Professor, Professor of the Chair of Metrology, Quality and Standardization, e-mail: leonkolom61@gmail.com ;

Shelukha Oleksii O. — Cand. Sc. (Eng.), Associate Professor of the Chair of Computer Engineering and Cybersecurity, e-mail: alexztshell@gmail.com