

РОЗВ'ЯЗАННЯ ПРЯМОЇ ЗАДАЧІ КІНЕМАТИКИ РОБОТА-МАНІПУЛЯТОРА З ЧОТИРМА СТУПЕНЯМИ СВОБОДИ

¹Вінницький національний технічний університет

Розвиток науки й техніки суттєво змінив підхід до функціонування промисловості, особливо в галузі автоматизації. Зростаючий попит на високоякісну продукцію призвів до переходу на автоматизовані системи, які використовують роботів для заміни людини у виконанні повторюваних завдань. Промислові роботи-маніпулятори широко застосовуються у таких виробничих процесах, як зварювання, фарбування, складання, різання тощо.

В роботі подано математичний опис розв'язання прямої задачі кінематики для навчального робота-маніпулятора з чотирма ступенями свободи. Запропоновано алгоритм процедури формування послідовності узгоджених систем координат, пов'язаних з ланками маніпулятора. Сформовано ортонормовану систему координат для кожної з чотирьох ланок.

Для виконання поставлених завдань описано структуру маніпулятора, наведено зовнішній вигляд маніпулятора, запропоновано 3D-модель та структурно-кінематичну схему. На основі отриманих параметрів та матричного методу представлення побудови системи координат Денавіта–Хартенберга створено матриці перетворень, які математично представляють просторові положення кожної з ланок маніпулятора. Використання перетворення Денавіта–Хантерберга дало змогу отримати положення кожної з чотирьох кінематичних пар робота-маніпулятора в просторі.

За алгоритмом розроблено комп'ютерну програму на Visual C#, яка дозволяє автоматично отримати координати кожної з кінематичних пар у просторі а також траєкторію руху захоплювача з початкової точки в задану. Таким чином, запланований рух спочатку перевіряється у віртуальному середовищі моделювання, і лише після перевірки виконується реальним роботом.

Запропонована методика та комп'ютерна програма є універсальними та можуть бути використані для моделювання будь-якого робота-маніпулятора в навчальному процесі.

Здійснено опис процесу функціонування створеної програми, наведено фрагменти програмного коду, які здійснюють розрахунки координат відповідних кінематичних пар в зоні обслуговування маніпулятора та безпосередньо траєкторію руху самого захоплювача в просторі. В результаті розрахунків та схематичного представлення 3D-моделі положення ланок маніпулятора в просторі повністю збігаються із наперед заданим положенням, що свідчить про адекватність створеної моделі та її програмної реалізації. Надалі на основі цієї моделі заплановано синтезувати систему керування навчальним роботом-маніпулятором, а також реалізацію зворотної задачі кінематики.

Ключові слова: навчальний робот-маніпулятор, пряма задача кінематики, формула Денавіта–Хартенберга, DH-параметри, інерціальна система координат.

Вступ

Виконавчий механізм будь-якого робота-маніпулятора — це багатоланковий просторовий механізм, який може мати в загальному випадку поступальні та обертальні кінематичні пари, які, в свою чергу, утворюють: декартову, циліндричні, сферичні та кутову, — системи координат маніпулятора. Залежно від поставленої задачі маніпулятор повинен забезпечувати різний ступінь свободи захоплювача.

Рухи стійки маніпулятора, що забезпечуються маніпулятором (у нашому випадку рухомою гусеничною платформою), які істотно перевищують розміри самого механізму маніпулятора згідно з класифікацією відповідають глобальним. Глобальні рухи виконуються шляхом переміщення рухомої платформи робота-маніпулятора.

Для здійснення просторового руху захоплювача, у загальному випадку, робот-маніпулятор повинен мати шість ступенів свободи, які можна реалізувати за допомогою семиланкового ланцюга лише з обертальними кінематичними парами. Якщо необхідно відтворити просторову траєкторію

тільки однієї точки захоплювача, то число ступенів свободи, необхідне для розв'язання цієї задачі, зменшується до трьох, тобто з'являється надлишок ступенів свободи.

Зайві ступені свободи дають можливість оптимізувати кінематичні, динамічні, енергетичні та інші критерії якості процесу маніпулювання. Надлишкові ступені свободи маніпулятора називають маневреністю, яка є його важливою характеристикою. В свою чергу, збільшення числа ступенів маневреності маніпулятора розширює його можливості під час виконання певних дій: збільшує робочу зону, зменшує мертві зони, розширює варіантність вибору траєкторії руху за різних умов.

Метою дослідження є розв'язання прямої задачі кінематики та розробка симуляційної програми для навчального робота-маніпулятора, яка буде використовуватись для аналізу та застосування кінематичних рівнянь. Дослідження відбуватиметься кількома етапами (рис. 1).

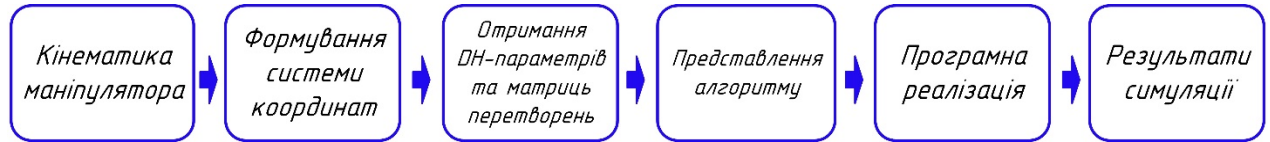


Рис. 1

Аналіз останніх досліджень

У роботі [1] авторами описано методику отримання параметрів Денавіга–Хартенберга та створення CAD-моделі наявних роботів. На основі цих параметрів експортовано CAD-файли для подальшої візуалізації. В роботах [2]–[4] подано огляд розв'язання прямої задачі кінематики на основі параметрів Денавіга–Хартенберга з подальшою реалізацією алгоритму в середовищі Matlab. В роботі [5] представлені параметри Денавіга–Хартенберга, які використовуються авторами, для розрахунку кінематики та динаміки роботів-маніпуляторів серії UR. Для цього використано середовище Microsoft Excel. У статті [6] подано порівняльне дослідження кінематики роботизованих маніпуляторів між параметрами Денавіга–Хартенберга та підходом подвійних кватерніонів (Dual Quaternion), де автори стверджують, що алгебра спінових дозволяє моделювати тривимірні переміщення. У цьому контексті алгебра подвійних кватерніонів є гнучким інструментом для опису перетворень твердого тіла, геометричних елементів та кінематичних пар. Проте отримані результати можуть виявитися неефективними з погляду обчислень. В статті [7] запропоновано простий підхід до визначення кінематичних параметрів серійного механізму за стандартними або модифікованими параметрами Денавіга–Хартенберга. Цей підхід полягає у формуванні послідовності елементарних переміщень і обертань від базової системи координат, визначеної користувачем, до кінцевого виконавчого органу та підходить для комп'ютерної алгебраїчної обробки, зокрема, в мовах програмування з підтримкою обробки списків, таких як Python, Tcl, Maple або Lisp. В статті [8] авторами запропоновано алгоритм розв'язання прямої задачі кінематики на основі подвійних кватерніонів з використанням концепції Денавіга–Хартенберга та реалізовано його у вигляді бібліотеки C++ для відкритої платформи розробки програмного забезпечення для робототехніки (ROS). Автори в роботі [9] зазначають, що методика Денавіга–Хартенберга, створена ще у 1950-х роках, досі залишається найпопулярнішим способом моделювання кінематики. Вона використовує чотири параметри для опису перетворень між суміжними ланками, які дозволяють послідовно побудувати повну трансформацію.

Як впливає з аналізу досліджень, для здійснення розрахунків положення кінематичних пар і робочого органу маніпулятора в просторі та отримання його траєкторії руху спочатку необхідно розв'язати пряму задачу кінематики. Отже, розв'язання прямої задачі кінематики навчального робота-маніпулятора, який має чотири ступені свободи, є актуальним завданням.

Виклад основного матеріалу

Кінематичний аналіз робота-маніпулятора передбачає розв'язання двох основних задач: прямої та оберненої кінематичних задач.

Пряма кінематична задача — це обчислення положення (x, y, z) робочого органу маніпулятора за його кінематичною схемою та заданою орієнтацією $(T_1, T_2, \dots, T_n)$ його ланок, де n — кількість ступенів свободи маніпулятора, а T — кути повороту.

Обернена кінематична задача — це обчислення кутів $(T_1, T_2, \dots, T_n)$ за заданим положенням (x, y, z) робочого органу та відомою кінематичною схемою маніпулятора.

Розв'язання прямої задачі визначає положення робочого органу маніпулятора за заданих кутів його ланок, тоді як обернена задача, навпаки, визначає, які параметри необхідно задати ланкам маніпулятора, щоб його робочий орган опинився у заданому положенні.

Під час проведення дослідження поведінки робота-маніпулятора, показаного на рис. 2, необхідно розв'язати пряму задачу кінематики, яка є основною в дослідженні алгоритму його роботи.



Рис. 2. Чотирьохосьовий робот-маніпулятор: а — загальний вигляд; б — 3D модель

Одним з найпоширеніших математичних підходів, який дає змогу розв'язати обидві задачі є метод формування однорідної матриці перетворень 4×4 Денавіта і Хартенберга (ДН-представлення) [2], [10]. За допомогою цього методу, для розв'язання прямої задачі кінематики робота-маніпулятора (рис. 2), потрібно виконати такі завдання:

- сформувати системи координат ланок чотирьохосьового маніпулятора;
- визначити ДН-параметри маніпулятора;
- побудувати матриці перетворення між сусідніми ланками;
- визначити кінцеву позицію та траєкторію руху робочого органу маніпулятора за узагальненими координатами.

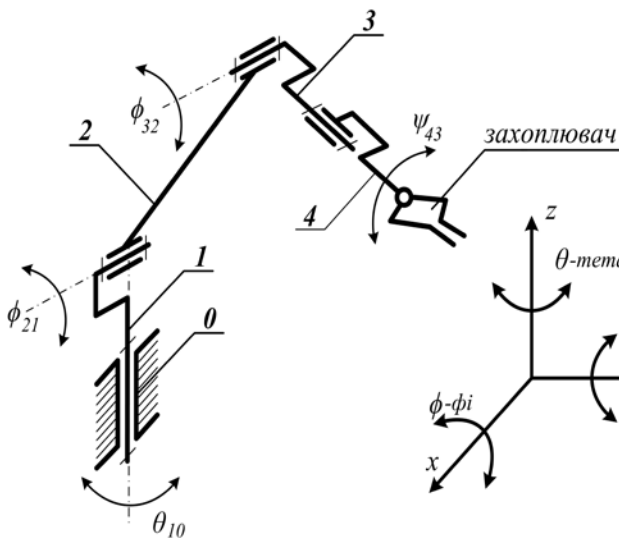


Рис. 3. Кінематична схема робота-маніпулятора

Система координат захоплювача, зазвичай, — це n -те з'єднання (у нашому випадку є обертальним). Вісь z_n направлена вздовж осі z_{n-1} і від робота. Вісь x_n будується перпендикулярно до осей z_{n-1} і z_n . Вісь y_n доповнює систему до правої системи координат.

Оскільки ці правила залишають свободу вибору 0-ї системи координат, за дотримання умови — вісь z_0 направлена вздовж осі першого зчленування, то отримаємо системи координат зчленувань робота-маніпулятора, показані на рис. 4.

Для опису геометрії робота-маніпулятора використовують так звану кінематичну схему, яка є графічним зображенням послідовності ланок маніпулятора, з'єднаних між собою зчленуваннями, показану на рис. 3.

Базовою є нульова система координат (x_0, y_0, z_0) , що представляє собою інерційну систему координат маніпулятора. Так для нашого маніпулятора визначимо п'ять систем координат $(x_0, y_0, z_0), (x_1, y_1, z_1), \dots, (x_4, y_4, z_4)$.

Сформуємо кожну із зазначених вище систем координат на основі таких правил [10], [11]:

- вісь z_{i-1} спрямована вздовж осі i -го зчленування;
- вісь x_i перпендикулярна осі z_{i-1} і направлена від неї.
- вісь y_i доповнює осі x_i, z_i до утворення правої декартової системи координат.

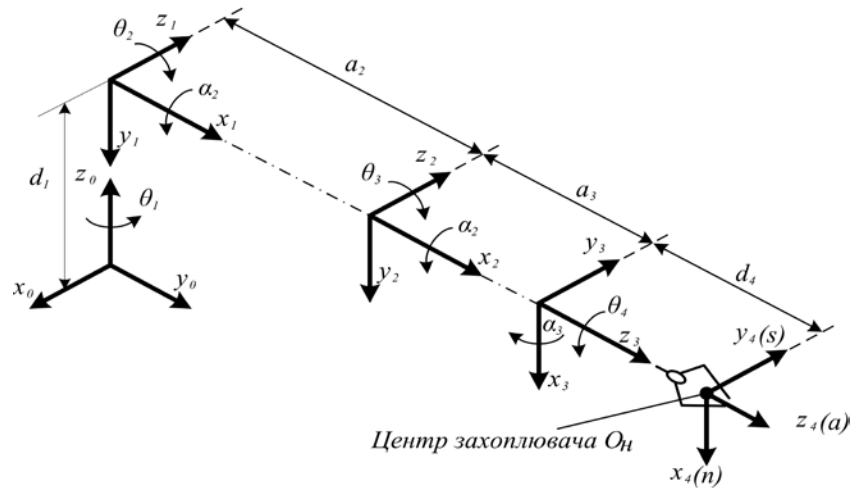


Рис. 4. Формування системи координат ланок для чотирьохосового маніпулятора

Пряма задача кінематики полягає в розрахунку положення та орієнтації системи координат, пов'язаної з робочим органом, із заданим набором узагальнених параметрів маніпулятора.

Для чотирьохосового маніпулятора з обертальними кінематичними парами (тобто всі з'єднання є обертальними) параметри ДН представляються у вигляді таблиці, яка описує кожне з'єднання маніпулятора.

Для кожної ланки визначаємо чотири параметри:

θ_i — кут повороту навколо осі z_{i-1} (кутове зміщення).

d_i — зміщення уздовж осі z_{i-1} (лінійне зміщення, постійна величина для обертальних пар).

a_i — довжина ланки, відстань між осями z_{i-1} і z_i вздовж осі x_i .

α_i — кут нахилу між осями z_{i-1} і z_i (постійна величина).

Таблиця ДН-параметрів для чотирьохосового маніпулятора матиме такий вигляд.

ДН-параметри системи координат маніпулятора

Зчленування (i)	θ_i	d_i	a_i	$\alpha_i, ^\circ$
1	θ_1	50	0	-90
2	θ_2	0	128	0
3	θ_3	0	82	90
4	θ_4	78	0	0

Створимо ланцюг переміщень від 0-ї ланки (основи маніпулятора) до 4-ї ланки, відносно якої ця точка є нерухомою

$$0 \xrightarrow{T_1^0} 1 \xrightarrow{T_2^1} 2 \xrightarrow{T_3^2} 3 \xrightarrow{T_4^3} 4.$$

Запишемо матрицю перетворення координат Денавіга-Хартенберга між сусідніми ланками [10], [12]

$$T_i^{i-1} = \begin{bmatrix} \cos \theta_i & -\cos \alpha_i \cdot \sin \theta_i & \sin \theta_i \cdot \sin \alpha_i & a_i \cdot \cos \theta_i \\ \sin \theta_i & \cos \theta_i \cdot \cos \alpha_i & -\sin \alpha_i \cdot \cos \theta_i & a_i \cdot \sin \theta_i \\ 0 & \sin \alpha_i & \cos \alpha_i & d_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}. \quad (1)$$

Для чотирьохосового робота-маніпулятора, який розглядається у цій роботі, визначено чотири матриці T_i .

Матриця для першого зчленування

$$T_1^0 = \begin{bmatrix} \cos \theta_1 & 0 & -\sin \theta_1 & 0 \\ \sin \theta_1 & 0 & \cos \theta_1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 50 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}. \quad (2)$$

$$\text{Матриця для другого зчленування} \quad T_2^1 = \begin{bmatrix} \cos \theta_2 & -\sin \theta_2 & 0 & 128 \cdot \cos \theta_2 \\ \sin \theta_2 & \cos \theta_2 & 0 & 128 \cdot \sin \theta_2 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}. \quad (3)$$

$$\text{Матриця для третього зчленування} \quad T_3^2 = \begin{bmatrix} \cos \theta_3 & 0 & \sin \theta_3 & 82 \cdot \cos \theta_3 \\ \sin \theta_3 & 0 & -\cos \theta_3 & 82 \cdot \sin \theta_3 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}. \quad (4)$$

$$\text{Матриця для четвертого зчленування} \quad T_4^3 = \begin{bmatrix} \cos \theta_4 & -\sin \theta_4 & 0 & 0 \\ \sin \theta_4 & \cos \theta_4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 78 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}. \quad (5)$$

Загальне перетворення T від бази маніпулятора до робочого органу (кінцевої ланки) буде добутком усіх індивідуальних матриць $T_1^0, T_2^1, T_3^2, T_4^3$ (2)–(5).

Де матриця перетворення T може бути описана як добуток чотирьох однорідних матриць перетворення, представлених у вигляді T_i (кожна $i = 1, 2, \dots, 4$ — це з'єднання). І кожна матриця перетворення 4×4 .

$$T = [T_1^0 \cdot T_2^1 \cdot T_3^2 \cdot T_4^3]; \quad (6)$$

$$T = \begin{bmatrix} n_x & o_x & a_x & p_x \\ n_y & o_y & a_y & p_y \\ n_z & o_z & a_z & p_z \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (7)$$

Матриця (7) дозволяє визначити положення та орієнтацію захоплювача маніпулятора у просторі, враховуючи задані параметри. Де положення захоплювача в просторі, відносно базової системи координат, представлено як вектор p , а орієнтація описується векторами n, o, α .

Для здійснення розрахунку кінцевої точки положення o_n захоплювача в просторі та отримання траєкторії руху маніпулятора у просторі, розроблено комп'ютерну програму.

Програмний код написано мовою C# у середовищі Visual Studio з використанням WinForms та бібліотеки SharpGL для 3D-візуалізації. Також програмне забезпечення реалізує візуалізацію просторового положення маніпулятора та побудову траєкторій переміщення захоплювача.

Вся взаємодія відбувається в межах однієї форми, яка містить елементи для введення параметрів та відображення результатів (див. рис. 5).

№	Theta Min (°)	Theta Max	Theta (°)	d (мм)	a (мм)	Alpha (°)
1	-180	180	-30	50	0	-90
2	-120	60	60	0	128	0
3	-100	120	15	0	82	90
4	-90	90	0	78	0	0

Рис. 5. Форма вводу параметрів маніпулятора та кутів, на які здійснюється обертання для початкової та кінцевої точки

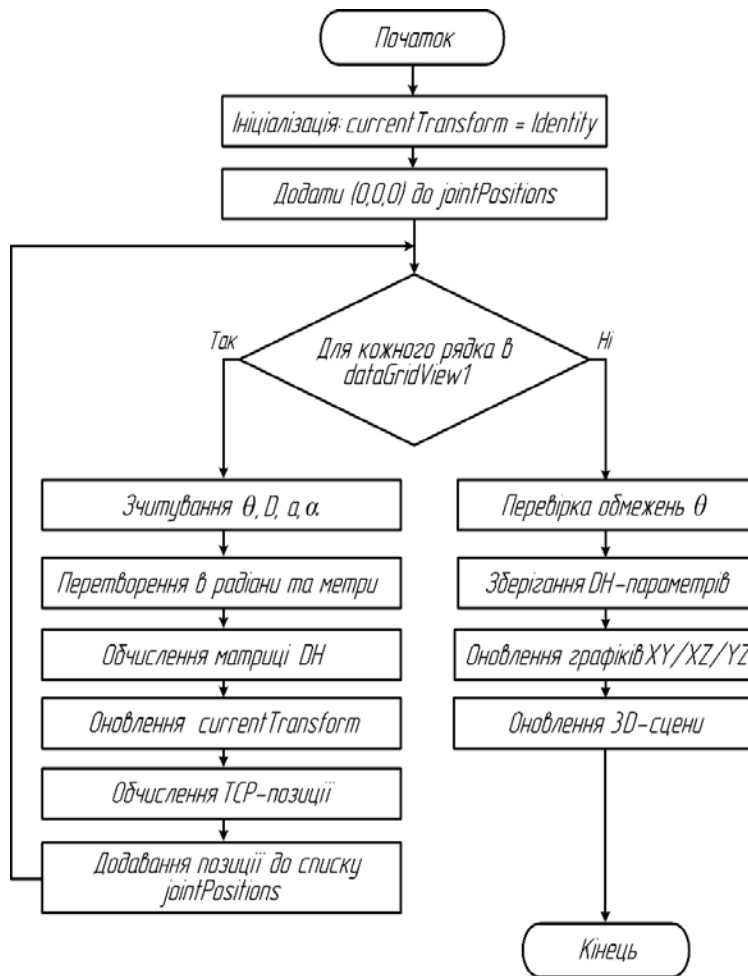


Рис. 6. Алгоритм обчислення прямої кінематики

--- Ланка 1 ---

 $\theta = 60,00^\circ = 1,0472 \text{ рад}$ $\alpha = -90,00^\circ = -1,5708 \text{ рад}$

Значення матриці перетворень:

[0,500 0,000 -0,866 0,000]

[0,866 0,000 0,500 0,000]

[0,000 -1,000 0,000 0,050]

[0,000 0,000 0,000 1,000]

Позиція кінематичної пари:

X = 0,00 мм, Y = 0,00 мм, Z = 50,00 мм

--- Ланка 2 ---

 $\theta = 20,00^\circ = 0,3491 \text{ рад}$ $\alpha = 0,00^\circ = 0,0000 \text{ рад}$

Значення матриці перетворень:

[0,940 -0,342 0,000 0,120]

[0,342 0,940 0,000 0,044]

[0,000 0,000 1,000 0,000]

[0,000 0,000 0,000 1,000]

Позиція кінематичної пари:

X = 60,14 мм, Y = 104,17 мм, Z = 6,22 мм

Ланка 3 ---

 $\theta = 90,00^\circ = 1,5708 \text{ рад}$ $\alpha = 90,00^\circ = 1,5708 \text{ рад}$

Значення матриці перетворень:

[0,000 0,000 1,000 0,000]

[1,000 0,000 0,000 0,082]

[0,000 1,000 0,000 0,000]

[0,000 0,000 0,000 1,000]

Позиція кінематичної пари:

X = 46,12 мм, Y = 79,88 мм, Z = -70,83 мм

--- Ланка 4 ---

 $\theta = 90,00^\circ = 1,5708 \text{ рад}$ $\alpha = 0,00^\circ = 0,0000 \text{ рад}$

Значення матриці перетворень:

[0,000 -1,000 0,000 0,000]

[1,000 0,000 0,000 0,000]

[0,000 0,000 1,000 0,078]

[0,000 0,000 0,000 1,000]

Позиція кінематичної пари:

X = 82,77 мм, Y = 143,35 мм, Z = -97,51 мм

--- Всі позиції кінематичних пар (X, Y, Z) ---

Кінематична пара 0: X = 0,00 мм, Y = 0,00 мм, Z = 0,00 мм

Кінематична пара 1: X = 0,00 мм, Y = 0,00 мм, Z = 50,00 мм

Кінематична пара 2: X = 60,14 мм, Y = 104,17 мм, Z = 6,22 мм

Кінематична пара 3: X = 46,12 мм, Y = 79,88 мм, Z = -70,83 мм

Кінематична пара 4: X = 82,77 мм, Y = 143,35 мм, Z = -97,51 мм

Рис. 7. Результати програмних обчислень матриць перетворень

Інтерфейс програми містить:

– таблицю ДН-параметрів (θ , d , a , α) для кожної кінематичної пари;

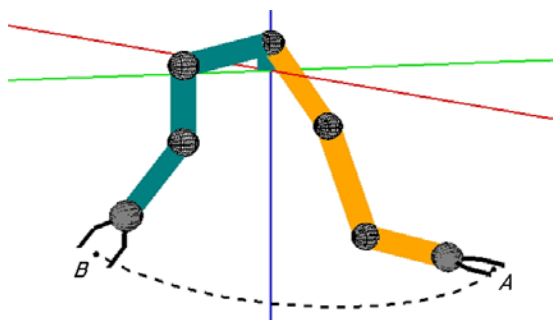
– кнопки керування обчисленням, очищенням, збереженням результатів, обертанням і масштабуванням сцени;

– вкладки для перегляду 2D-графіків (XY, XZ, YZ) побудованих траєкторій;

– 3D-область, де відображається положення маніпулятора з візуалізацією кінематичних пар, ланок та захоплювача.

Алгоритм обчислення прямої кінематики (btnCompute_Click) показано на рис. 6.

На рис. 7 подані результати програмних обчислень матриць перетворень та координати X, Y, Z для кожної з кінематичних пар робота-маніпулятора.



Для прикладу здійснено розрахунок початкової та кінцевої точки положення захоплювача маніпулятора, а також траєкторії його руху з точки A , з координатами x, y, z (139; -80; 120) в точку B з координатами x, y, z (83; 143; -89) (рис. 8—9). Параметри маніпулятора та кути, на які здійснюється обертання, що вносилися в програму, подані на рис. 5.

Рис. 8. Траєкторія руху захоплювача маніпулятора з точки A в точку B , в координатах x, y, z

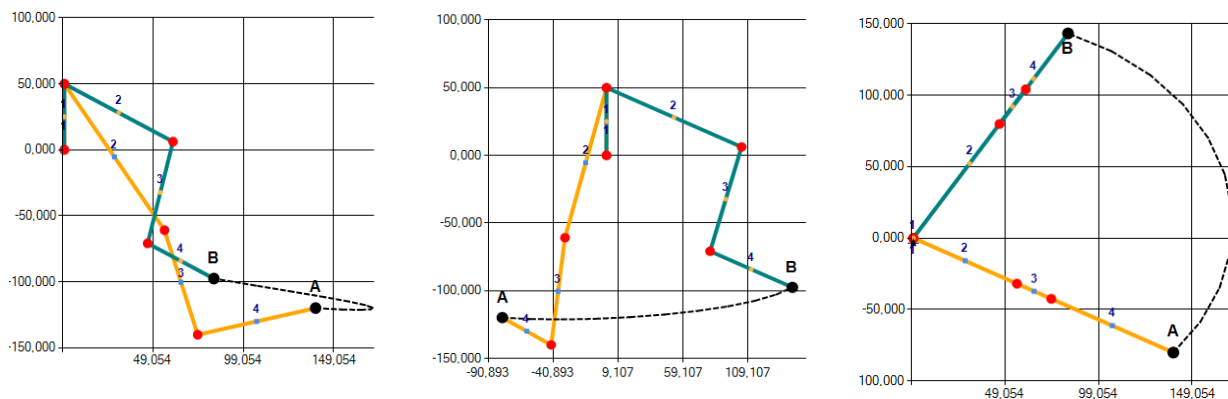


Рис. 9. Траєкторії руху захоплювача маніпулятора з точки A в точку B , в різних площинах

Висновки

В результаті проведеного дослідження отримано матриці перетворень, які математично описують просторові положення кожної ланки маніпулятора, побудовано структурно-кінематичну схему, сформовано системи координат ланок маніпулятора та розроблено комп'ютерну програму моделювання руху ланок навчального робота-маніпулятора з чотирма ступенями свободи. Запропонований підхід забезпечує визначення кінцевого положення робочого органу маніпулятора в просторі, а також позицій усіх проміжних ланок.

У подальших дослідженнях планується розв'язання оберненої задачі кінематики з метою синтезу системи керування електроприводами ланок навчального робота-маніпулятора.

СПИСОК ВИКОРИСТАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ

- [1] Amogh Patwardhan, Aditya Prakash, and Rajeevlochana G. Chittawadigi, "Kinematic analysis and development of simulation software for Nex Dexter robotic manipulator," *International Conference on Robotics and Smart Manufacturing (RoSma 2018)*, Chennai, India, 2018, pp. 660-667.
- [2] М. І. Бірюпо, і А. В. Маляр, «Розв'язання прямої задачі кінематики зварювального маніпулятора з шістьма ступенями свободи», *Електроенергетичні та електромеханічні системи*, вип. 3, № 2, с. 27-34, 2021, <https://doi.org/10.23939/sepes2021.01.027>.
- [3] Dr. Rajeev Arya, Jay Pratap Singh Chauhan, and Ishan Khan, "Kinematic analysis and modelling of a 4-DOF revolute robot manipulator using Solidworks," *International research journal of modernization in engineering technology and science*, vol. 05, no. 03, pp. 2181-2186, March. 2023. <https://www.doi.org/10.56726/IRJMET534556>.
- [4] К. Колесник, «Імітаційне моделювання руху маніпулятора промислового робота за допомогою прикладної програми Matlab», *Computer design systems. Theory and practice*, vol. 3, № 1, с. 17-20, 2021. <https://doi.org/10.23939/cds2021.01.017>.
- [5] *DH Parameters for calculations of kinematics and dynamics*. [Online]. Available: <https://www.universal-robots.com/articles/ur/application-installation/dh-parameters-for-calculations-of-kinematics-and-dynamics/>. Accessed: June 05. 2025.
- [6] Luiz Alberto Radavelli, Edson Roberto De Pieri, Roberto Simoni, and Daniel Martins, "A comparative study of the kinematics of robots manipulators by Denavit-Hartenberg and Dual Quaternion," *Mecánica Computacional*, vol. XXXI, pp. 2833-2848, Salta, Argentina, Noviembre 2012.
- [7] Peter I. Corke, "A simple and systematic approach to assigning Denavit-Hartenberg parameters," *IEEE Transactions on Robotics*, vol. 23, № 3, pp. 590-594, June. 2007. <https://doi.org/10.1109/TRO.2007.896765>.
- [8] Nikola LJ. Zivkovic, Jelena Z. Vidakovic, and Mihailo P. Lazarevic, "Forward kinematics algorithm in Dual Quaternion space based on Denavit-Hartenberg convention," *Applied Engineering Letters*, vol. 8, № 2, pp. 52-59, June. 2023. <https://doi.org/10.18485/aeletters.2023.8.2.2>.

[9] Liao Wu, Ross Crawford, and Jonathan Roberts, "Geometric interpretation of the general POE model for a serial-link robot via conversion into D-H parameterization," *International Conference on Robotics and Automation (ICRA)*, Montreal, Canada, 2019. pp. 1-7. <https://doi.org/10.1109/ICRA39644.2019>.

[10] K. S. Fu, R. C. Gonzalez, and C. S. G. Lee, *ROBOTICS: Control, Sensing, Vision, and Intelligence*. New York, USA: McGraw-Hill Book Company, 1987, 580 p.

[11] Craig, John J. *Introduction to Robotics: Mechanics and Control*. New Jersey, USA: Pearson Education Ltd., 2005, 400 p.

[12] Forward kinematics: the Denavit-Hartenberg convention [Online]. Available: <https://www.studocu.com/row/document/the-university-of-dodoma/engineering-drawing/chap3-forward-kinematics/36734719>. Accessed: June 05, 2025.

Рекомендована кафедрою комп'ютерних наук ВНТУ

Стаття надійшла до редакції 30.06.2025

Белзецький Руслан Станіславович — канд. техн. наук, доцент, доцент кафедри комп'ютерних наук, e-mail: belzetskiy@vntu.edu.ua.

Вінницький національний технічний університет, Вінниця

R. S. Belzetskiy¹

Forward Kinematics Analysis of a 4-DOF Robotic Manipulator

¹Vinnitsia National Technical University

The development of science and technology has significantly changed the approach to industrial operations, especially in the field of automation. The growing demand for high-quality products has led to the transition toward automated systems that use robots to replace humans in performing repetitive tasks. Industrial robotic manipulators are widely used in manufacturing processes such as welding, painting, assembly, cutting, and others.

This work presents a mathematical description of solving the forward kinematics problem for the educational robotic manipulator with four degrees of freedom. The algorithm is proposed for the procedure of forming a sequence of consistent coordinate systems associated with the manipulator's links. An orthonormal coordinate system has been established for each of the four links.

During the task execution, the structure of the manipulator was described. The external appearance of the manipulator is presented, along with its 3D-model and structural-kinematic diagram. Based on the obtained parameters and the matrix-based method of coordinate representation using the Denavit–Hartenberg convention, transformation matrices were constructed, which mathematically represent the spatial positions of each manipulator link. The use of the Denavit–Hartenberg transformation made it possible to determine the spatial position of each of the four kinematic pairs of the robotic manipulator.

Based on the proposed algorithm, a computer program was developed using Visual C#, which allows for automatically obtaining the spatial coordinates of each kinematic pair as well as the trajectory of the end effector from the initial to the target point. In this way, the planned movement is first tested in a virtual simulation environment and executed on the physical robot only after verification.

The proposed method and software are universal and can be used for simulating any robotic manipulator in the educational process.

The functioning of the developed software is described in detail, including code fragments that perform the calculation of the coordinates of the respective kinematic pairs within the manipulator's working area, as well as the end effector's movement trajectory in space. As a result of the calculations and the schematic representation of the 3D-model, the spatial positions of the manipulator links fully match the predefined target positions, confirming the adequacy of the developed model and its software implementation. In the future, based on this model, it is planned to synthesize a control system for the educational robotic manipulator and to implement the inverse kinematics solution.

Keywords: educational robotic manipulator; forward kinematics; Denavit–Hartenberg convention; DH parameters; inertial coordinate system.

Belzetskiy Ruslan S. — Cand. Sc. (Eng.), Associate Professor, Associate Professor of the Chair of Computer Science, e-mail: belzetskiy@vntu.edu.ua