

АНАЛІТИЧНЕ ДОСЛІДЖЕННЯ УДОСКОНАЛЕНОЇ МАТЕМАТИЧНОЇ МОДЕЛІ ГІДРОПРИВОДІВ НАВІСНОГО ПІДМІТАЛЬНОГО ОБЛАДНАННЯ СМІТТЄВОЗА З УРАХУВАННЯМ ЗНОСУ ЦИЛІНДРИЧНОЇ ЩІТКИ

¹Вінницький національний технічний університет

У результаті аналізу виконаних числових досліджень удосконаленої нелінійної математичної моделі групового гідроприводу з послідовним з'єднанням гідромоторів, що приводять у дію навісне підмітальне обладнання сміттєвоза з урахуванням зносу циліндричної щітки, розроблено лінеаризовану версію цієї моделі у формі системи звичайних лінійних диференціальних рівнянь четвертого порядку. Порівняння результатів, отриманих за допомогою нелінійної та лінеаризованої удосконаленої математичної моделі групового гідроприводу з послідовним з'єднанням гідромоторів навісного підмітального обладнання сміттєвоза з урахуванням зносу циліндричної щітки, показало відносну похибку в межах 5,4...10,9 %, що є допустимим для виконання попередніх інженерних розрахунків основних параметрів гідроприводів. Під час аналітичного дослідження лінеаризованої удосконаленої математичної моделі групового гідроприводу з послідовним з'єднанням гідромоторів навісного підмітального обладнання сміттєвоза з урахуванням зносу циліндричної щітки застосовано такі методи: операторне числення з використанням перетворення Лапласа для розв'язання системи звичайних лінійних диференціальних рівнянь, лінеаризація нелінійних залежностей, розкладання отриманих виразів на простіші дроби, а також методи комп'ютерного моделювання. Аналітичне дослідження лінеаризованої удосконаленої математичної моделі групового гідроприводу з послідовним з'єднанням гідромоторів навісного підмітального обладнання сміттєвоза з урахуванням зносу циліндричної щітки дало змогу отримати аналітичні вирази для визначення основних кінематичних і силових характеристик гідроприводів у ustalеному режимі роботи. Отримані залежності можуть бути використані для виконання проектних розрахунків нових конструкцій сміттєвозів з розширеними функціональними можливостями та урахуванням впливу зносу циліндричної щітки.

Ключові слова: лінеаризована математична модель, урахування зносу, циліндрична щітка, перетворення за Лапласом, навісне підмітальне обладнання, сміттєвоз, гідропривод, тверді відходи.

Вступ

На сьогодні операції зі збирання твердих побутових відходів, а також підмітання доріг, тротуарів і вулиць виконуються різними видами комунальної техніки: зокрема, сміттєвозами [1] та підмітально-прибиральними машинами [2], [3]. Через низький коефіцієнт завантаження експлуатація підмітально-прибиральних машин є малоефективною, оскільки їх використовують переважно в осінній та весняний періоди [4]. Упродовж решти часу прибирання вулиць і тротуарів переважно виконується двірниками, які працюють у шкідливих та несприятливих умовах. З метою комплексного вирішення зазначених проблем запропоновано створення екологічної машини на базі сміттєвоза шляхом розробки навісного підмітального обладнання (НПО), яке може бути встановлене на наявні моделі сміттєвозів. Такий підхід дозволить розширити функціональні можливості сміттєвозів та суттєво зменшити витрати комунальних служб на обслуговування і експлуатацію спеціалізованої техніки. Це особливо актуально для малих міст і селищ, де утримання кількох одиниць

комунальної техніки, що виконують різні функції, становить значне фінансове навантаження на місцеві бюджети. До того ж, в процесі експлуатації підмітального обладнання ворс циліндричної щітки зазнає інтенсивного зносу внаслідок контакту з робочою поверхнею, що містить абразивні частинки. Це зумовлює зміну величини технологічного навантаження на вал гідромотора циліндричної щітки, а відтак – впливає на основні силові та кінематичні характеристики гідроприводу в цілому. Відповідно до Постанови № 265 Кабінету Міністрів України [5], впровадження сучасних високоефективних сміттевозів у сфері комунального господарства є актуальною науково-технічною задачею. Зокрема, важливим напрямом є розробка нових конструкцій сміттевозів з розширеними функціональними можливостями, що враховують знос їхніх виконавчих органів під час експлуатації.

У роботі [6] подано удосконалену врахуванням зносу циліндричної щітки математичну модель групового гідроприводу з послідовним з'єднанням гідромоторів НПО нової екологічної машини на базі сміттевоза для прибирання населених пунктів від твердих відходів, захищеної патентом України [7], робота якої описана системою істотно нелінійних диференціальних рівнянь диференціальних рівнянь, а її аналітичне розв'язання за допомогою відомих аналітичних методів у межах допустимої похибки неможливе.

У матеріалах статті [8] запропоновано алгоритм чисельно-аналітичного дослідження динаміки плоского шестиланкового шарнірно-важільного механізму ниткопритягача швейної машини, який базується на чисельному розв'язанні диференціального рівняння руху механізму, а також проведено комп'ютерне моделювання цього механізму в середовищі Mathcad.

Аналітичне дослідження математичної моделі подрібнення полімерних відходів у помольній камері роторної дробарки з безперервною класифікацією готового продукту, проведене в роботі [9], дозволило з високою точністю визначити розміри часток кінцевого продукту, продуктивність дробарки та енерговитрати за різних значень кутової швидкості обертання ротора, початкових розмірів відходів, конструктивних параметрів дробарки та режимів завантаження камери.

У науковій роботі [10] проведено аналітичне дослідження математичної моделі роботи клапана-пульсатора, призначеного для гідравлічних приводів вібраційних гірничих машин.

Метою дослідження є аналітичне дослідження лінеаризованої удосконаленої математичної моделі гідроприводів навісного підмітального обладнання сміттевоза з урахуванням зносу циліндричної щітки для отримання аналітичних залежностей основних силових та кінематичних характеристик гідроприводу навісного підмітального обладнання сміттевоза в усталеному режимі роботи, яка може бути використаною під час проведення проектних розрахунків нових конструкцій сміттевозів з розширеними функціональними можливостями з урахуванням зносу виконавчих органів.

Для досягнення поставленої мети потрібно розв'язати такі задачі:

- розроблення та аналітичне дослідження лінеаризованої удосконаленої математичної моделі групового гідроприводу з послідовним з'єднанням гідромоторів навісного підмітального обладнання сміттевоза із урахуванням зносу циліндричної щітки;
- встановлення наближених аналітичних залежностей основних кінематичних та силових характеристик гідроприводу навісного підмітального обладнання сміттевоза в усталеному режимі роботи.

Методи досліджень

Під час аналітичного дослідження лінеаризованої удосконаленої математичної моделі групового гідроприводу з послідовним з'єднанням гідромоторів НПО сміттевоза з урахуванням зносу циліндричної щітки застосовано такі методи: операторне числення з використанням перетворення Лапласа для розв'язання системи звичайних лінійних диференціальних рівнянь, лінеаризація нелінійних залежностей, розкладання складених виразів на простіші дробі, а також методи комп'ютерного моделювання.

Для побудови графіків використано комп'ютерну програму “MatModel” [11], яка реалізує чисельний метод Рунге–Кутта–Фельберга 4-го порядку зі змінним кроком інтегрування.

Результати досліджень

На рис. 1 показано розрахункову схему лінеаризованої удосконаленої математичної моделі гідроприводів НПО сміттевоза з урахуванням зносу циліндричної щітки.

На схемі позначені основні структурні елементи приводу: ГМ₁, ГМ₂ — відповідно гідромотори циліндричної щітки (ЦЩ) та шнекового транспортера; Н — гідронасос, ДР — дросель, ЗК — запобіжний клапан, Б — бак з робочою рідиною, Ф — фільтр, а також основні кінематичні, силові та

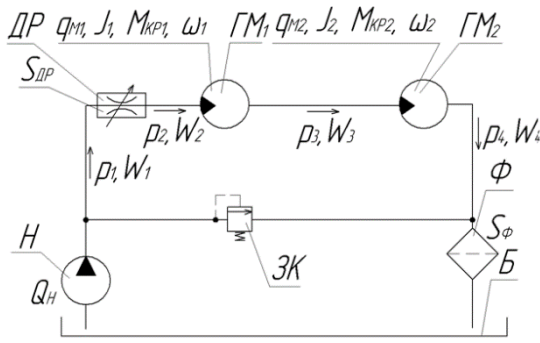


Рис. 1. Розрахункова схема лінеаризованої удосконаленої математичної моделі гідроприводів НПО з урахуванням зносу циліндричної щітки

них магістралей p_4 на роботу гідроприводу є незначним і практично не впливає на динаміку системи. Тому лінеаризована удосконалена математична модель гідроприводів НПО сміттєвоза з урахуванням зносу ЦЩ, має такий вигляд:

$$\begin{cases} Q_H = q_{MX1}\omega_1 + \sigma(p_{12} - p_3) + KW_{12}\dot{p}_{12}, \end{cases} \quad (1)$$

$$\begin{cases} q_{MX1}\omega_1 = q_{MX2}\omega_2 + \sigma p_3 + KW_3\dot{p}_3, \end{cases} \quad (2)$$

$$\begin{cases} q_{MX1}(p_{12} - p_3) = J_1\dot{\omega}_1 + \beta\omega_1 + M_{KP1}(1 - \alpha\omega_1), \end{cases} \quad (3)$$

$$\begin{cases} q_{MX2}p_3 = J_2\dot{\omega}_2 + M_{KP2}, \end{cases} \quad (4)$$

$$\begin{cases} q_{MXi} = q_{Mi}/(2\pi), \end{cases} \quad (5)$$

де K — коефіцієнт стисливості робочої рідини, Па^{-1} ; σ — коефіцієнт перегітання робочої рідини, $\text{м}^5/(\text{Н}\cdot\text{с})$; q_{MXi} — радіанний робочий об'єм i -го гідромотора, $\text{м}^3/\text{рад}$; $W_{12} = W_1 + W_2$ — об'єм трубопроводів між Н та входом ГМ₁, м^3 ; α — коефіцієнт, що характеризує зміну кутової швидкості вала гідромотора ЦЩ в процесі її зносу, $\text{с}/\text{рад}$.

З метою аналітичного дослідження лінеаризованої математичної моделі (1)–(4) використаємо перетворення Лапласа, згідно з яким отримаємо таку систему рівнянь:

$$\begin{cases} Q_H/s = \Omega_1(s)q_{MX1} + [P_{12}(s) - P_3(s)]\sigma + P_{12}(s)sKW_{12}, \end{cases} \quad (6)$$

$$\begin{cases} \Omega_1(s)q_{MX1} = \Omega_2(s)q_{MX2} + P_3(s)\sigma + P_3(s)sKW_3, \end{cases} \quad (7)$$

$$\begin{cases} [P_{12}(s) - P_3(s)]q_{MX1} = \Omega_1(s)sJ_1 + \Omega_1(s)(\beta - \alpha M_{KP1}) + M_{KP1}/s, \end{cases} \quad (8)$$

$$\begin{cases} P_3(s)q_{MX2} = \Omega_2(s)sJ_2 + M_{KP2}/s. \end{cases} \quad (9)$$

Розв'язуючи систему рівнянь (6)–(9) методом підстановки та нехтуючи коефіцієнтами a_4 і a_3 , як такими, що мають вищий порядок малості, отримаємо зображення кутової швидкості вала ГМ₁

$$\Omega_1(s) = \frac{-b_3s^3 - b_2s^2 - b_1s + b_0}{s(a_4s^4 + a_3s^3 + a_2s^2 + a_1s + a_0)} \approx \frac{-b_3s^3 - b_2s^2 - b_1s + b_0}{s(a_2s^2 + a_1s + a_0)}, \quad (10)$$

$$\begin{aligned} \text{де } a_4 &= K^2W_{12}W_3J_1J_2; \quad a_2 = K(W_{12} + W_3)J_2[q_{MX1}^2 + \sigma(\beta - \alpha M_{KP1})] + KW_{12}J_1q_{MX2}^2 + J_1J_2\sigma^2; \\ a_1 &= (KW_{12}q_{MX2}^2 + J_2\sigma^2)(\beta - \alpha M_{KP1}) + \sigma(J_1q_{MX2}^2 + J_2q_{MX1}^2); \quad a_0 = q_{MX2}^2[q_{MX1}^2 + \sigma(\beta - \alpha M_{KP1})]; \\ a_3 &= KJ_2[J_1\sigma(W_{12} + W_3) + KW_{12}W_3(\beta - \alpha M_{KP1})]; \quad b_2 = M_{KP1}\sigma(W_{12} + W_3) - Q_HW_3q_{MX1}; \\ b_1 &= KW_{12}q_{MX2}(M_{KP1}q_{MX2} + M_{KP2}q_{MX1}) - J_2\sigma(Q_Hq_{MX1} - M_{KP1}\sigma); \quad b_0 = (Q_Hq_{MX1} - M_{KP1}\sigma)q_{MX2}^2; \\ b_3 &= K^2W_{12}W_3M_{KP1}J_2. \end{aligned} \quad (11)$$

Методом розкладання виразу (10) на простіші дроби та приведення до канонічного вигляду як суми елементарних дроби, отримаємо таке зображення кутової швидкості вала ГМ₁

$$\Omega_1(s) = \frac{A_1}{s} + \frac{B_1}{a_2} \frac{s + a_1/(2a_2)}{[s + a_1/(2a_2)]^2 + (4a_0a_2 - a_1^2)/(4a_2^2)} + \frac{2C_1 - B_1a_1/a_2}{\sqrt{4a_0a_2 - a_1^2}} \frac{\sqrt{4a_0a_2 - a_1^2}/(2a_2)}{[s + a_1/(2a_2)]^2 + (4a_0a_2 - a_1^2)/(4a_2^2)}, \quad (12)$$

$$\text{де} \quad A_1 = b_0/a_0; B_1 = -b_2 - \frac{a_2 b_0}{a_0}; C_1 = -b_1 - a_1 b_0/a_0. \quad (13)$$

Зворотним перетворенням Лапласа визначаємо оригінал зображення (12) кутової швидкості ГМ₁

$$\omega_1(t) = A_1 + \frac{B_1}{a_2} e^{-\frac{a_1}{2a_2}t} \cos\left(\frac{\sqrt{4a_0a_2 - a_1^2}}{2a_2}t\right) + \frac{2C_1 - B_1a_1/a_2}{\sqrt{4a_0a_1 - a_2^2}} e^{-\frac{a_1}{2a_2}t} \sin\left(\frac{\sqrt{4a_0a_2 - a_1^2}}{2a_2}t\right). \quad (14)$$

За виключення коефіцієнтів вищого порядку малості у виразі (14), та враховуючи позначення, згідно з (11) і (13), а також початковою умовою $\omega_1(0) = 0$, отримаємо рівняння для кутової швидкості вала гідромотора ГМ₁ у спрощеному вигляді

$$\begin{aligned} \omega_1(t) \approx & \frac{Q_H q_{MX1} - M_{KP1} \sigma}{q_{MX1}^2 + \sigma(\beta - \alpha M_{KP1})} \left\{ 1 - e^{-\frac{\sigma}{2KW_{12}}t} \cos\left[\sqrt{\frac{q_{MX1}^2 + \sigma(\beta - \alpha M_{KP1})}{KW_{12}J_1}}t\right] \right\} - \left\{ \sqrt{\frac{KW_{12}}{J_1}} \times \right. \\ & \times \left(\frac{M_{KP1}}{q_{MX1}} + \frac{M_{KP2}}{q_{MX2}} \right) + \sqrt{\frac{J_1}{KW_{12}}} \frac{Q_H q_{MX1} \sigma}{2[q_{MX1}^2 + \sigma(\beta - \alpha M_{KP1})]^{1.5}} \left. \right\} e^{-\frac{\sigma}{2KW_{12}}t} \sin\left[\sqrt{\frac{q_{MX1}^2 + \sigma(\beta - \alpha M_{KP1})}{KW_{12}J_1}}t\right]. \end{aligned} \quad (15)$$

Після розв'язання системи рівнянь (6)—(9) відносно функції $\Omega_2(s)$ та приведення до канонічного вигляду як суми елементарних дробів отримаємо таке зображення кутової швидкості вала ГМ₂:

$$\begin{aligned} \Omega_2(s) = & \frac{A_2}{a_2} \frac{s + a_1/(2a_2)}{[s + a_1/(2a_2)]^2 + (4a_0a_2 - a_1^2)/(4a_2^2)} + (H_2 - E_2) \frac{1}{s} + \frac{2B_2 - A_2a_1/a_2}{\sqrt{4a_0a_2 - a_1^2}} \times \\ & \times \frac{\sqrt{4a_0a_2 - a_1^2}/(2a_2)}{[s + a_1/(2a_2)]^2 + (4a_0a_2 - a_1^2)/(4a_2^2)} + \frac{s + \sigma/(2KW_3)}{\left(s + \frac{\sigma}{2KW}\right)^2 + \left(\frac{q_{MX2}^2}{KW_3J_2} - \frac{\sigma^2}{4K^2W_3^2}\right)} \times \\ & \times \frac{C_2 + L_2 - F_2}{KW_3J_2} + \frac{D_2 + N_2 - G_2 - \frac{\sigma(C_2 + L_2 - F_2)}{2KW_3}}{\sqrt{KW_3J_2q_{MX2}^2 - 0,25J_2^2\sigma^2}} \frac{\sqrt{\frac{q_{MX2}^2}{KW_3J_2} - \frac{\sigma^2}{4K^2W_3^2}}}{\left(s + \frac{\sigma}{2KW}\right)^2 + \left(\frac{q_{MX2}^2}{KW_3J_2} - \frac{\sigma^2}{4K^2W_3^2}\right)}, \end{aligned} \quad (16)$$

$$\text{де } B_2 = \frac{q_{MX1}q_{MX2} \left[B_1a_0J_2(a_2\sigma - a_1KW_3) + C_1a_2^2(q_{MX2}^2 - J_2\sigma) \right]}{a_2^2q_{MX2}^2(q_{MX2}^2 - J_2\sigma) + a_0a_2J_2(J_2\sigma^2 - KW_3q_{MX2}^2) + a_0a_1KW_3J_2^2(KW_3 - \sigma)}; \quad C_2 = -\frac{A_2KW_3J_2}{a_2};$$

$$A_2 = \frac{B_2a_2(a_2q_{MX2}^2 - a_0KW_3J_2) - C_1a_2^2q_{MX1}q_{MX2}}{a_0(a_2J_2\sigma - a_1KW_3J_2)}; \quad D_2 = \frac{q_{MX2}(C_1q_{MX1} - B_2q_{MX2})}{a_0}; \quad E_2 = \frac{M_{KP2}\sigma}{q_{MX2}^2};$$

$$F_2 = -KW_3M_{KP2}J_2\sigma/q_{MX2}^2; \quad G_2 = M_{KP2}(KW_3 - J_2\sigma^2/q_{MX2}^2). \quad (17)$$

Зворотним перетворенням Лапласа визначаємо оригінал зображення (16) кутової швидкості ГМ₂

$$\begin{aligned} \omega_2(t) = & \frac{A_2}{a_2} e^{-\frac{a_1}{2a_2}t} \cos\left(\frac{\sqrt{4a_0a_2 - a_1^2}}{2a_2}t\right) + H_2 - E_2 + \frac{2B_2 - A_2a_1/a_2}{\sqrt{4a_0a_1 - a_2^2}} e^{-\frac{a_1}{2a_2}t} \sin\left(\frac{\sqrt{4a_0a_2 - a_1^2}}{2a_2}t\right) + \\ & + \frac{C_2 + L_2 - F_2}{KW_3J_2} e^{-\frac{\sigma}{2KW_3}t} \cos\left(\sqrt{\frac{q_{MX2}^2}{KW_3J_2} - \frac{\sigma^2}{4K^2W_3^2}}t\right) + \frac{D_2 + N_2 - G_2 - \sigma(C_2 + L_2 - F_2)/(2KW_3)}{\sqrt{KW_3J_2q_{MX2}^2 - 0,25J_2^2\sigma^2}} \times \\ & \times e^{-\frac{\sigma}{2KW_3}t} \sin\left(\sqrt{\frac{q_{MX2}^2}{KW_3J_2} - \frac{\sigma^2}{4K^2W_3^2}}t\right). \end{aligned} \quad (18)$$

За виключення коефіцієнтів вищого порядку малості у виразі (18), та враховуючи взяті позначення згідно з (11), (13), (17), а також початкову умову $\omega_2(0) = 0$, отримаємо рівняння для кутової швидкості вала гідромотора ГМ₂ у спрощеному вигляді

$$\omega_2(t) \approx \frac{(Q_H q_{MX1} - M_{KP1} \sigma) q_{MX1}}{[q_{MX1}^2 + \sigma(\beta - \alpha M_{KP1})] q_{MX2}} \left\{ 1 - e^{-\frac{\sigma}{2KW_{12}} t} \cos \left[\sqrt{\frac{q_{MX1}^2 + \sigma(\beta - \alpha M_{KP1})}{KW_{12} J_1}} t \right] \right\} + \left[\left(\frac{M_{KP1}}{q_{MX1}} + \frac{M_{KP2} q_{MX1}}{q_{MX2}^2} \right) \times \right. \\ \left. \times \sqrt{\frac{KW_{12}}{J_1}} + \frac{Q_H \sigma \sqrt{J_1 / KW_{12}}}{2 q_{MX2} \sqrt{q_{MX1}^2 + \sigma(\beta - \alpha M_{KP1})}} \right] e^{-\frac{\sigma}{2KW_{12}} t} \sin \left[\sqrt{\frac{q_{MX1}^2 + \sigma(\beta - \alpha M_{KP1})}{KW_{12} J_1}} t \right] - \frac{M_{KP2} \sigma}{q_{MX2}} \left(1 - e^{-\frac{\sigma}{2KW_3} t} \right). \quad (19)$$

Після розв'язання системи рівнянь (6)–(9) відносно функції $P_{12}(s)$ та приведення до канонічного вигляду як суми елементарних дробів отримаємо таке зображення тиску на вході гідромотора ГМ₁

$$P_{12}(s) = \frac{E_3}{q_{MX1}} \frac{1}{s} + \frac{A_3}{a_2} \frac{s + a_1 / (2a_2)}{[s + a_1 / (2a_2)]^2 + (4a_0 a_2 - a_1^2) / (4a_2^2)} + \frac{2B_3 - A_3 a_1 / a_2}{\sqrt{4a_0 a_2 - a_1^2}} \times \\ \times \frac{\sqrt{4a_0 a_2 - a_1^2} / (2a_2)}{[s + a_1 / (2a_2)]^2 + (4a_0 a_2 - a_1^2) / (4a_2^2)} + \frac{F_3 + C_3 / q_{MX1}}{KW_3 J_2} \frac{s + \sigma / (2KW_3)}{\left(s + \frac{\sigma}{2KW} \right)^2 + \left(\frac{q_{MX2}^2}{KW_3 J_2} - \frac{\sigma^2}{4K^2 W_3^2} \right)} + (20) \\ + \frac{G_3 + D_3 / q_{MX1} - \sigma(F_3 + C_3 / q_{MX1}) / (2KW_3)}{\sqrt{KW_3 J_2 q_{MX2}^2 - 0,25 J_2^2 \sigma^2}} \frac{\sqrt{\frac{q_{MX2}^2}{KW_3 J_2} - \frac{\sigma^2}{4K^2 W_3^2}}}{\left(s + \frac{\sigma}{2KW} \right)^2 + \left(\frac{q_{MX2}^2}{KW_3 J_2} - \frac{\sigma^2}{4K^2 W_3^2} \right)},$$

де $F_3 = J_2 \{ A_1 [J_1 \sigma + KW_3 (\beta - \alpha M_{KP1})] + KW_3 (M_{KP1} - E_3) \} / q_{MX1}$; $C_3 = J_2 [J_3 - A_3 KW_3 q_{MX1}] / a_2$;

$$B_3 = \frac{a_0 a_2 K_3 (B_1 H_3 - C_1 I_3) + a_0 J_2 J_3 (a_0 I_3 - a_1 H_3) + C_1 a_2 q_{MX2}^2 (\beta - \alpha M_{KP1}) (a_1 I_3 - a_2 H_3)}{a_2 q_{MX1} [I_3 (a_1 q_{MX2}^2 - a_0 J_2 \sigma) + H_3^2]};$$

$$A_3 = B_3 \frac{a_2 (a_1 q_{MX2}^2 - a_0 J_2 \sigma)}{a_0 H_3} + \frac{C_1 a_0 a_2 K_3 + a_2 q_{MX2}^2 (\beta - \alpha M_{KP1}) (B_1 a_0 - C_1 a_1) - a_0^2 J_2 J_3}{a_0 q_{MX1} H_3}; \quad (21)$$

$$J_3 = B_1 [J_1 \sigma + KW_3 (\beta - \alpha M_{KP1})] + C_1 KW_3 J_1; \quad H_3 = a_2 q_{MX2}^2 - a_0 KW_3 J_2; \quad I_3 = J_2 (a_2 \sigma - a_1 KW_3);$$

$$K_3 = J_1 q_{MX2}^2 + J_2 q_{MX1}^2 + J_2 \sigma (\beta - \alpha M_{KP1}); \quad E_3 = A_1 (\beta - \alpha M_{KP1}) + M_{KP1} + M_{KP2} q_{MX1} / q_{MX2};$$

$$D_3 = q_{MX2}^2 [C_1 (\beta - \alpha M_{KP1}) - B_3 q_{MX1}] / a_0; \quad G_3 = [A_1 K_3 + J_2 \sigma (M_{KP1} - E_3)] / q_{MX1}.$$

Зворотним перетворенням Лапласа визначаємо оригінал зображення (20) тиску на вході ГМ₁

$$p_{12}(t) = \frac{E_3}{q_{MX1}} + \frac{A_3}{a_2} e^{-\frac{a_1}{2a_2} t} \cos \left(\frac{\sqrt{4a_0 a_2 - a_1^2}}{2a_2} t \right) + \frac{2B_3 - A_3 a_1 / a_2}{\sqrt{4a_0 a_2 - a_1^2}} e^{-\frac{a_1}{2a_2} t} \sin \left(\frac{\sqrt{4a_0 a_2 - a_1^2}}{2a_2} t \right) + \\ + \frac{F_3 + C_3 / q_{MX1}}{KW_3 J_2} e^{-\frac{\sigma}{2KW_3} t} \cos \left(\sqrt{\frac{q_{MX2}^2}{KW_3 J_2} - \frac{\sigma^2}{4K^2 W_3^2}} t \right) + (22) \\ + \frac{G_3 + D_3 / q_{MX1} - \sigma(F_3 + C_3 / q_{MX1}) / (2KW_3)}{\sqrt{KW_3 J_2 q_{MX2}^2 - 0,25 J_2^2 \sigma^2}} e^{-\frac{\sigma}{2KW_3} t} \sin \left(\sqrt{\frac{q_{MX2}^2}{KW_3 J_2} - \frac{\sigma^2}{4K^2 W_3^2}} t \right).$$

За виключення коефіцієнтів вищого порядку малості у виразі (22), та враховуючи прийняті позначення згідно з (11), (13), (21), а також початкову умову $p_{12}(0) = 0$, отримаємо рівняння зміни тиску на вході гідромотора ГМ₁ у спрощеному вигляді

$$p_{12}(t) \approx \left[\frac{Q_H (\beta - \alpha M_{KP1})}{q_{MX1}^2} + \frac{M_{KP1}}{q_{MX1}} + \frac{M_{KP2}}{q_{MX2}} \right] \left\{ 1 - e^{-\frac{\sigma}{2KW_{12}}t} \cos \left[\sqrt{\frac{q_{MX1}^2 + \sigma(\beta - \alpha M_{KP1})}{KW_{12}J_1}} t \right] \right\} +$$

$$+ Q_H \sqrt{\frac{J_1}{KW_{12} [q_{MX1}^2 + \sigma(\beta - \alpha M_{KP1})]}} e^{-\frac{\sigma}{2KW_{12}}t} \sin \left[\sqrt{\frac{q_{MX1}^2 + \sigma(\beta - \alpha M_{KP1})}{KW_{12}J_1}} t \right]. \quad (23)$$

Після розв'язання системи рівнянь (6)–(9) відносно функції $P_3(s)$ та приведення до канонічного вигляду як суму елементарних дробів, отримаємо таке зображення тиску на вході гідромотора ГМ₂

$$P_3(s) = \frac{(H_2 - E_2)J_2}{q_{MX2}} + \frac{J_2B_2}{q_{MX2}a_2} \frac{s + a_1/(2a_2)}{[s + a_1/(2a_2)]^2 + (4a_0a_2 - a_1^2)/(4a_2^2)} - \frac{J_2B_2a_1}{q_{MX2}a_2\sqrt{4a_0a_2 - a_1^2}} \times$$

$$\times \frac{\sqrt{4a_0a_2 - a_1^2}/(2a_2)}{[s + a_1/(2a_2)]^2 + (4a_0a_2 - a_1^2)/(4a_2^2)} + \frac{J_2(D_2 + N_2 - G_2)}{KW_3J_2q_{MX2}} \frac{s + \sigma/(2KW_3)}{\left(s + \frac{\sigma}{2KW}\right)^2 + \left(\frac{q_{MX2}^2}{KW_3J_2} - \frac{\sigma^2}{4K^2W_3^2}\right)} +$$

$$+ \frac{M_{KP2}}{q_{MX2}} \frac{1}{s} - \frac{J_2\sigma(D_2 + N_2 - G_2)}{KW_3q_{MX2}\sqrt{4KW_3J_2q_{MX2}^2 - J_2^2\sigma^2}} \frac{\sqrt{\frac{q_{MX2}^2}{KW_3J_2} - \frac{\sigma^2}{4K^2W_3^2}}}{\left(s + \frac{\sigma}{2KW}\right)^2 + \left(\frac{q_{MX2}^2}{KW_3J_2} - \frac{\sigma^2}{4K^2W_3^2}\right)}.$$

Зворотним перетворенням Лапласа визначаємо оригінал зображення (24) тиску на вході ГМ₂

$$p_3(t) = \frac{M_{KP2}}{q_{MX2}} + \frac{J_2B_2}{q_{MX2}a_2} e^{-\frac{a_1}{2a_2}t} \cos \left(\frac{\sqrt{4a_0a_2 - a_1^2}}{2a_2} t \right) - \frac{J_2B_2a_1}{q_{MX2}a_2\sqrt{4a_0a_2 - a_1^2}} e^{-\frac{a_1}{2a_2}t} \times$$

$$\times \sin \left(\frac{\sqrt{4a_0a_2 - a_1^2}}{2a_2} t \right) + \frac{J_2(D_2 + N_2 - G_2)}{KW_3J_2q_{MX2}} e^{-\frac{\sigma}{2KW_3}t} \cos \left(\sqrt{\frac{q_{MX2}^2}{KW_3J_2} - \frac{\sigma^2}{4K^2W_3^2}} t \right) -$$

$$- \frac{J_2\sigma(D_2 + N_2 - G_2)}{KW_3q_{MX2}\sqrt{4KW_3J_2q_{MX2}^2 - J_2^2\sigma^2}} e^{-\frac{\sigma}{2KW_3}t} \sin \left(\sqrt{\frac{q_{MX2}^2}{KW_3J_2} - \frac{\sigma^2}{4K^2W_3^2}} t \right).$$

За виключення коефіцієнтів вищого порядку малості у виразі (25), та враховуючи прийняті позначення згідно з (11), (13), (17), а також початкову умову $p_3(0) = 0$, отримаємо рівняння зміни тиску на вході гідромотора ГМ₂ у спрощеному вигляді

$$p_3(t) \approx \frac{M_{KP2}}{q_{MX2}} \left\{ 1 - e^{-\frac{\sigma}{2KW_3}t} \cos \left[\frac{q_{MX2}}{\sqrt{KW_3J_2}} t + \arccos \left(1 - \frac{Q_H J_2 \sigma}{M_{KP2} KW_{12} q_{MX2}} \right) \right] \right\} -$$

$$- \frac{Q_H J_2 \sigma}{KW_{12} q_{MX2}^2} e^{-\frac{\sigma}{2KW_{12}}t} \cos \left[\sqrt{\frac{q_{MX1}^2 + \sigma(\beta - \alpha M_{KP1})}{KW_{12}J_1}} t \right]. \quad (26)$$

Порівняння отриманих результатів нелінійної [6] та лінеаризованої (1)–(5) математичних моделей, а також аналітичного розв'язання лінеаризованої моделі показано з метою демонстрації ступеня точності на рис. 2 для таких параметрів: $Q_H = 1,917 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3/\text{с}$; $q_{MX1} = 1,432 \cdot 10^{-5} \text{ м}^3/\text{рад}$; $q_{MX2} = 1,003 \cdot 10^{-4} \text{ м}^3/\text{рад}$; $M_{KP1} = 68,3 \text{ Н}\cdot\text{м}$; $M_{KP2} = 261 \text{ Н}\cdot\text{м}$; $J_1 = 1,98 \cdot 10^{-2} \text{ кг}\cdot\text{м}^2$; $J_2 = 3,13 \cdot 10^{-2} \text{ кг}\cdot\text{м}^2$; $W_{12} = 1,98 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3$; $W_3 = 5 \cdot 10^{-4} \text{ м}^3$; $K = 10^{-9} \text{ Па}^{-1}$; $\sigma = 9,24 \cdot 10^{-11} \text{ м}^5/(\text{Н}\cdot\text{с})$; $\beta = 6,4 \cdot 10^{-2} \text{ Н}\cdot\text{м}\cdot\text{с}$; $\alpha = 7,706 \cdot 10^{-4} \text{ с}/\text{рад}$.

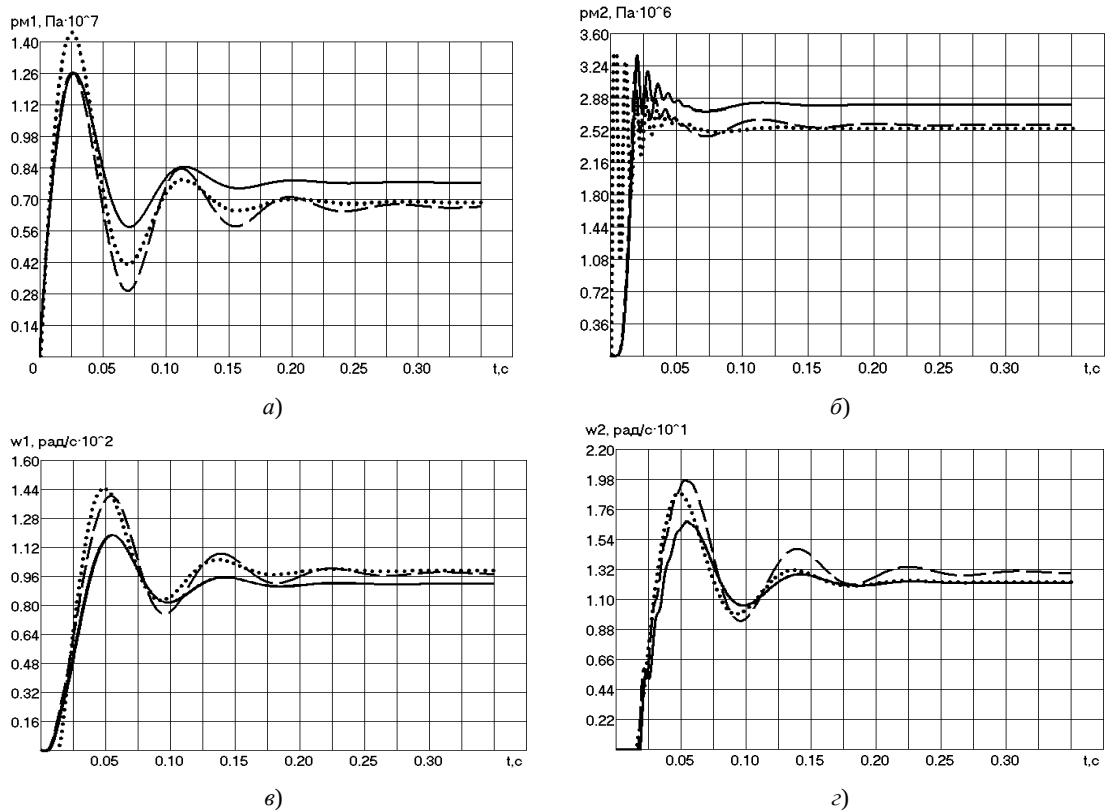


Рис. 2. Порівняння отриманих результатів нелінійної (—) та лінеаризованої (---) математичних моделей, а також аналітичного розв'язання лінеаризованої математичної моделі (.....): а — зміна тиску на вході ГМ₁; б — зміна тиску на вході ГМ₂; в — кутова швидкість вала ГМ₁; г — кутова швидкість вала ГМ₂

Похибка становила 5,4...10,9 %, що вважається прийнятним рівнем точності для виконання попередніх проектних розрахунків. При цьому похибка 10,9 % спостерігалась на початку руху і зменшувалась до 5,4% в усталеному режимі роботи.

За результатами аналізу наближених аналітичних залежностей (15), (19), (23) та (26) отримано залежності основних силових і кінематичних характеристик гідравлічного приводу НПО сміттєвоза з урахуванням зносу ЦЩ в усталеному режимі роботи за умови $t \rightarrow \infty$

$$\omega_1 \approx \frac{Q_H q_{MX1} - M_{KP1} \sigma}{q_{MX1}^2 + \sigma(\beta - \alpha M_{KP1})}; \quad (27)$$

$$\omega_2 \approx \frac{(Q_H q_{MX1} - M_{KP1} \sigma) q_{MX1}}{[q_{MX1}^2 + \sigma(\beta - \alpha M_{KP1})] q_{MX2}}; \quad (28)$$

$$p_{12} \approx \frac{Q_H (\beta - \alpha M_{KP1})}{q_{MX1}^2} + \frac{M_{KP1}}{q_{MX1}} + \frac{M_{KP2}}{q_{MX2}}; \quad (29)$$

$$p_3 \approx M_{KP2} / q_{MX2}. \quad (30)$$

Отримані наближені аналітичні залежності (27)–(30) можуть бути застосовані для проведення проектних розрахунків нових конструкцій сміттєвозів з розширеними функціональними можливостями та урахуванням зносу ЦЩ. Розраховані за допомогою формул (27)–(30) значення ключових характеристик гідроприводу для зазначених вище величин його основних параметрів становлять: $\omega_1 = 102,53$ рад/с; $\omega_2 = 14,646$ рад/с; $p_{12} = 7,477$ МПа; $p_3 = 2,603$ МПа.

Висновки

1. Запропоновано лінеаризовану удосконалену математичну модель групового гідроприводу з послідовним з'єднанням гідромоторів навісного підмітального обладнання сміттєвоза з урахуванням зносу циліндричної щітки у вигляді системи звичайних лінійних диференціальних рівнянь 4-го

порядку, що дозволила отримати наближені аналітичні залежності тисків на входах гідромоторів та кутових швидкостей валів гідромоторів від часу та основних параметрів гідроприводу.

2. Встановлено наближені з відносною похибкою в межах 5,4...10,9 % аналітичні залежності основних кінематичних та силових характеристик гідроприводу навісного підмітального обладнання сміттєвоза в усталеному режимі роботи, які можуть бути використані для проведення проектних розрахунків нових конструкцій сміттєвозів з розширеними функціональними можливостями та врахуванням зносу циліндричної щітки. Розраховані за допомогою отриманих залежностей значення ключових характеристик гідроприводу становлять: $\omega_1 = 102,53$ рад/с; $\omega_2 = 14,646$ рад/с; $p_{12} = 7,477$ МПа; $p_3 = 2,603$ МПа.

СПИСОК ВИКОРИСТАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ

- [1] В. В. Попович та ін., «Ефективність експлуатації сміттєвозів у середовищі "місто–сміттєзвалище"», *Науковий вісник НЛТУ України*, т. 27, № 10, с. 111-116, 2017.
- [2] Т. В. Плугіна, і В. О. Стоцький, «Задача інтелектуалізації сучасних будівельно-дорожніх машин», *Технологія приладобудування*, с. 40-43, 2014.
- [3] О. В. Павленко, Ю. Ф. Холодний, О. А. Харьков, і О. І. Шевченко, «Пропозиції щодо розробки єдиних підходів оцінювання функціональних властивостей підмітально-прибиральних машин вітчизняного виробництва», *Вісник Херсонського національного технічного університету*, № 4 (79), с. 44-51, 2021.
- [4] В. І. Савуляк, і О. В. Березюк, *Технічне забезпечення збирання, перевезення та підготовки до переробки твердих побутових відходів*, моногр. Вінниця: УНІВЕРСУМ-Вінниця, 2006, 218 с.
- [5] Кабінет Міністрів України. *Постанова № 265 «Про затвердження Програми поводження з твердими побутовими відходами»* 2004. [Електронний ресурс]. Режим доступу: <http://zakon.rada.gov.ua/cgi-bin/laws/main.cgi?nreg=265-2004-%EF>.
- [6] O. V. Bereziuk, V. I. Savulyak, V. O. Kharzhevskiy, and Ye. S. Harbuz, "Improved mathematical model of the operation of hydraulic drives of garbage truck mounted sweeping equipment with regard to the wear of a cylindrical brush," *Problems of Tribology*, no. 30(1/115), pp. 92-99, 2025.
- [7] О. В. Березюк, І. В. Віштак, і Є. С. Гарбуз, «Обладнання прибиральної машини», *Патент України E01H 1/04. № 157942 U, МПК (2006.01)*, 19.12.2024.
- [8] В. М. Дворжак, «Аналітичне дослідження динаміки типових кулісних механізмів технологічних машин легкої промисловості», *Вісник Київського національного університету технологій та дизайну. Серія: Технічні науки*, № 3, с. 9-18, 2018.
- [9] В. П. Місяць, «Аналітичне дослідження кінетики процесу подрібнення відходів полімерів в роторних дробарках», *Вісник КНУТД*, № 1, с. 35-40, 2007.
- [10] І. В. Коц, «Розробка та дослідження клапанів-пульсаторів для гідравлічних приводів вібраційних гірничих машин.» дис. канд. техн. наук, ВПІ, Вінниця, 1994.
- [11] О. В. Березюк, «Комп'ютерна програма "Математичне моделювання динаміки приводів робочих органів машин для збирання та первинної переробки твердих побутових відходів" ("MatModel")», *Свідчення про реєстрацію авторського права на твір № 64349*, Київ: Державна служба інтелектуальної власності України, дата реєстрації: 03.03.2016.

Рекомендована кафедрою безпеки життєдіяльності та педагогіки безпеки ВНТУ

Стаття надійшла до редакції 18.06.2025

Березюк Олег Володимирович — д-р техн. наук, доцент, професор кафедри безпеки життєдіяльності та педагогіки безпеки, e-mail: berezyukoleg@i.ua ;

Гарбуз Євгеній Сергійович — аспірант кафедри технологій та автоматизації машинобудування.
Вінницький національний технічний університет, Вінниця

O. V. Bereziuk¹
Ye. S. Harbuz¹

Analytical Study of the Improved Mathematical Model of Hydraulic Drives of the Mounted Sweeping Equipment of a Garbage Truck, Taking into Account the Wear of the Cylindrical Brush

¹Vinnitsia National Technical University

As a result of the analysis of the performed numerical studies of the improved nonlinear mathematical model of a group hydraulic drive with a serial connection of hydraulic motors that drive the mounted sweeping equipment of a garbage truck,

taking into account the wear of the cylindrical brush, a linearized version of this model was developed in the form of a system of ordinary linear differential equations of the fourth order. Comparison of the results obtained using the nonlinear and linearized improved mathematical model of a group hydraulic drive with a serial connection of hydraulic motors of the mounted sweeping equipment of a garbage truck, taking into account the wear of the cylindrical brush, showed a relative error within the limits of 5.4...10.9 %, which is acceptable for performing preliminary engineering calculations of the main parameters of hydraulic drives. During the analytical study of the linearized improved mathematical model of a group hydraulic drive with a serial connection of hydraulic motors of the mounted sweeping equipment of a garbage truck, taking into account the wear of the cylindrical brush, the following methods were applied: operator calculus using the Laplace transform to solve a system of ordinary linear differential equations, linearization of nonlinear dependencies, decomposition of complex expressions into simpler fractions, and also methods of computer modeling. The analytical study of the linearized improved mathematical model of a group hydraulic drive with a serial connection of hydraulic motors of the mounted sweeping equipment of a garbage truck, taking into account the wear of the cylindrical brush, made it possible to obtain analytical expressions for determining the main power and kinematic characteristics of hydraulic drives in steady-state operation mode. The obtained dependencies can be used when performing design calculations for new garbage truck designs with extended functionality and taking into account the impact of cylindrical brush wear.

Keywords: linearized mathematical model, wear consideration, cylindrical brush, Laplace transform, mounted sweeping equipment, garbage truck, hydraulic drive, solid waste.

Bereziuk Oleh V. — Dr. Sc. (Eng.), Associated Professor, Professor of the Chair of Life Safety and Pedagogic of Security, e-mail: berezyukoleg@i.ua ;

Harbuz Yevhenii S. — Post-Graduate Student of the Chair of Mechanical Engineering Technologies and Automation