

О. С. Братусь¹
В. Я. Данилов¹

ПІДХІД ДО МОДЕЛЮВАННЯ ЧАСОВИХ РЯДІВ ПОПИТУ В ЕЛЕКТРОННІЙ ТОРГІВЛІ

¹Національний технічний університет України
«Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського»

У роботі запропоновано гібридний підхід до моделювання часових рядів, який одночасно враховує лінійні та нелінійні процеси. Використано моделі авторегресії (AR) та авторегресії з ковзним середнім (ARMA), для яких функції прогнозування побудовано на основі різницевих рівнянь.

Особливу увагу приділено ідентифікації та обробці стохастичних трендів у процесах електронної торгівлі. Досліджено потенційні причини виникнення таких трендів, підкреслено важливість їх урахування у прогнозуванні та запропоновано застосування моделей авторегресійного інтегрованого ковзного середнього (ARIMA) і локального лінійного тренду (LLT). Для цих моделей подано функції прогнозування, що забезпечують оцінювання багатокрокових прогнозів, з використанням умовних математичних сподівань.

Для врахування локальних коливань ринкових умов та споживацьких настроїв, що зазвичай мають нелінійний характер, у дослідженні використано нейромережі з радіально-базисними функціями (RBF). Такі моделі дають можливість описувати нелінійні залежності не лише від попередніх значень ряду, а й від екзогенних чинників процесу, зокрема характеристик товарів, календарних ефектів та інших релевантних ознак.

Емпіричні дослідження проведено на основі реальних даних продажів, отриманих з платформи Amazon. Для підтвердження належності даних до досліджуваного класу часових рядів застосовано статистичні тести. Порівняльний аналіз побудованих моделей за метриками якості прогнозів підтвердив ефективність запропонованої гібридної методології. Результати свідчать, що модель LLT забезпечує кращу ефективність на коротких горизонтах прогнозування, тоді як модель ARIMA є придатнішою для відображення довгострокових тенденцій. Поєднання підходів підвищує адекватність моделей і суттєво підвищує якість прогнозів.

Ключові слова: електронна торгівля, ARMA, ARIMA, модель локального лінійного тренду, радіально-базисні функції.

Вступ

Стрімкий розвиток інформаційних технологій та глобалізація ринків зумовили кратне зростання обсягів електронної торгівлі. Високоякісне прогнозування попиту в електронній торгівлі визначає ефективність запасів, логістики й ціноутворення; значні похибки спричиняють втрати від дефіциту/надлишку товарів [1]. Дані онлайн-продажів характеризуються високою варіативністю, промо-сплесками, короткими життєвими циклами товарних одиниць та багаторівневою сезонністю, що порушує припущення стаціонарності й ускладнює моделювання [2].

Класичні регресійні моделі AR, ARMA, ARIMA залишаються еталоном завдяки достатньо простій інтерпретованості й строгій процедурі ідентифікації-оцінювання-перевірки моделювання [1]—[4], але втрачають точність за різких змін. Моделі у просторі станів з неспостережними компонентами забезпечують адаптивне відстеження рівня, нахилу та природно поєднані з фільтром Калмана [4], [5]. На відкритих даних найкращі результати демонструють градієнтні бустинги, в той час як мережі глибокого навчання конкурують або перевершують статистичні підходи за наявності багатьох пов'язаних часових рядів [6]. Глибокі нейромережі (DeepAR, N-BEATS) демонструють високу точність на великих наборах часових рядів роздрібної торгівлі [7]—[9].

У попиті часто наявний стохастичний тренд — шоки (вірусні кампанії, асортиментні зміни), які мають перманентний вплив на рівень ряду. Коректне врахування здійснюють або використанням

різниць в ARIMA, або явним моделюванням випадкового рівня/схилу в LLT з оцінюванням методом правдоподібності з використанням фільтра Калмана [3]—[5].

Експериментально підтверджено, що гібриди, які поєднують в собі моделі ARIMA та нейромережі, систематично знижують похибки порівняно з поодинокими моделями: класична ARIMA вилучає лінійну структуру, а нейромережа моделює нелінійні залишки [10], [11]. Нелінійні ефекти (порогові реакції на знижки, насичення промо, взаємодії з календарем/екзогенними ознаками) доцільно моделювати локально. Для локальної апроксимації нелінійностей використовують RBF (Radial Basis Functions) мережі як універсальний інтерполятор [12] або інші нейромережі. Емпірично такий поділ дає стабільний приріст точності [6], [8]—[11].

Мета статті — запропонувати узгоджену методологію аналізу та моделювання процесів попиту в електронній торгівлі, які можуть мати стохастичний тренд і локальні нелінійності.

Прогнозування на основі авторегресійних моделей AR, ARMA, ARIMA

Модель AR

Різницеве рівняння дозволяє отримати прогноз безпосередньо з самого рівняння на один крок вперед. Для отримання подальших прогнозів необхідно здійснити певні перетворення.

Розглянемо рівняння AR(1)

$$y(k) = a_0 + a_1 y(k-1) + \varepsilon(k), \quad E[\varepsilon(k)] = 0, \text{Var}[\varepsilon(k)] = \sigma_\varepsilon^2, \quad (1)$$

де коефіцієнт a_0 — зміщення, $\varepsilon(k)$ — некорельована випадкова величина зі скінченною дисперсією.

Запишемо прогноз на один крок вперед

$$y(k+1) = a_0 + a_1 y(k) + \varepsilon(k+1).$$

Знаючи коефіцієнти a_0 та a_1 , знайдемо умовне математичне сподівання цього прогнозу

$$E_k[y(k+1)] = E_k[a_0 + a_1 y(k) + \varepsilon(k+1)] = E_k[a_0] + a_1 E_k[y(k)] + E_k[\varepsilon(k+1)] = a_0 + a_1 E_k[y(k)] = a_0 + a_1 y(k).$$

Аналогічно отримаємо прогноз на 2 кроки вперед

$$y(k+2) = a_0 + a_1 y(k+1) + \varepsilon(k+2).$$

Знайдемо умовне математичне сподівання

$$E_k[y(k+2)] = a_0 + a_1 E_k[y(k+1)] = a_0 + a_1 (a_0 + a_1 y(k)) = a_0 (1 + a_1) + a_1^2 y(k).$$

Таким чином, для довільного кроку s прогноз визначається так:

$$E_k[y(k+s)] = a_0 + a_1 E_k[y(k+s-1)]. \quad (2)$$

$$E_k[y(k+s)] = a_0 (1 + a_1 + a_1^2 + \dots + a_1^{s-1}) + a_1^s y(k) = \frac{a_0}{1-a_1} (1-a_1^s) + a_1^s y(k). \quad (3)$$

Модель ARMA

Розглянемо рівняння ARMA (1,2)

$$y(k) = a_0 + a_1 y(k-1) + \varepsilon(k) + \beta_1 \varepsilon(k-1) + \beta_2 \varepsilon(k-2), \quad E[\varepsilon(k)] = 0. \quad (4)$$

На 1 крок вперед отримаємо

$$y(k+1) = a_0 + a_1 y(k) + \varepsilon(k+1) + \beta_1 \varepsilon(k) + \beta_2 \varepsilon(k-1).$$

Функція прогнозування на 1 крок вперед

$$E_k[y(k+1)] = a_0 + a_1 y(k) + \beta_1 \varepsilon(k) + \beta_2 \varepsilon(k-1).$$

Аналогічно отримаємо прогноз та його умовне математичне сподівання на 2 кроки вперед

$$y(k+2) = a_0 + a_1 y(k+1) + \varepsilon(k+2) + \beta_1 \varepsilon(k+1) + \beta_2 \varepsilon(k);$$

$$\begin{aligned} E_k[y(k+2)] &= a_0 + a_1 E_k[y(k+1)] + \beta_2 \varepsilon(k) = a_0 + a_1 (a_0 + a_1 y(k) + \beta_1 \varepsilon(k) + \beta_2 \varepsilon(k-1)) + \beta_2 \varepsilon(k) = \\ &= a_0 (1 + a_1) + a_1^2 y(k) + (a_1 \beta_1 + \beta_2) \varepsilon(k) + \beta_2 \varepsilon(k-1). \end{aligned}$$

Функція прогнозування на 3 кроки вперед

$$E_k[y(k+3)] = a_0 + a_1 E_k[y(k+2)].$$

Таким чином, для довільного кроку s прогноз визначається рекурентним рівнянням

$$E_k[y(k+s)] = a_0 + a_1 E_k[y(k+s-1)], \quad s \geq 3. \quad (5)$$

Щоб визначити функцію прогнозування для ARMA(1,2), скористаємося функцією прогнозування для AR (1) та (3)

$$\begin{aligned} E_k[y(k+s)] &= E_k[y(k+2+s-2)] = \frac{a_0}{1-a_1} (1-a_1^{s-2}) + a_1^{s-2} E_k[y(k+2)] = \\ &= \frac{a_0}{1-a_1} (1-a_1^{s-2}) + a_1^{s-2} (a_0(1+a_1) + a_1^2 y(k) + (a_1\beta_1 + \beta_2)\varepsilon(k) + \beta_2\varepsilon(k-1)) = \\ &= \frac{a_0}{1-a_1} (1-a_1^s) + a_1^s y(k) + a_1^{s-2} (a_1\beta_1 + \beta_2)\varepsilon(k) + a_1^{s-2} \beta_2 \varepsilon(k-1). \end{aligned} \quad (6)$$

Отримали універсальну функцію прогнозування на s кроків уперед лише на основі відомої інформації на момент часу k .

Від моделі ARMA(1,2) можна перейти до моделі AR(1). Якщо $\beta_1 = \beta_2 = 0$, то з рівняння (6) отримаємо рівняння (3).

Модель ARIMA

Одним з підходів до опису стохастичного тренду є використання різницевих рівнянь. Перейшовши до різниць в моделі (4), отримаємо з моделі ARMA(1, 2) модель ARIMA(1, 1, 2)

$$\Delta y(k) = a_0 + a_1 \Delta y(k-1) + \varepsilon(k) + \beta_1 \varepsilon(k-1) + \beta_2 \varepsilon(k-2), \quad E[\varepsilon(k)] = 0. \quad (7)$$

Маючи (6), запишемо функцію прогнозування для $\Delta y(k+s)$

$$E_k[\Delta y(k+s)] = \frac{a_0}{1-a_1} (1-a_1^s) + a_1^s \Delta y(k) + a_1^{s-2} (a_1\beta_1 + \beta_2)\varepsilon(k) + a_1^{s-2} \beta_2 \varepsilon(k-1). \quad (8)$$

Перейдемо від умовного математичного сподівання $\Delta y(k+s)$ до умовного математичного сподівання $y(k+s)$

$$\begin{aligned} E_k[y(k+s)] &= y(k) + \sum_{j=1}^s E_k[\Delta y(k+j)] = \\ &= y(k) + \sum_{j=1}^s \left(\frac{a_0}{1-a_1} (1-a_1^j) + a_1^j \Delta y(k) + a_1^{j-2} (a_1\beta_1 + \beta_2)\varepsilon(k) + a_1^{j-2} \beta_2 \varepsilon(k-1) \right) = \\ &= y(k) + \frac{a_0}{1-a_1} \left(s - \sum_{j=1}^s a_1^j \right) + \Delta y(k) \sum_{j=1}^s a_1^j + (a_1\beta_1 + \beta_2)\varepsilon(k) \sum_{j=1}^s a_1^{j-2} + \beta_2 \varepsilon(k-1) \sum_{j=1}^s a_1^{j-2} = \\ &= y(k) + \frac{a_0}{1-a_1} \left(s - \frac{1-a_1^s}{1-a_1} \right) + \frac{1-a_1^s}{1-a_1} \Delta y(k) + \frac{1-a_1^{s-2}}{1-a_1} (a_1\beta_1 + \beta_2)\varepsilon(k) + \frac{1-a_1^{s-2}}{1-a_1} \beta_2 \varepsilon(k-1), \quad s \geq 3. \end{aligned} \quad (9)$$

Таким чином, по аналогії можна знайти функції прогнозування для будь-якої іншої моделі AR(p), ARMA(p, q) чи ARIMA(p, d, q).

Моделі у просторі станів

Модель локального лінійного тренду (LLT) має вигляд [13]

$$\begin{cases} y(k) = \mu(k) + \varepsilon(k), \quad \varepsilon \sim N(0, \sigma_\varepsilon^2), \\ \mu(k) = \mu(k-1) + \beta(k) + \eta(k), \quad \eta \sim N(0, \sigma_\eta^2), \\ \beta(k) = \beta(k-1) + \zeta(k), \quad \zeta \sim N(0, \sigma_\zeta^2). \end{cases} \quad (10)$$

де $\{\varepsilon(k)\}$, $\{\eta(k)\}$, $\{\zeta(k)\}$ — незалежні процеси білого шуму. Стохастичний тренд $\mu(k)$ описується моделями випадкового кроку $\beta(k)$ та білого шуму $\eta(k)$. Для отримання функції прогнозування моделі LLT запишемо розв'язок для кожної зі складових процесу. Розв'язком моделі випадкового кроку $\beta(k)$ є

$$\beta(k) = \beta_0 + \sum_{i=1}^k \zeta(i). \quad (11)$$

Підставивши розв'язок $\beta(k)$ в рівняння $\mu(k)$ маємо

$$\begin{aligned} \mu(k) &= \mu(k-1) + \beta_0 + \sum_{i=1}^k \zeta(i) + \eta(k); \\ \mu(k) &= \mu_0 + \sum_{i=1}^k \left(\beta_0 + \sum_{j=1}^i \zeta(j) + \eta(i) \right) = \mu_0 + \sum_{i=1}^k \eta(i) + k\beta_0 + \sum_{i=1}^k (k-i+1)\zeta(i). \end{aligned} \quad (12)$$

Нарешті отримуємо розв'язок моделі $y(k)$

$$\begin{aligned} y(k) &= \mu_0 + \sum_{i=1}^k \eta(i) + k\beta_0 + \sum_{i=1}^k (k-i+1)\zeta(i) + \varepsilon(k) = \\ &= y_0 - \varepsilon_0 + \varepsilon(k) + \sum_{i=1}^k \eta(i) + k\beta_0 + \sum_{i=1}^k (k-i+1)\zeta(i), \end{aligned} \quad (13)$$

де $k\beta_0 + \sum_{i=1}^k (k-i+1)\zeta(i)$ — детермінований тренд, $\sum_{i=1}^k \eta(i)$ — стохастичний тренд, $\varepsilon(k)$ — нерегулярна компонента.

Знайдемо функцію прогнозування на основі моделі LLT

$$\begin{aligned} y(k+s) &= y_0 - \varepsilon_0 + \varepsilon(k+s) + \sum_{i=1}^{k+s} \eta(i) + (k+s)\beta_0 + \sum_{i=1}^{k+s} (k+s-i+1)\zeta(i) = \\ &= y(k) - \varepsilon(k) + \varepsilon(k+s) + \sum_{i=1}^s \eta(k+i) + s\beta_0 + s \sum_{i=1}^k \zeta(i) + \sum_{i=1}^s (s-i+1)\zeta(k+i). \end{aligned} \quad (14)$$

Отримаємо умовне математичне сподівання

$$E_k[y(k+s)] = y(k) - \varepsilon(k) + s \left(\beta_0 + \sum_{i=1}^k \zeta(i) \right). \quad (15)$$

Модель локального лінійного тренду є узагальненою моделлю, і може спрощуватися до моделі випадкового кроку зі зміщенням та шумом ($\beta(k) = \beta_0$), моделі випадкового кроку з шумом ($\beta(k) = 0$), моделі випадкового кроку зі зміщенням, моделі випадкового кроку. У такому випадку отримані функції прогнозування (14), (15) теж спрощуються, і забезпечують готовий розв'язок для кожного з випадків. На практиці, $\mu(k)$, $\beta(k)$ невідомі та замінюються фільтр-оцінками $\hat{\mu}_k, \hat{\beta}_k$. Якщо отримані оцінки є статистично незначущими, то такі складові видаляються з моделі та спрощують її. Аналогічно обчислюються дисперсії білих шумів $\{\varepsilon(k)\}$, $\{\eta(k)\}$, $\{\zeta(k)\}$.

Прогнозування нелінійної складової процесу

Реальні часові ряди в електронній комерції нечасто є суто лінійними: крім трендів і коротких автокореляцій присутні локальні ефекти, порогові реакції, асиметрії та взаємодія чинників. Типовими прикладами цього є насичення промо-ефекту (після певного бюджету приріст замовлень сповільнюється), порогові ціни (невелике зниження ціни нижче певного рівня різко підвищує конверсію), контекстні режими (будні/вихідні/свята, наявність/дефіцит на складі) тощо. Тому під час моделювання розділяємо процес на лінійну та нелінійну частини

$$y(k) = y_{lin}(k) + y_{non-lin}(k) + \varepsilon(k),$$

де $y_{lin}(k)$ — лінійна складова, яка є базовим прогнозом і описується моделями ARMA, ARIMA або LLT, які відтворюють стаціонарні автокореляції та стохастичні тренди, $y_{non-lin}(k)$ — неліній-

на складова, $\varepsilon(k) \sim N(0, \sigma^2)$ — випадкова змінна, яка є білим шумом зі скінченною дисперсією.

У запропонованій методиці нелінійна частина моделюється за допомогою радіально-базисних (RBF) нейронних мереж. RBF-мережа складається з вхідного шару $x \in \mathbb{R}^n$, прихованого шару k радіально-базисних функцій та лінійного виходу (рис. 1)

На відміну від багатшарового перцептрона з сигмоїдальними/ReLU-активаціями, в RBF мережі активація прихованого нейрона є радіальною (зазвичай гаусівською) і залежить лише від відстані до центру

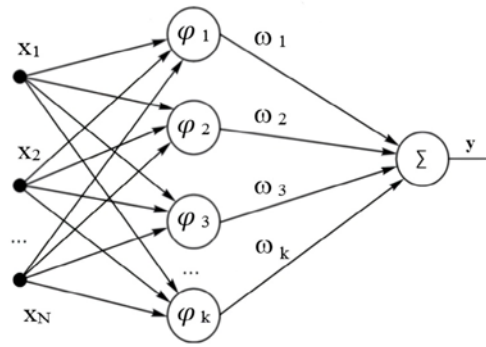


Рис. 1. Радіально-базисна нейронна мережа

$$\phi_j(x) = \exp\left(-\frac{\|x - c_j\|^2}{2\sigma_j^2}\right), \quad j = 1, \dots, m, \quad (16)$$

де c_j — центр функції активації j -го нейрону прихованого шару, σ_j — ширина функції активації j -го нейрону прихованого шару.

Тоді прогноз нелінійної складової є лінійною комбінацією радіально-базисних функцій і має такий вигляд:

$$\hat{y}_{\text{non-lin}}(k) = \sum_{j=1}^m w_j \phi_j(x(k)),$$

де $x(k) = [y(k-1), \dots, y(k-p), z(k)]$ — вектор ознак, що складається з лагів $y(k-1), \dots, y(k-p)$ та екзогенних змінних $z(k)$ (ціна, промо, трафік, календар тощо).

Оцінки центрів c_j та ширини σ_j визначаються методом кластеризації k -середніх.

За правильного налаштування мережі кожний центр c_j може бути інтерпретований як певний режим торгівлі. Наприклад, центр c_j (високий трафік, низька ціна, активне промо, будній день) відповідає локальній картині «агресивний маркетинг — вищий попит», а вага w_j показує внесок саме цього режиму у прогноз.

Таким чином, RBF мережа адитивно доповнює стохастичний тренд та лінійні залежності не руйнуючи їх інтерпретованість. Локальність гаусівських базисів дозволяє природно моделювати режими попиту (насичення промо, пороги ціни, режим свята) без глобальної нелінійності по всьому простору. Запропонована методика поєднує довгострокову динаміку зі стійкими локальними нелінійностями, характерними для попиту в електронній комерції.

Результати експериментальних досліджень

В роботі використано відкритий набір Open e-commerce 1.0 [14] — п'ятирічні історії покупок користувачів Amazon у США, зібрані краудсорсингово: понад 1,8 млн транзакцій від споживачів за 2018—2022 рр., з прив'язкою кожного респондента до анкетних даних про демографію, стиль життя та здоров'я. Дані подано на рівні товарної позиції (рядка) з такими полями: Дата покупки, Ціна за одиницю, Кількість товару, Категорія товару та інші.

Експерименти реалізовані мовою програмування Python. Для автоматичної побудови регресійних та ймовірнісних моделей використані бібліотеки Sklearn та Statsmodels.

Для перевірки ряду на наявність стохастичного тренду застосовано розширений тест Дікі–Фулера (ADF) та тест KPSS. Отримана статистика ADF = 1,8099 відповідає значенню $p = 0,3755 > 0,05$, а отже, на рівні значущості 5 % приймається нульова гіпотеза про наявність одиничного кореня в часовому ряді. Тестова статистика KPSS = 3,8621 відповідає значенню $p = 0,0001 < 0,05$, а отже нульова гіпотеза про стаціонарність ряду відхиляється на користь альтернативної гіпотези про нестационарність ряду. Таким чином, як основну авторегресійну модель використаємо ARIMA ($d = 1$).

Відповідно до обчислених значень часткової автокореляційної функції (ЧАКФ) (табл. 1) для цільової змінної, значущими є перші 7 лагів. Отже, порядок авторегресійного рівняння $p = 7$.

Значення ЧАКФ для оригінального часового ряду $y(k)$ та для залишків авторегресійної моделі $\varepsilon(k) = y(k) - \hat{y}(k)$ для визначення порядку моделей авторегресії p та ковзного середнього q

Ляг	Значення ЧАКФ для $y(k)$	Значення ЧАКФ для $\varepsilon(k) = y(k) - \hat{y}(k)$
1	-0,4630956	-0,00552512
2	-0,35493204	-0,01307421
3	-0,27682568	-0,02341066
4	0,15749922	-0,03709503
5	-0,13106533	-0,08184339
6	-0,15108247	-0,09052119
7	-0,11105365	-0,10105365
8	-0,0297746	-0,06062711
9	-0,07505749	0,03972699

Побудуємо модель AR(7), та обчислимо ЧАКФ для залишків моделі (табл. 1). Звідси отримаємо $q = 7$. Отримано модель ARIMA(7,1,7), яка має такий вигляд:

$$\Delta y_t = -0,7046\Delta y_{t-1} - 0,7597\Delta y_{t-5} - 0,7756\Delta y_{t-7} + \varepsilon_t - 0,6896\varepsilon_{t-2} + 0,7363\varepsilon_{t-5} - 0,7836\varepsilon_{t-7}.$$

На противагу до ARIMA, побудовано модель у просторі станів LLT. Її параметри оцінено методом максимальної правдоподібності через фільтр Калмана. Отримані такі рівняння:

$$\begin{cases} y_t = \mu_t + \varepsilon_t, \quad \varepsilon_t \sim \mathcal{N}(0, 97.45^2), \\ \mu_t = \mu_{t-1} + \beta_{t-1}, \\ \beta_t = \beta_{t-1} + \zeta_t, \quad \zeta_t \sim \mathcal{N}(0, 4.55^2). \end{cases}$$

Для перевірки часового ряду на нелінійність, застосовано статистичний тест BDS. Статистичні значення $p \approx 0 \ll 0,05$, а отже нульова гіпотеза про відсутність нелінійних залежностей відхиляється. Для моделювання нелінійності для кожної з побудованих раніше моделей, а саме на їхніх залишках, синтезовано RBF мережі.

Прогнози на основі побудованих моделей показані на рис. 2.

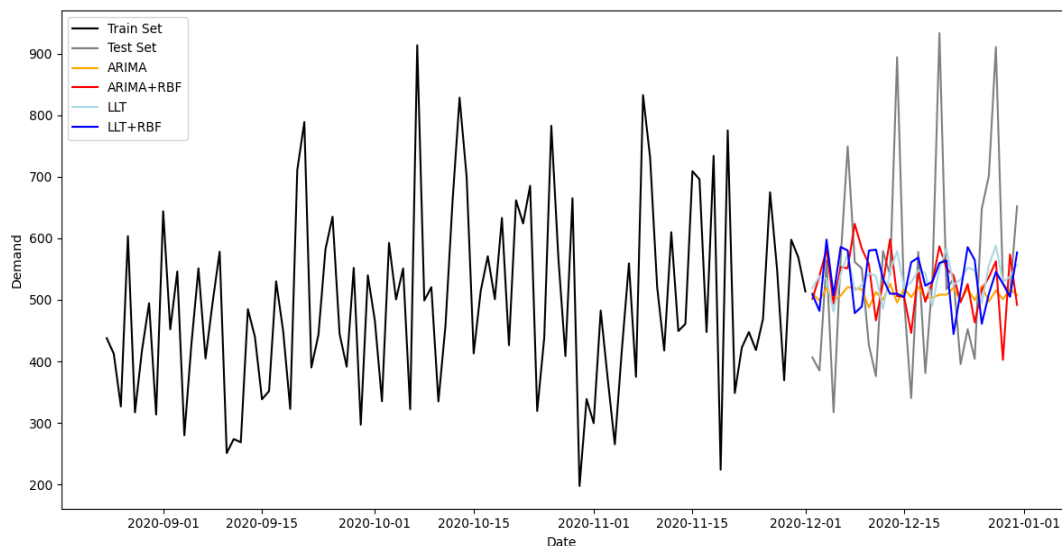


Рис. 2. Прогнози побудованих моделей на 1 місяць

Для оцінювання якості прогнозів використано метрики RMSE та MAE. Порівняльні характеристики побудованих моделей подані у табл. 3. Результати свідчать про ліпшу прогностичну здатність моделі LLT+RBF на малому горизонті (3, 5 кроків), коли RMSE = 77,74 та RMSE = 88,64. Водночас модель ARIMA+RBF має кращі середньострокові (10 кроків) та довгострокові (30 кро-

ків) прогнози, коли $RMSE = 97,12$ та $RMSE = 11,44$. З експериментів випливає, що додавання RBF мереж для моделювання локальних нелінійностей істотно підвищує якість прогнозів. RBF мережа демонструє найкращі результати на короткострокових прогнозах. Це означає, що вона швидко адаптується та добре реагує на різкі зміни параметрів середовища.

Таблиця 2

Метрики якості прогнозів

Метрики	RMSE					MAE				
	1	3	5	10	30	1	3	5	10	30
ARIMA	104,31	87,64	100,59	100,60	116,79	104,31	92,74	111,36	118,15	162,50
ARIMA+RBF	95,36	88,99	91,36	97,12	111,44	95,36	105,01	113,58	115,82	149,22
LLT	112,99	98,78	96,89	101,28	115,32	112,99	111,38	113,66	117,61	149,57
LLT+RBF	102,53	77,74	88,64	111,67	123,54	102,54	83,77	107,40	127,63	163,49

Висновки

У дослідженні розроблено гібридну методику моделювання часових рядів попиту в електронній торгівлі, яка поєднує лінійні та нелінійні моделі. Для опису стаціонарних автокореляцій і стохастичних трендів використано моделі AR, ARMA, ARIMA та модель локального лінійного тренду (LLT). Нелінійна складова процесу апроксимується за допомогою радіально-базисних нейронних мереж (RBF), що дозволяє відтворювати локальні ефекти та взаємодію з екзогенними чинниками.

Емпіричні експерименти на реальних даних продажів Amazon показали наявність стохастичного тренду та нелінійних залежностей у часових рядах попиту. Модель LLT забезпечує вищу точність на коротких горизонтах прогнозування, а ARIMA придатніша для опису довгострокових тенденцій. Доповнення моделей нелінійною складовою за допомогою RBF суттєво знижує похибки прогнозування (RMSE і MAE) та підвищує адаптивність до ринкових змін.

Таким чином, поєднання класичних статистичних методів з нейромережевими підходами забезпечує підвищення адекватності моделей та значне підвищення якості прогнозів у сфері електронної торгівлі.

Подальші дослідження доцільно зосередити на використанні RBF-мереж як самостійних моделей прогнозування з розширеним набором активаційних функцій, а також на аналізі гетероскедастичних процесів, властивих електронній торгівлі.

СПИСОК ВИКОРИСТАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ

- [1] G. E. P. Box, G. M. Jenkins, G. C. Reinsel, and G. M. Ljung, *Time series analysis: forecasting and control*. John Wiley & Sons, 2015. <https://doi.org/10.1111/jtsa.12194>.
- [2] R. J. Hyndman, and G. Athanasopoulos, *Forecasting: principles and practice*. OTexts, 2018.
- [3] P. I. Bidyuk, V. D. Romanenko, and O. L. Tymoshchuk, *Time Series Analysis*. Kyiv: Igor Sikorsky KPI, 2012.
- [4] A. C. Harvey, *Forecasting, structural time series models and the Kalman filter*, 1990. <https://doi.org/10.1017/CBO9781107049994>.
- [5] J. Durbin, and S. J. Koopman, *Time Series Analysis by State Space Methods*. Oxford University Press, 2012. <https://doi.org/10.1093/acprof:oso/9780199641178.001.0001>.
- [6] S. Makridakis, E. Spiliotis, and V. Assimakopoulos, "M5 accuracy competition: Results, findings, and conclusions," *International Journal of Forecasting*, vol. 38, no. 4, pp. 1346-1364, 2022. <https://doi.org/10.1016/j.ijforecast.2021.11.013>.
- [7] K. Bandara, P. Shi, C. Bergmeir, H. Hewamalage, Q. Tran, and B. Seaman, "Sales Demand Forecast in E-commerce using a Long Short-Term Memory Neural Network Methodology," *arXiv [cs.LG]*. 2019. <https://doi.org/10.48550/arXiv.1901.04028>.
- [8] D. Salinas, V. Flunkert, J. Gasthaus, and T. Januschowski, "DeepAR: Probabilistic forecasting with autoregressive recurrent networks," *International Journal of Forecasting*, vol. 36, no. 3, pp. 1181-1191, 2020. <https://doi.org/10.1016/j.ijforecast.2019.07.001>.
- [9] B. N. Oreshkin, D. Carpo, N. Chapados, and Y. Bengio, "N-BEATS: Neural basis expansion analysis for interpretable time series forecasting," *arXiv [cs.LG]*. 2020. <https://doi.org/10.48550/arXiv.1905.10437>.
- [10] G. P. Zhang, "Time series forecasting using a hybrid ARIMA and neural network model," *Neurocomputing*, vol. 50, pp. 159-175, 2003. [https://doi.org/10.1016/S0925-2312\(01\)00702-0](https://doi.org/10.1016/S0925-2312(01)00702-0).
- [11] M. Khashei, and M. Bijari, "A novel hybridization of artificial neural networks and ARIMA models for time series forecasting," *Applied Soft Computing*, vol. 11, no. 2, pp. 2664-2675, 2011. <https://doi.org/10.1016/j.asoc.2010.10.015>.
- [12] J. Park, and I. W. Sandberg, "Universal Approximation Using Radial-Basis-Function Networks," *Neural Computation*, vol. 3, no. 2, pp. 246-257, 06 1991. <https://doi.org/10.1162/neco.1991.3.2.246>.
- [13] П. І. Бідюк, «Системний підхід до прогнозування на основі моделей часових рядів», *Системні дослідження та інформаційні технології*, № 3, с. 88-110, 2003.
- [14] A. Berke, "Open e-commerce 1.0: Five years of crowdsourced U.S. Amazon purchase histories," *Scientific Data*, vol. 11, no. 491. <https://doi.org/10.7910/DVN/YGLYDY>.

Братусь Олександр Сергійович — аспірант кафедри математичних методів системного аналізу, e-mail: olexandr.bratus@gmail.com ;

Данилов Валерій Якович — д-р техн. наук, професор, професор кафедри штучного інтелекту, e-mail: danilov1950@ukr.net

Національний технічний університет України «Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського», Київ

O. S. Bratus¹
V. Ya. Danylov¹

Methodology for Time Series Modeling of Demand in e-Commerce

¹National Technical University of Ukraine “Igor Sikorsky Kyiv Polytechnic Institute”

This paper proposes a hybrid approach for time series modeling that simultaneously incorporates linear and nonlinear dynamics. Autoregressive (AR) and autoregressive moving average (ARMA) models are applied, with forecasting functions derived from difference equations.

Particular attention is devoted to the identification and treatment of stochastic trends in e-commerce processes. The research investigates the potential origins of such trends, emphasizes the significance of their explicit consideration in forecasting practice, and proposes the application of both the autoregressive integrated moving average (ARIMA) model and the local linear trend (LLT) model. For these specifications, forecasting functions are derived that provide multi-step predictions alongside with conditional expectations.

To address local market fluctuations and consumer sentiment, which typically exhibit nonlinear behavior, the study incorporates radial basis function (RBF) networks. These models enable to describe nonlinear dependencies not only on lagged values of the series but also on exogenous determinants of the process, including product attributes, calendar effects, and other relevant features.

The empirical evaluation is conducted using real sales data obtained from the Amazon platform. Statistical tests are applied to confirm that the data belong to the investigated class of time series. Comparative analysis of the constructed models, based on the forecast accuracy metrics, demonstrates the efficiency of the proposed hybrid methodology. The results indicate that the LLT model provides superior performance in short-term forecasting horizons, whereas ARIMA models are more appropriate for capturing long-term tendencies. The combined approach enhances the adequacy of time series representations and substantially improves the quality of practical forecasting outcomes.

Keywords: e-commerce, ARMA, ARIMA, local linear trend model, radial basis functions.

Bratus Oleksandr S. — Post-Graduate Student of the Chair of the Mathematical Methods of System Analysis, email: olexandr.bratus@gmail.com ;

Danylov Valeriy Ya. — Dr. Sc. (Eng.), Professor, Professor of the Chair of Artificial Intelligence, e-mail: danilov1950@ukr.net