

Б. І. Мокін¹
О. Б. Мокін¹
Б. В. Пасєка¹

МАТЕМАТИЧНІ МОДЕЛІ ОПТИМАЛЬНОГО РУХУ ЕЛЕКТРОМОБІЛЯ З АСИНХРОННИМ ЕЛЕКТРОПРИВОДОМ ГОРИЗОНТАЛЬНИМ ВІДРІЗКОМ ДОРОГИ ЗА НАЯВНОСТІ НА НЬОМУ НАСЕЛЕНОГО ПУНКТУ ТА ЗУПИНКОЮ У ЦЬОМУ ПУНКТІ

¹Вінницький національний технічний університет

В наших роботах [1]—[6] розв’язана задача синтезу математичних моделей оптимального руху електромобіля з асинхронним електроприводом як горизонтальним відрізком дороги, так і за наявності спусків, підйомів і поворотів, за критерієм мінімуму витрат заряду силової акумуляторної батареї, але лише за умови, що електромобіль повинен проїхати від одного пункту до іншого за визначений термін часу та з урахуванням обмеження, обумовленого динамікою електромобіля. В цій роботі показано, що рух електромобіля через населений пункт з позицій його оптимізації суттєво відрізняється від руху за межами цього населеного пункту, і доведено, що алгоритм синтезу моделей оптимального руху електромобіля з асинхронним електроприводом горизонтальним відрізком дороги, який враховує у функції Лагранжа лише обмеження на подолання певної відстані за заданий час та обмеження, обумовлені динамікою електромобіля, не дозволяє синтезувати моделі оптимального руху цього електромобіля, якщо на цьому горизонтальному відрізку дороги є населений пункт. Показано, якого вигляду набуває функція Лагранжа у випадку, коли в задачі синтезу моделей оптимального руху електромобіля горизонтальним відрізком дороги необхідно враховувати появу населеного пункту на цьому відрізку. Синтезовано математичні моделі оптимального руху електромобіля горизонтальним відрізком дороги за критерієм мінімуму витрат заряду силової акумуляторної батареї з зупинкою в межах населеного пункту і з початком його руху як в межах цього ж населеного пункту, так і за його межами. Синтезовані математичні моделі після їх ідентифікації можуть бути використані в програмах навчання штучного інтелекту з цільовим призначенням для керування електричними транспортними засобами з асинхронним електроприводом.

Ключові слова: електромобіль, асинхронний електропривод, горизонтальний відрізок дороги, населений пункт, моделі оптимального руху, критерій мінімуму витрат заряду силової акумуляторної батареї, обмеження динамікою, відстанню та знаками.

Вихідні передумови і постановка задачі

В роботах [1]—[6] розв’язана задача синтезу математичних моделей оптимального руху електромобіля з асинхронним електроприводом як горизонтальним відрізком дороги, так і за наявності спусків, підйомів і поворотів, але за умов, що електромобіль повинен проїхати від одного пункту до іншого за визначений термін часу з мінімальними витратами заряду акумуляторної батареї. Як показано в цих роботах, математична постановка задачі для визначення траєкторій оптимального руху електромобіля горизонтальним відрізком дороги за використання відносних одиниць має такий вигляд:

– синтезувати математичні моделі оптимального руху електромобіля у вигляді залежності від

відносного часу τ відносного струму силової акумуляторної батареї $i(\tau)$ та відносної швидкості руху $v(\tau)$, мінімізуючи критерій відносних витрат енергії e_k акумуляторної батареї

$$e_k = \int_0^{\tau_k} (1 - ai) i d\tau, \quad (1)$$

в умовах дії обмежень динаміки електромобіля, визначеної рівнянням

$$\frac{dv}{d\tau} = \ln\left(i + \sqrt{i^2 + 1}\right) \frac{a^2 + b^2}{a^2 + b^2 s_*^2} s_* - f_0 - f_1 v - f_2 v^2, \quad (2)$$

та необхідності подолання відносної відстані l_k за відносний час τ_k , зв'язаної з відсною швидкістю $v(\tau)$ функціоналом

$$l_k = \int_0^{\tau_k} v d\tau. \quad (3)$$

Отримані вирази (1)—(3) у відносних одиницях викладено детально в наших роботах, поданих в списку літератури, до ознайомлення з якими ми відсилаємо читачів цієї статті, а тут лише зазначимо, що s_* в рівнянні (2) — це відносне ковзання ротора приводного асинхронного двигуна, коефіцієнти

$$a = \frac{1}{s_H}; \quad b = \frac{x_p}{r_p} \quad (4)$$

пов'язані з номінальним ковзанням s_H та активним r_p і реактивним x_p опорами обмотки ротора, коефіцієнти f_0 , f_1 , f_2 , характеризують опір тертя коліс об дорожнє покриття та опір повітря тертю бокової і лобової поверхні корпусу електромобіля, а коефіцієнт a у критеріальному функціоналі (1) характеризує падіння відносної напруги u на вихідних клеммах акумуляторної батареї.

Функція Лагранжа для цієї задачі, як показано в наших роботах, зазначених в списку літератури, має вигляд

$$L(\tau, u, i, v, s_*, \psi, u', i', v', s_*', \psi') = (1 - ai)i + \lambda_1 \left(v' - \ln\left(i + \sqrt{i^2 + 1}\right) \frac{a^2 + b^2}{a^2 + b^2 s_*^2} s_* + f_0 + f_1 v + f_2 v^2 \right) + \lambda_2 (\psi' - v), \quad (5)$$

де ψ' — похідна від інтегралу (3) з відпущеною верхньою границею, а система рівнянь Ейлера–Лагранжа має вигляд

$$\begin{cases} L_i - \frac{d}{d\tau} L_{i'} = 0, \\ L_v - \frac{d}{d\tau} L_{v'} = 0, \\ L_\psi - \frac{d}{d\tau} L_{\psi'} = 0, \\ L_{s_*} - \frac{d}{d\tau} L_{s_*'} = 0. \end{cases} \quad (6)$$

Розв'язання системи рівнянь (6) і приводить до отримання екстремалей функціоналу (1) в умовах дії обмежень (2), (3) у вигляді залежності від відносного часу τ відносного струму силової акумуляторної батареї $i(\tau)$ та відносної швидкості руху $v(\tau)$, які моделюють оптимальний рух електромобіля горизонтальним відрізком дороги за умови, що функція Лагранжа (5) враховує лише обмеження, обумовлене динамікою електромобіля, визначеної рівнянням (2), та вимагає подолання відносної відстані l_k за відносний час τ_k , зв'язаної з відсною швидкістю $v(\tau)$ функціоналом (3).

Але ж під час подолання електромобілем відстані від стартового пункту до кінцевого на цьому відрізку дороги можуть зустрітись як населені пункти, в яких правила дорожнього руху обмежують швидкість до 60, а то і до 50 кілометрів на годину, яку будемо позначати v_{01} , та дорожні знаки обмеження швидкості до рівня v_{02} , що не враховує ні функція Лагранжа у вигляді (5), ні система рівнянь для визначення екстремалей у вигляді (6).

Тож актуальною задачею є синтез математичних моделей оптимального руху електромобіля

горизонтальним відрізком дороги шляхом мінімізації функціоналу (1), але з використанням не лише обмежень (2), (3), а і обмежень, встановлених правилами дорожнього руху для проїзду населеними пунктами та встановлених дорожніми знаками за межами населених пунктів. А тому в серії з трьох статей ми покажемо, як розв'язувати цю задачу у випадку, коли:

- 1) електромобіль з асинхронним електроприводом рухається горизонтальним відрізком дороги за наявності на ньому населеного пункту і зупинкою у цьому пункті та без інших обмежень швидкості;
- 2) електромобіль з асинхронним електроприводом рухається горизонтальним відрізком дороги за наявності на ньому населеного пункту і зупинкою за межами цього пункту та без інших обмежень швидкості;
- 3) електромобіль з асинхронним електроприводом рухається горизонтальним відрізком дороги за наявності на ньому населеного пункту і зупинкою як в межах цього пункту так і за його межами та за наявності інших обмежень швидкості за межами цього пункту.

Розв'язання поставленої задачі

Розв'язувати поставлену задачу у цій статті ми будемо для першого з трьох, сформульованих вище випадків руху, тобто для випадку, коли електромобіль з асинхронним електроприводом рухається горизонтальним відрізком дороги за наявності на ньому населеного пункту і зупинкою у цьому пункті та без інших обмежень швидкості.

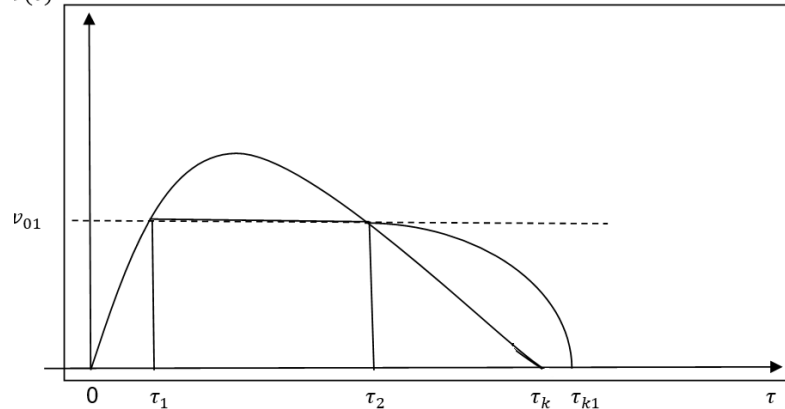


Рис. 1. Орієнтовна траєкторія швидкості оптимального руху електромобіля горизонтальним відрізком дороги з зупинкою в населеному пункті і зі стартом в цьому ж населеному пункті

Орієнтовні траєкторії для швидкості оптимального руху у цьому випадку матимуть вигляд, показаний на рис. 1, 2, причому на рис. 1 показана орієнтовна траєкторія швидкості оптимального руху електромобіля не лише із зупинкою в населеному пункті, але і зі стартом в цьому ж населеному пункті, а на рис. 2 зображена орієнтовна траєкторія швидкості оптимального руху електромобіля з зупинкою в населеному пункті, але зі стартом за межами цього населеного пункту.

Почнемо розв'язання поставле-

ної задачі з аналізу рис. 1.

На рис. 1 крива « $0 - v(\tau_1) - v(\tau_2) - \tau_k$ » — це траєкторія швидкості оптимального руху електромобіля з асинхронним електроприводом горизонтальним відрізком дороги, синтезована з використанням функції Лагранжа (5), яка створена для мінімізації функціоналу (1) в умовах дії обмежень (2), (3). Позначимо функціональну залежність, яка описує цю криву $v_{op}(\tau)$.

Система рівнянь Ейлера–Лагранжа (6) та метод її розв'язання для цього випадку детально розписані в нашій роботі [6], але для зв'язності викладення матеріалу ми деякі деталі з роботи [6] подамо нижче і у цій статті.

На цьому ж рис. 1 відрізок « $v(\tau_1) - v(\tau_2)$ » прямої, паралельної осі τ , задає обмеження швидкості в населеному пункті на рівні v_{01} . Позначимо функціональну залежність, яка описує цей відрізок $v_{0b}(\tau)$.

Що ж стосується відрізка кривої « $v(\tau_2) - v(\tau_{k1})$ », який ми описуватимемо функціональною залежністю $v_{op1}(\tau)$, то його поява на рис.1 зумовлена таким: згідно з обмеженням (3) електромобіль, рухаючись горизонтальним відрізком дороги, за час τ_k повинен подолати відстань l_k , що згідно з виразом (3) дорівнює площі під кривою швидкості електромобіля, з якою він їхав зі старту до зупинки. Але якщо електромобіль від точки $v(\tau_1)$ до точки $v(\tau_2)$ поїде не по кривій, $v_{op}(\tau)$, а по прямій $v_{0b}(\tau)$, то та частина площі, що розташована під цими лініями між вказаними точками, в інтегральну суму (3) не увійде, тож його значення стане меншим l_k , що свідчатиме, що електромобіль не доїде за час τ_k до заданої кінцевої точки зупинки на дорозі. І йому потрібно буде їхати ще деякий час, тобто до точки τ_{k1} по кривій « $v(\tau_2) - v(\tau_{k1})$ », функціональну залежність $v_{op1}(\tau)$

для якої потрібно визначати, використовуючи функцію Лагранжа, в яку до уже уведених в неї обмежень (2), (3), потрібно ще додати обмеження

$$v(\tau) = v_{01}, \quad (7)$$

але інтегральне обмеження (3) замінити інтегральним обмеженням

$$l_{k1} = \int_{\tau_2}^{\tau_{k1}} v d\tau, \quad (8)$$

в якому

$$l_{k1} = \int_{\tau_1}^{\tau_2} (v_{op}(\tau) - v_{ob}(\tau)) d\tau + \int_{\tau_2}^{\tau_{k1}} v_{op}(\tau) d\tau. \quad (9)$$

З цього аналізу випливає, що екстремаллю $v_{0p}^*(\tau)$ для функціоналу (1) буде складена функція, яка матиме вигляд:

$$v_{0p}^*(\tau) = \begin{cases} v_{0p}(\tau), & \tau \in [0, \tau_1], \\ v_{0b}(\tau), & \tau \in [\tau_1, \tau_2], \\ v_{0p1}(\tau), & \tau \in [\tau_2, \tau_{k1}]. \end{cases} \quad (10)$$

Далі перейдемо до ідентифікації складових у виразі (10).

І почнемо зі складової $v_{0p}(\tau)$. Цілком очевидно, що для її визначення достатньо застосувати алгоритм, викладений в роботі [6], за допомогою якого з використанням функції Лагранжа (5) та системи рівнянь (6) знаходиться екстремум функціоналу (1) в умовах дії обмежень (2), (3), який зводиться до розв'язання системи рівнянь

$$\begin{cases} 2a\sqrt{i^2+1}(1-2\alpha i) - \left(C_1 e^{(f_1\tau+2f_2\int v d\tau)} - \frac{C_2}{f_1+2f_2v} \right) \frac{(a^2+b^2)}{b} = 0, \\ \frac{dv}{d\tau} = \ln\left(i + \sqrt{i^2+1}\right) \frac{(a^2+b^2)}{2ab} - f_0 - f_1v - f_2v^2, \end{cases} \quad (11)$$

в яких

$$C_1 = \left(\frac{2ab}{a^2+b^2} \right) \frac{\sqrt{i_n^2+1}(1-2\alpha i_n) - 1}{1 - e^{(f_1\tau_1+2f_2l_1)}}, \quad (12)$$

$$C_2 = \left(\frac{2abf_1}{a^2+b^2} \right) \left\{ \frac{\sqrt{i_n^2+1}(1-2\alpha i_n) - 1}{1 - e^{(f_1\tau_1+2f_2l_1)}} e^{(f_1\tau_1+2f_2l_1)} - 1 \right\}, \quad (13)$$

з використанням процедури послідовних наближень

$$v_{k+1} \approx v_k + \frac{(a^2+b^2)}{2ab} (\tau_{k+1} - \tau_k) \ln\left(i_k + \sqrt{i_k^2+1}\right) - (f_0 + f_1v_k + f_2v_k^2)(\tau_{k+1} - \tau_k); \quad (14)$$

$$k = 0, 1, 2, \dots; \quad \tau_0 = 0; \quad v_0 = 0; \quad i_0 = i_n;$$

$$i_k(n) = i_k(n-1) - \frac{C_3}{n} \left\{ 2a\sqrt{(i_k(n-1))^2+1}(1-2\alpha i_k(n-1)) - \left(\frac{a^2+b^2}{b} \right) \left(C_1^* e^{(f_1\tau_k+2f_2v_k(\tau_{k+1}-\tau_k))} - \frac{C_2^*}{f_1+2f_2v_k} \right) \right\}, \quad (15)$$

яка для струму зупиняється на кожному етапі, коли

$$|i_k(n) - i_k(n-1)| \leq \varepsilon, \quad (16)$$

де ε — встановлене нами числове значення відносної похибки визначення струму в ітераційному процесі, яке приймається

$$i_k(n) = i_k. \quad (17)$$

Детальна інформація про реалізацію цієї ітераційної процедури ідентифікації моделей оптима-

льного руху електромобіля горизонтальним відрізком дороги викладена в нашій роботі [6].

Отже, в подальшому приймаємо, що нам відома складова $v_{op}(\tau)$ у складеній функції (10). Що ж стосується складової $v_{ob}(\tau)$ у складеній функції (10), то вона нам задається умовою обмеження швидкості, заданою відповідним дорожнім знаком, в населеному пункті, в якому рухається наш електромобіль, і невідомими є лише границі відрізка часу $[\tau_1, \tau_2]$. Але їх нескладно визначити з рівняння

$$v_{op}(\tau) = v_{01}, \quad (18)$$

яке, як видно з рис. 1, має два корені, позначені нами τ_1, τ_2 .

Маючи заданими числові значення τ_k, v_{01} , визначену функцію $v_{op}(\tau)$ і обчислені значення τ_1, τ_2 , ми, скориставшись інтегральним виразом (9), знайдемо параметр l_{k1} .

Тепер перейдемо до визначення складової $v_{op1}(\tau)$ у функції (10).

І почнемо цей етап обчислень з визначення лівої частини l_k обмеження (8). Адже, маючи заданими числові значення $\tau_k, v_{01}(\tau)$, уже визначену функцію $v_{op}(\tau)$ і обчислені значення τ_1, τ_2 , ми це спроможні зробити, скориставшись інтегральним виразом (9). Отже, будемо вважати, що числове значення l_{k1} ми теж уже знаємо.

Цілком очевидно, що функції Лагранжа у формі (5) для визначення екстремалі функціоналу (1) у цьому випадку уже буде недостатньо, оскільки у нас до обмеження (2) та обмеження (3) у формі (8) додалось ще й обмеження (7). Тож для цього випадку функція Лагранжа набуде вигляду

$$L(\tau, u, i, v, s_*, \psi, u', i', v', s_*', \psi') = (1 - \alpha i) i + \lambda_1 \left(v' - \ln(i + \sqrt{i^2 + 1}) \frac{a^2 + b^2}{a^2 + b^2 s_*'^2} s_*' + f_0 + f_1 v + f_2 v^2 \right) + \lambda_2 (\psi' - v) + \lambda_3 (v - v_{01}), \quad (19)$$

а з системи рівнянь Ейлера–Лагранжа (6) з використанням функції (19) у цьому випадку отримаємо систему рівнянь

$$\begin{cases} 1 - 2\alpha i - \lambda_1 \frac{(a^2 + b^2) s_*'}{a^2 + b^2 s_*'^2} \frac{1}{\sqrt{i^2 + 1}} = 0, \\ \lambda_1 (f_1 + 2f_2 v) - \lambda_2 + \lambda_3 - \frac{d\lambda_1}{d\tau} = 0, \\ -\frac{d\lambda_2}{d\tau} = 0, \\ -\lambda_1 \ln(i + \sqrt{i^2 + 1}) \frac{(a^2 + b^2)(a^2 - b^2 s_*'^2)}{(a^2 + b^2 s_*'^2)^2} = 0. \end{cases} \quad (20)$$

Аналіз системи рівнянь (20) почнемо з розгляду останнього рівняння цієї системи. Оскільки

$$\lambda_1(\tau) \neq 0 \quad \text{для} \quad \forall \tau \geq 0, \quad (21)$$

то з цього рівняння випливає, що його ліва частина може дорівнювати нулю лише у разі, якщо справедливим буде вираз

$$\ln(i + \sqrt{i^2 + 1}) = 0 \quad (22)$$

або вираз

$$a^2 - b^2 s_*'^2 = 0, \quad (23)$$

Оскільки рівність (22) буде виконуватись лише за умови, що $i = 0$, тобто, коли тяговий електродвигун електромобіля перебуває у відключеному стані і електромобіль не рухається, то цей випадок у синтезі математичної моделі його оптимального руху нас цікавити не буде. А з рівняння (23), розв'язуючи його та враховуючи лише додатний корінь, оскільки маємо справу не з генератором, а з двигуном, визначимо

$$s_*' = \frac{a}{b}. \quad (24)$$

А тепер розглянемо третє рівняння системи (20), з якого матимемо

$$\lambda_2 = -C_2, \quad (25)$$

де C_2 — поки-що невідома стала, підставляючи яку в друге рівняння системи (20), отримаємо диференціальне рівняння

$$\frac{d\lambda_1}{d\tau} - (f_1 + 2f_2v)\lambda_1 = C_2 + \lambda_3, \quad (26)$$

розв'язок якого, застосовуючи метод варіації сталої, легко приводиться до вигляду

$$\lambda_1(\tau) = C_1 e^{(f_1\tau + 2f_2\int v d\tau)} - \frac{C_2 + \lambda_3}{f_1 + 2f_2v}, \quad (27)$$

де C_1 — ще одна невідома, стала.

А далі, враховуючи те, що

$$\begin{cases} a^2 + b^2 s_*^2 \neq 0, \\ \sqrt{i^2 + 1} \neq 0, \end{cases} \quad (28)$$

приведемо перше рівняння системи (20) до вигляду

$$(a^2 + b^2 s_*^2) \sqrt{i^2 + 1} (1 - 2\alpha i) - \lambda_1 (a^2 + b^2) s_* = 0. \quad (29)$$

Підставляючи вирази (24) та (27) в це рівняння (29) та в рівняння динаміки (2) електромобіля, яке залишається справедливим для будь-яких режимів руху цього електромобіля, отримаємо систему двох рівнянь з двома залежними від відносного часу τ невідомими i, v

$$\begin{cases} 2a\sqrt{i^2 + 1}(1 - 2\alpha i) - \left(C_1 e^{(f_1\tau + 2f_2\int v d\tau)} - \frac{C_2 + \lambda_3}{f_1 + 2f_2v} \right) \frac{(a^2 + b^2)}{b} = 0, \\ \frac{dv}{d\tau} = \ln(i + \sqrt{i^2 + 1}) \frac{(a^2 + b^2)}{2ab} - f_0 - f_1v - f_2v^2, \end{cases} \quad (30)$$

розв'язки яких

$$i = i(C_1, C_2, \lambda_3, \tau); \quad v = v(C_1, C_2, \lambda_3, \tau) \quad (31)$$

забезпечують мінімум функціоналу (1) з обмеженнями (2), (7), (8). Але, щоб ці розв'язки стали математичними моделями оптимального руху електромобіля горизонтальним відрізком дороги, необхідно розв'язати задачу ідентифікації, суть якої полягає в тому, щоб, скориставшись початковими та граничними і обмежувальними умовами, розрахувати константи C_1, C_2 , і невизначений множник Лагранжа λ_3 та після підстановки цих розрахованих значень в систему рівнянь (30) знайти її конкретний розв'язок уже у вигляді

$$i = i(\tau); \quad v = v(\tau). \quad (32)$$

Але про це піде мова уже у нашій наступній статті, а у цій статті ми ще розглянемо задачу синтезу математичних моделей оптимального руху електромобіля горизонтальним відрізком дороги з зупинкою в населеному пункті, але зі стартом за межами цього населеного пункту — орієнтовна траєкторія швидкості оптимального руху електромобіля для цього випадку зображена на рис. 2

Почнемо розв'язання поставленої задачі з аналізу рис. 2.

На рис. 2 крива « $0 - v(\tau_0) - v(\tau_2) - \tau_k$ » — це траєкторія швидкості оптимального руху електромобіля з асинхронним електроприводом горизонтальним відрізком дороги, синтезованою з використанням функції Лагранжа (5), яка створена для мінімізації функціоналу (1) в умовах дії обмежень (2), (3). Як і при розв'язання попередньої задачі позначимо функціональну залежність, яка описує цю криву $v_{op}(\tau)$.

Система рівнянь Ейлера–Лагранжа (6) та метод її розв'язання і для цього випадку не відрізняється від вищеописаної, тож на цьому етапі розв'язання другої і поставлених задач ми зупинитись не будемо.

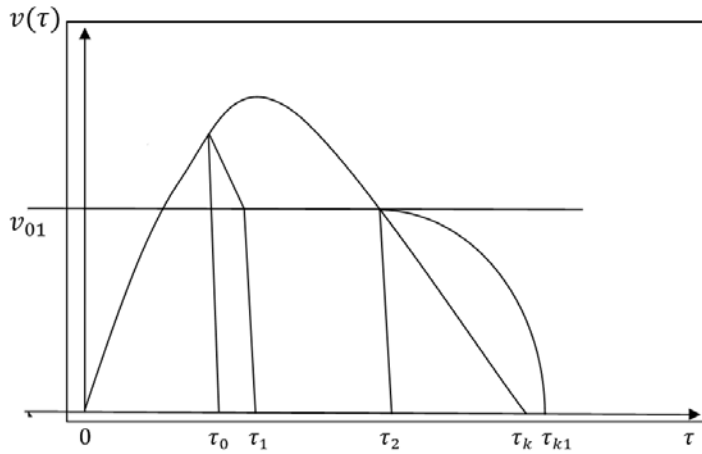


Рис. 2. Орієнтовна траєкторія швидкості оптимального руху електромобіля горизонтальним відрізком дороги з зупинкою в населеному пункті, але зі стартом за межами цього населеного пункту

залежність, яка описує цей відрізок, $v_{0b0}(\tau)$.

Що ж стосується відрізка кривої « $v(\tau_2) - \tau_{k1}$ », який ми, як і у разі розв’язання попередньої задачі, описуватимемо функціональною залежністю $v_{0p1}(\tau)$, то його поява на рис. 2 обумовлена тим, що згідно з обмеженням (3) електромобіль, рухаючись горизонтальним відрізком дороги, за час τ_k , повинен подолати відстань l_k , що згідно з виразом (3) дорівнює площі під кривою швидкості електромобіля, з якою він їхав зі старту до зупинки. Але якщо електромобіль від точки $v(\tau_0)$ до точки $v(\tau_2)$ поїде не по кривій, $v_{0p}(\tau)$, а по сукупності двох прямих $v_{0b0}(\tau)$, $v_{0b}(\tau)$, то та частина площі, яка розташована під цими лініями між вказаними точками, в інтегральну суму (3) не увійде, тож, як і при розв’язанні попередньої задачі, його значення стане меншим l_k , що свідчатиме, що електромобіль не доїде за час τ_k до заданої кінцевої точки зупинки на дорозі. І йому потрібно буде їхати ще деякий час, тобто до точки τ_{k1} по кривій « $v(\tau_2) - \tau_{k1}$ », функціональну залежність $v_{0p1}(\tau)$ для якої треба визначати, використовуючи функцію Лагранжа, в яку до уже уведених в неї обмежень (2), (3), потрібно теж додати ще й обмеження (7) і теж інтегральне обмеження (3) замінити інтегральним обмеженням (8), але в якому ліву частину уже треба буде обчислювати не за допомогою виразу (9), а використовуючи вираз

$$l_{k1} = \int_{\tau_0}^{\tau_1} (v_{0p}(\tau) - v_{0b0}(\tau)) d\tau + \int_{\tau_1}^{\tau_2} (v_{0p}(\tau) - v_{01}) d\tau + \int_{\tau_2}^{\tau_{k1}} v_{0p}(\tau) d\tau. \quad (33)$$

З цього аналізу випливає, що екстремаллю $v_{0p}^*(\tau)$ для функціоналу (1) у цьому випадку буде складена функція, яка матиме дещо інший вигляд у порівнянні зі складеною функцією (10), а саме:

$$v_{0p}^*(\tau) = \begin{cases} v_{0p}(\tau), & \tau \in [0, \tau_0], \\ v_{0b0}(\tau), & \tau \in [\tau_0, \tau_1], \\ v_{0b}(\tau), & \tau \in [\tau_1, \tau_2], \\ v_{0p1}(\tau), & \tau \in [\tau_2, \tau_{k1}]. \end{cases} \quad (34)$$

Щодо синтезу складових $v_{0p}(\tau)$, $v_{0b}(\tau)$, $v_{0p1}(\tau)$ складеної екстремалі (34), то лише зазначимо, що його варто здійснювати, використовуючи алгоритми, уже описані вище у розв’язанні першої задачі, а тому далі акцентуємо увагу лише на алгоритмі синтезу складової $v_{0b0}(\tau)$, який зводиться, як видно з рис. 2, лише до визначення параметрів прямої, що проходить через точки $v_{0p}(\tau_0)$ та $v_{0b}(\tau_1)$. Тож, визначаючи ці параметри з рис. 2, матимемо

$$v_{0b0}(\tau) = v_{0p}(\tau_0) - \frac{v_{0p}(\tau_0) - v_{01}}{\tau_1 - \tau_0} (\tau - \tau_0). \quad (35)$$

Ідентифікація усіх складових математичної моделі (34) буде здійснена нами в наступній статті.

Висновки

Доведено, що алгоритм синтезу моделей оптимального руху електромобіля з асинхронним електроприводом горизонтальним відрізком дороги, який враховує у функції Лагранжа лише обмеження на подолання певної відстані за заданий час та обмеження, які обумовлені динамікою електромобіля, не дозволяє синтезувати моделі оптимального руху цього електромобіля, якщо на цьому горизонтальному відрізку дороги є населений пункт.

Синтезовано математичні моделі оптимального руху електромобіля горизонтальним відрізком дороги з зупинкою в межах населеного пункту і з початком його руху як в межах цього ж населеного пункту, так і за його межами.

Синтезовані математичні моделі після їхньої ідентифікації можуть бути використані в програмах навчання штучного інтелекту з цільовим призначенням для керування електричними транспортними засобами з асинхронним електроприводом.

СПИСОК ВИКОРИСТАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ

- [1] Б. І. Мокін, О. Б. Мокін, і В. В. Горенюк, «До питання оптимізації руху електромобіля з асинхронним електроприводом,» *Вісник Вінницького політехнічного інституту*, № 3, с. 32-38, 2019. <https://doi.org/10.31649/1997-9266-2019-144-3-32-39> .
- [2] Б. І. Мокін, О. Б. Мокін, і В. В. Горенюк, «Метод ідентифікації моделей оптимального руху електромобіля з асинхронним електроприводом,» *Вісник Вінницького політехнічного інституту*, № 1, с. 32-38, 2020. <https://doi.org/10.31649/1997-9266-2020-148-1-32-38> .
- [3] В. В. Горенюк, «Синтез та ідентифікація моделей оптимального руху електромобіля з асинхронним електроприводом по схилах і підйомах дороги,» *Вісник Вінницького політехнічного інституту*, № 2, с. 37-44, 2021. <https://doi.org/10.31649/1997-9266-2021-155-2-37-44> .
- [4] Б. І. Мокін, О. Б. Мокін, і В. В. Горенюк, «Моделювання оптимального руху електромобіля з асинхронним електроприводом горизонтальним відрізком дороги,» *Вісник Вінницького політехнічного інституту*, № 5, с. 26-33, 2020. <https://doi.org/10.31649/1997-9266-2020-152-5-26-33> .
- [5] В. В. Горенюк, «Моделювання оптимального руху електромобіля з асинхронним електроприводом на схилах і підйомах дороги,» *Вісник Вінницького політехнічного інституту*, № 5, с. 43-49, 2021. <https://doi.org/10.31649/1997-9266-2021-158-5-43-49> .
- [6] Б. І. Мокін, О. Б. Мокін, і В. В. Горенюк, *Системний аналіз оптимального руху електромобіля з асинхронним електроприводом*, моногр. Вінниця: ВНТУ, 2023, 114 с. ISBN 978-966-641-946-3.
- [7] Б. І. Мокін, В. Б. Мокін, і О. Б. Мокін, *Функціональний аналіз, адаптований до прикладних задач в галузі інформаційних технологій*, навч. посіб. Вінниця: ВНТУ, 2020, 192 с. ISBN 978-966-641-796-4.

Рекомендована кафедрою системного аналізу та інформаційних технологій ВНТУ

Стаття надійшла до редакції 2.04.2025

Мокін Борис Іванович — академік НАПН України, д-р техн. наук, професор, професор кафедри системного аналізу та інформаційних технологій, e-mail: borys.mokin@gmail.com ;

Мокін Олександр Борисович — д-р техн. наук, професор, професор кафедри системного аналізу та інформаційних технологій, e-mail: abmokin@gmail.com ;

Пасєка Богдан Володимирович — аспірант кафедри системного аналізу та інформаційних технологій, e-mail: bogdanpaseka2000@gmail.com .

Вінницький національний технічний університет, Вінниця

B. I. Mokin¹
O. B. Mokin¹
B. V. Pasiaka¹

Mathematical Models of Optimal Movement of Electric Car with Asynchronous Electric Drive on a Horizontal Section of the Road with the existing Settlement on it and a Stop in this Settlement

¹Vinnitsia National Technical University

In our works [1]—[6], the problem of synthesizing mathematical models of optimal movement of an electric vehicle with an asynchronous electric drive both along a horizontal road segment, and in the presence of descents, ascents and turns, according to the criterion of minimum power battery charge consumption, but only on the condition that the electric vehicle must travel from one point to another in a certain period of time and taking into account the limitation caused by the dynamics of the electric vehicle, is solved. In this work, it is shown that the motion of the electric vehicle through a settlement from the standpoint of its optimization is significantly different from the movement outside this settlement, and it is proved that the algorithm for synthesizing models of optimal motion of the electric vehicle with asynchronous electric drive along a horizontal road segment, which takes into account in the Lagrange function only the limitation on overcoming a certain distance in a given time and the limitations caused by the dynamics of the electric vehicle, does not allow synthesizing models of optimal movement of this electric vehicle if there is a settlement on this horizontal road segment. It is shown what form the Lagrange function takes when the problem of synthesizing models of optimal movement of the electric vehicle along a horizontal road segment requires the appearance of a settlement on this segment to be taken into account. Mathematical models of optimal movement of the electric vehicle along a horizontal road segment based on the criterion of minimum power battery charge costs with a stop within the settlement and with the start of its movement both within the same settlement and beyond its borders have been synthesized. The synthesized mathematical models, after their identification, can be used in artificial intelligence training programs with a specific purpose for controlling electric vehicles with the asynchronous electric drive.

Keywords: electric vehicle, asynchronous electric drive, horizontal road segment, settlement, optimal traffic models, criterion for minimum power battery charge costs, limitations by dynamics, distance and signs.

Mokin Borys I. — Academician of NAPS of Ukraine, Dr. Sc. (Eng.), Professor, Professor of the Chair of System Analysis and Information Technologies, e-mail: borys.mokin@gmail.com ;

Mokin Oleksandr B. — Dr. Sc. (Eng.), Professor, Professor of the Chair of System Analysis and Information Technologies, e-mail: abmokin@gmail.com ;

Pasiaka Bohdan V. — Post-Graduate Student of the Chair of System Analysis and Information Technologies, e-mail: bogdanpaseka2000@gmail.com