

ДЕКОМПОЗИЦІЯ ПОВНОЇ ПОТУЖНОСТІ В ЕЛЕКТРИЧНИХ МЕРЕЖАХ ЗА НЕСИНУСОЇДАЛЬНИХ УМОВ

¹Національний університет «Львівська політехніка»

Досліджено енергетичні спотворення, які вносять напівпровідникові перетворювачі в роботу систем електропостачання, що проявляється у погіршенні якості напруги в електричних мережах та зниженні їх енергетичної ефективності. Причиною таких явищ є циркуляція в системах передачі та розподілу електроенергії неактивних складових повної потужності, облік та компенсація яких є важливою задачею розумної експлуатації електричних мереж. Ця проблема особливо актуальна у зв'язку з поширенням в системах передачі та розподілу електроенергії пристроїв керування потоками потужності на основі керованих напівпровідникових вентилів, що супроводжується порушеннями електромагнітної рівноваженості електроустановок. Для прийняття рішень щодо підвищення енергетичної ефективності систем електропостачання з силовими статичними перетворювачами важливим є розпізнавання і визначення компонент повної електричної потужності та трактування ролі і впливу напівпровідникових вентильних елементів на процеси енергообміну в електричних системах. Метою роботи є декомпозиція повної потужності на компоненти за несинусоїдальних умов. Проведено дослідження складових потужності в електричному колі з джерелом змінної напруги, що живить резистивне навантаження через повністю керований двоопераційний тиристор. За основу декомпозиції потужності взято підхід стандарту IEEE Std. 1459-2010, згідно з яким потік вектора Пойнтінга подається спектром ортогональних складових миттєвої потужності. Отримані відповіді на низку питань про участь напівпровідникових елементів силових перетворювачів, як у загальному балансі потужності, так і в локальних балансах її компонент. Показано, що джерелом потужності спотворення є нелінійні властивості та фазове керування провідного стану тиристорів. Тиристор є джерелом реактивної потужності зсуву, а також активної потужності гармонік неосновної частоти. Наведено числовий приклад, візуалізацію та аналіз результатів розрахунку балансу потужності.

Ключові слова: електрична потужність, вектор Пойнтінга, аналіз Фур'є, тиристор, електрична мережа.

Вступ

Декомпозиція повної потужності необхідна для уточненого зведення балансів у вузлах електричних мереж, побудови належної системи обліку та обґрунтування заходів щодо компенсації неактивних складових потужності з метою підвищення енергетичної ефективності роботи систем передачі та розподілу електроенергії. Актуальність декомпозиції потужності для несинусоїдальних умов пов'язана з тим, що електроенергія стає все більше нелінійною. З переходом на технологію побудови розумних електричних систем (Smart Grid) зростає число інверторних систем відбору енергії від джерел постійного струму (DC/AC) та впроваджуються гнучкі системи пересилання змінного струму (FACTS), побудовані на використанні сучасних досягнень енергетичної електроніки [1]. Під час розрахунків балансу потужності в системах з несинусоїдальними умовами необхідно враховувати складові потужності, які безпосередньо пов'язані з вентильними елементами перетворювальної схеми. Незважаючи на те, що миттєва потужність ідеального напівпровідникового вентиля протягом періоду електромагнітних процесів дорівнює нулю, інтегральні складові потужності обов'язкові, як і для будь-якого іншого пасивного елемента, що пропускає струм. Виключивши вентиля з процесу енергообміну, досягти балансу потужностей неможливо [2].

Метою роботи є декомпозиція повної потужності для електричних мереж з несинусоїдальними напругами та струмами, яка задовольняє вимогам теореми Теллегена для консервативних систем.

Виклад основного матеріалу

Майже 100 років тому С. Budeanu (1927) запропонував спектральний підхід до розкладу повної потужності для несинусоїдальних умов і вперше додав до активної та реактивної потужності третю складову, назвавши її потужністю спотворення [3]

$$S = \sqrt{P^2 + Q_B^2 + D_B^2}, \quad (1)$$

де активну та реактивну потужність С. Budeanu визначають на основі розкладу напруги та струму в ряд Фур'є, перемноженням гармонік одного порядку

$$P = \sum_h^v U_h I_h \cos \varphi_h; \quad Q_B = \sum_h^v U_h I_h \sin \varphi_h. \quad (2)$$

На той час не існувало засобів вимірювання складових розкладу (1) і в 1932 р. S. Fryze запропонував інтегральний підхід, який подає повну потужність в часовій області [3]

$$S = \sqrt{P^2 + Q_F^2}, \quad (3)$$

розкладом на активну та реактивну потужність S. Fryze з поданням струму на дві ортогональні складові, увівши відповідні провідності мережі. Ця модель, будучи зрозумілою для синусоїдальних умов, не розкриває фізичного механізму передачі потужності для несинусоїдальних сигналів і не надає змоги обчислення втрат.

Подальший розвиток теорії потужності для несинусоїдальних умов супроводжувався в основному пропозиціями щодо вдосконалення наведених вище двох підходів [4]. Знаковою віхою в теорії потужності став стандарт IEEE, щодо визначень для вимірювання компонент потужності за спотворених та неспотворених умов [5]. Згідно з ним повну потужність розкладають на складові фундаментальної частоти та на складові інших частот

$$S = UI = \sqrt{P_1^2 + Q_1^2 + D_I^2 + D_U^2 + P_H^2 + D_H^2}, \quad (4)$$

де P_1 , Q_1 — активна та реактивна потужності за першою гармонікою, як домінують в електромережах; D_I — потужність спотворення струму; D_U — потужність спотворення напруги; P_H — гармонічна активна потужність; D_H — гармонічна потужність спотворення. Розклад (4) по суті є вдосконаленням підходу С. Budeanu на основі аналізу фізичного механізму перетікання потужності в електричній мережі [5]. З теорії електромагнітного поля відомо, що потік електромагнітної енергії подається вектором Пойнтінга, який дозволяє досліджувати потоки потужності в просторі і часі та енергетичну взаємодію на мікроскопічному рівні [6]—[8]

$$\vec{\Pi} = \vec{E} \cdot \vec{H}, \quad (5)$$

де \vec{E} і \vec{H} — вектори напруженості електричного та магнітного полів. Цей вектор характеризує щільність швидкості потоку енергії, тобто щільність потужності, яка передається чи перетворюється. За несинусоїдальних умов гармонічні напруги та струми утворюють безліч складових $\vec{\Pi}$, які можна розділити на такі, що утворені взаємодією компонент електричного поля \vec{E}_m з компонентами магнітного поля \vec{H}_m цієї ж частоти, а також на такі, що утворені відповідними складовими різних частот

$$\vec{\Pi} = \vec{E}_1 \cdot \vec{H}_1 + \sum_{m=2} \vec{E}_m \cdot \vec{H}_m + \sum_{m \neq n} \vec{E}_m \cdot \vec{H}_n. \quad (6)$$

На макрорівні потік вектора Пойнтінга (6) можна подати миттєвою потужністю

$$p = ui = \sum_h u_h \sum_h i_h = \sum_{h=1} u_h i_h + \sum_{m \neq n} u_m i_n = u_1 i_1 + u_H i_H + u_1 i_H + i_1 u_H + \sum_{m \neq 1} \sum_{n=m+1}^{v-1} (u_m i_n + u_n i_m), \quad (7)$$

де $i_H = \sum_{h \neq 1} i_h$ та $u_H = \sum_{h \neq 1} u_h$ — сума миттєвих гармонік струмів та напруг (окрім першої).

Миттєву потужність, утворену взаємодією гармонік напруги і струму однієї частоти, можна розкласти на дві ортогональні складові. Перша — активна гармонічна миттєва потужність, яка утворена активною складовою гармоніки струму, що перебуває у фазі з напругою однойменної

гармоніки. Вона є мірою швидкості однонавленого не від'ємного потоку енергії від джерела до навантаження. Друга — реактивна, гармонічна, миттєва коливна з подвійною частотою потужність між джерелом та навантаженням, утворена струмом, який перебуває у квадратурі стосовно напруги, з нульовим середнім значенням швидкості потоку, тобто не передає енергію від джерела до навантаження. Миттєва потужність, утворена взаємодією гармонік напруги і струму різних частот, є потужністю спотворення електричного та магнітного полів, що вносяться відповідними гармоніками напруг і струмів. В неї багато спільного з фундаментальною реактивною потужністю. Вони неактивні та завантажують мережу пересилання додатковими струмами. Потужності спотворення характеризують кількісно гармонічне забруднення, що проявляється у додаткових втратах активної потужності та зниженні якості електроенергії.

Перейшовши від миттєвих до середньоквадратичних значень отримаємо вирази для компонент повної потужності [5]

$$P_1 = U_1 I_1 \cos \varphi_1; \quad Q_1 = U_1 I_1 \sin \varphi_1; \quad D_I = U_1 I_H; \quad D_U = U_H I_1; \quad P_H = \sum_{h \neq 1} U_h I_h \cos \varphi_h; \quad D_H = \sqrt{(U_H I_H)^2 - P_H^2}, \quad (8)$$

де $U_H = \sqrt{\sum_{h \neq 1} U_h^2}$; $I_H = \sqrt{\sum_{h \neq 1} I_h^2}$ — ефективне значення гармонік напруги та струму не фундаментальної частоти відповідно. Активна потужність, яку споживає навантаження визначають, як $P = P_1 + P_H$.

Результати дослідження

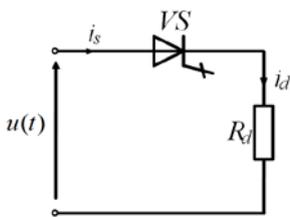


Рис. 1. Еквівалентна схема однофазного випрямляча

Для ілюстрації розкладу потужності за несинусоїдальних умов розглянемо енергетичний баланс для найпростішої системи, яка включає джерело синусоїдальної напруги $u(t) = U_m \sin(\omega t)$ та послідовно увімкнені двоопераційний фазово керований тиристор і активне навантаження (рис. 1).

Тиристор VS ідеальний, керований закриванням. На рис. 2 показано часові діаграми струмів та напруг випрямляча для режиму однорідної комутації другого роду [9], яка розвантажує тиристор від потужності комутації під час увімкнення в природній момент часу ωt_{on} (рис. 2в) відкривання і залишається примусовим тільки вимикання керуючим імпульсом у момент часу β , раніше природнього моменту часу закривання ωt_{off} (рис. 2в). Такий режим керування тиристора з випередженням закривання (режим «анти-тиристора», або «дуалтиристора» [9] характеризується випереджувальним зсувом основної гармоніки струму відносно напруги живлення на кут $\varphi_{(1)}$, що означає генерування в мережу реактивної потужності зсуву [10], [11].

Для отримання складових потужності (4), пов'язаних з окремими елементами схеми (рис. 1), за формулами (8) розкладаємо вирази для миттєвих значень струмів та напруг схеми рис. 1 у тригонометричний ряд Фур'є. Враховуючи, що напруга живлення синусоїдальна, на інтервалі часу $0 \leq \omega t \leq \beta$ (рис. 2) провідного стану тиристора струм живлення описується рівнянням

$$i_s = i_d = \frac{U_m}{R} \sin(\omega t).$$

Розклад струму в тригонометричний ряд Фур'є

Остаточні вирази для амплітуд косинусного та синусного коефіцієнтів ряду мають такий вигляд:

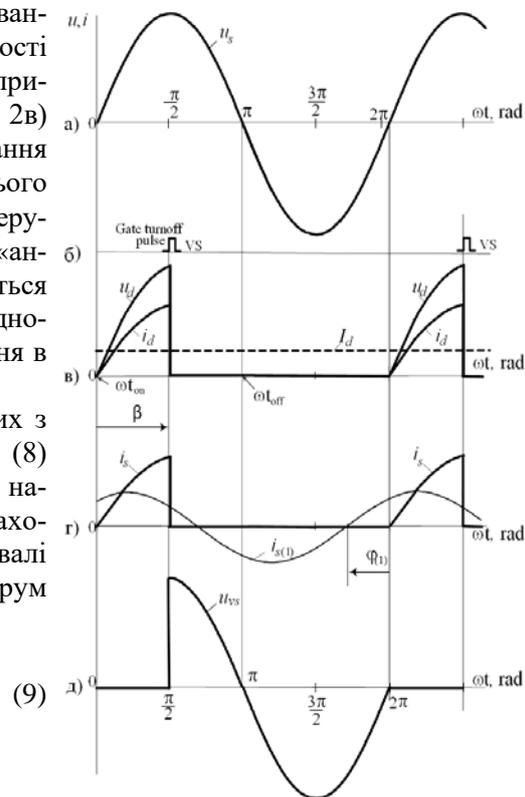


Рис. 2 Часові діаграми струмів та напруг випрямляча

$$a_0 = \frac{1}{2\pi} \int_0^\beta \frac{U_m}{R_d} \sin(\omega t) d\omega t = \frac{U_m}{2\pi R_d} (1 - \cos \beta); \quad (10)$$

$$a_n = \frac{1}{\pi} \int_\beta^{2\pi} u_{vs}(\omega t) \cos(n\omega t) d\omega t = \frac{U_m}{2\pi} \left\{ \frac{\cos[(1-n)2\pi] - \cos[(1-n)\beta]}{1-n} - \frac{\cos[(1+n)2\pi] - \cos[(1+n)\beta]}{1+n} \right\}; \quad (11)$$

$$b_n = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} i_s(\omega t) \sin(n\omega t) d\omega t = \frac{U_m}{\pi R_d} \int_0^\beta \sin \omega t \sin(n\omega t) d\omega t = \frac{U_m}{2\pi R_d} \left\{ \frac{\sin[(1-n)\beta]}{1-n} - \frac{\sin[(1+n)\beta]}{1+n} \right\}; \quad (12)$$

де n — номер гармоніки.

Косинусний коефіцієнт ряду Фур'є для основної гармоніки ($n = 1$)

$$a_1 = \frac{U_m}{4\pi R_d} (1 - \cos 2\beta). \quad (13)$$

Синусний коефіцієнт ряду Фур'є для основної гармоніки ($n = 1$)

$$b_1 = \frac{U_m}{4\pi R_d} (2\beta - \sin 2\beta). \quad (14)$$

Розклад напруги на тиристорі в тригонометричний ряд Фур'є

Остаточні вирази для амплітуд косинусного та синусного коефіцієнтів ряду мають вигляд

$$a_0 = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} u_{vs}(\omega t) d\omega t = \frac{1}{2\pi} \int_\beta^{2\pi} U_m \sin(\omega t) d\omega t = \frac{U_m}{2\pi} (1 - \cos \beta); \quad (15)$$

$$a_n = \frac{1}{\pi} \int_\beta^{2\pi} u_{vs}(\omega t) \cos(n\omega t) d\omega t = \frac{U_m}{2\pi} \left\{ \frac{\cos[(1-n)2\pi] - \cos[(1-n)\beta]}{1-n} - \frac{\cos[(1+n)2\pi] - \cos[(1+n)\beta]}{1+n} \right\}; \quad (16)$$

$$b_n = \frac{1}{\pi} \int_\beta^{2\pi} u_{vs}(\omega t) \sin(n\omega t) d\omega t = \frac{U_m}{2\pi} \left\{ \frac{\sin[(1-n)2\pi] - \sin[(1-n)\beta]}{1-n} - \frac{\sin[(1+n)2\pi] - \sin[(1+n)\beta]}{1+n} \right\}; \quad (17)$$

$$a_1 = \frac{U_m}{4\pi} [\cos(2\beta) - 1]; \quad b_1 = \frac{U_m}{2\pi} \left[2\pi - \beta + \frac{\sin(2\beta)}{2} \right]. \quad (18)$$

Амплітуду та фазу n -ї гармоніки струму (напруги) визначаємо, як:

$$I_{1m(n)} = \sqrt{a_n^2 + b_n^2}; \quad \varphi_n = \arctg(b_n/a_n). \quad (19)$$

Числовий приклад розрахунку складових потужності випрямляча виконано для таких вхідних даних: напруга живлення $U=220$ В, опір навантаження $R_d=10$ Ом, кут закривання тиристора $\beta=90$ ел. град. Для заданих умов середньоквадратичні значення струму $10,98$ А, струму основної частоти $I_1=6,5$ А, гармонічного струму $I_H=8,85$ А, а фазовий кут основної гармоніки $\varphi_1=32,48$ ел. град.

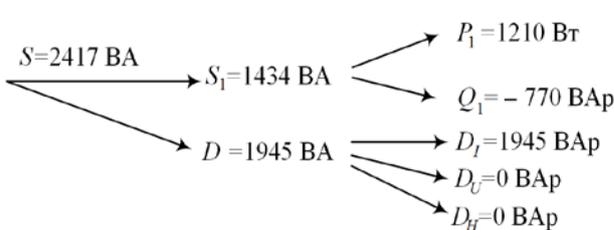


Рис. 3. Дерево потужності для джерела живлення

На рис. 3 показано дерево зі складовими потужності джерела живлення. Від'ємний знак реактивної потужності на частоті джерела напруги означає, що її генерує випрямляч без реактивних елементів.

З рис. 4, 5 випливає, що власне тиристор є джерелом реактивної потужності зсуву. Від'ємний знак активної гармонічної потужності означає, що тиристор є джерелом спотворень. Ця потуж-

ність повністю скомпенсована активною потужністю за основною гармонікою і, таким чином, еквівалентна активна потужність не пов'язана з ідеальним фазово керованим тиристором. У активному опорі навантаження сума активних потужностей за основною та іншими гармоніками дорівнює активній потужності, яку на першій гармоніці віддає до навантаження джерело живлення. Згідно з теоремою Теллегена [12] у її енергетичному тлумаченні в електричній системі потужність

джерела дорівнює сумі потужностей її елементів. Для цього прикладу виконуються такі баланси: за активною потужністю $P_S = P_{VS} + P_R$, за реактивною потужністю основної частоти $Q_{IS} = Q_{IVS} + Q_{IR}$ та повною потужністю $S^2 = S_{VS}^2 + S_R^2$.

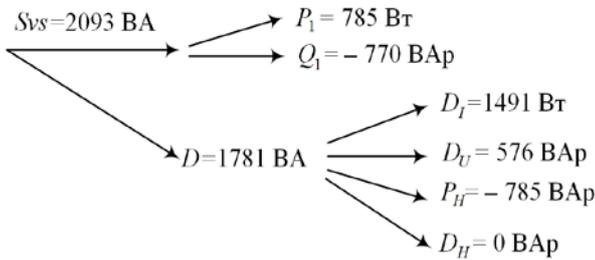


Рис. 4. Дерево потужності для тиристора

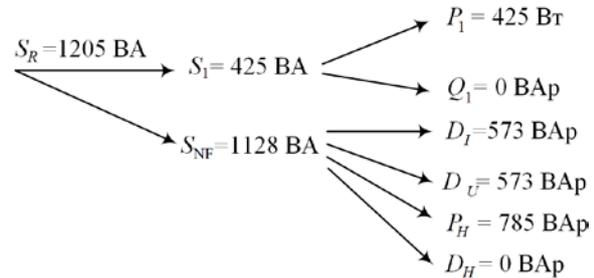


Рис. 5. Дерево потужності для вітки навантаження

Висновки

Встановлено, що ключовий елемент в електричній системі є джерелом потужностей спотворення, які виникають в результаті збудження додаткових коливань електромагнітного поля. Окреслено компоненти потужності, пов'язані з порушенням електромагнітної рівноваженості електричних систем за несинусоїдальних умов. Розглянута декомпозиція повної потужності підтверджена числовим розрахунком балансу повної потужності та її складових і може бути основою для побудови енергетичних моделей електричних систем із силовими напівпровідниковими перетворювачами.

СПИСОК ВИКОРИСТАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ

- [1] О. В. Кириленко, Б. С. Стогній, С. П. Денисюк, і М. Ф. Сопель, «SMART-моніторинг електроенергетичних систем,» *Технічна електродинаміка*, № 5, с. 48-62, 2024.
- [2] В. А. Новський, Б. К. Жарський, і В. В. Голубев, «Баланс потужностей в електричних колах з ключовими елементами,» *Праці Інституту електродинаміки НАН України*, вип. 48, с. 103-113, 2011.
- [3] І. В. Жежеленко, Г. Г. Півняк, Г. Г. Трофімов, і Ю. А. Папаїка, *Реактивна потужність в електричних мережах*. Дніпро, Україна: НТУ «Дніпровська політехніка», 2020, 72 с.
- [4] Adrian A. Adăscălitei, and Alexander E. Emanuel, "Evolution of the Electric Power Componensation Definitions," *Annals of the University of Craiova, Electrical Engineering series*, no 39, pp. 206-211, 2015.
- [5] IEEE Std. 1459-2010. *Definitions for the Measurement of Electric Power Quantities Under Sinusoidal, Non-Sinusoidal, Balanced or Unbalanced Conditions*, New York, 2010.
- [6] A. E. Emanuel, *Power definitions and the physical mechanism of power flow*. Hoboken: John Wiley & Sons, 2010. ISBN 978-0-470-66074-4.
- [7] В. С. Тонкаль, А. С. Новосельцев, і С. П. Денисюк, *Баланс енергії в силових колах*. Київ: Наукова думка, 1992. 192 с.
- [8] A. E. Emanuel, "Poynting vector and the physical meaning of nonactive powers," *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement*, vol. 54, no. 4, pp. 1457-1462, 2005.
- [9] О. А. Масвський, *Енергетичні показники вентильних перетворювачів*. М.: Энергия, 1978, 320 с.
- [10] М. В. Хворост та ін., «Види комутації та енергетичні характеристики в електричних колах з ключовими елементами,» *Електротехніка і електромеханіка*, № 4, с. 67-72, 2005.
- [11] С. І. Федів, і О. М. Сівакова, «Складові потужності тиристорного регулятора напруги з активним навантаженням,» *Праці Інституту електродинаміки НАН України*, № 68, с. 100-105, 2024. <https://doi.org/10.15407/publishing2024.68.100>.
- [12] В. D. H. Tellegen, "A general network theorem with applications," *Philips Research Reports*, vol. 7, pp. 259-269, 1952.

Рекомендована оргкомітетом міжнародної науково-технічної конференції «Оптимальне керування електроустановками (ОКЕУ-2025)»

Стаття надійшла до редакції 8.12.2025

Федів Євген Ігорович — канд. техн. наук, доцент, доцент кафедри електроенергетики та систем управління, e-mail: yevhen.i.fediv@lpnu.ua ;

Сівакова Ольга Михайлівна — канд. техн. наук, доцент, доцент кафедри електроенергетики та систем управління.

Національний університет «Львівська політехніка», Львів

Ye. I. Fediv¹
O. M. Sivakova¹

Decomposition of Apparent Power in Electrical Networks under Non-Sinusoidal Conditions

¹Lviv Polytechnic National University

The work concerns the study of energy distortions introduced by semiconductor converters into the operation of power supply systems, which manifests itself in the deterioration of voltage quality in electrical networks and the reduction of their energy efficiency. The cause of such phenomena is the circulation of non-active components of apparent power in electric power transmission and distribution systems, the accounting and compensation of which are important tasks for the intelligent operation of electrical networks. This problem is especially relevant due to the increasing use of power flow control devices based on controllable semiconductor valves in transmission and distribution systems, which leads to disturbances of the electromagnetic balance of electrical installations. For making decisions, aimed at improving the energy efficiency of power supply systems with power electronic converters, it is important to identify and determine the components of the total electric power and to interpret the role and influence of semiconductor valve elements on the energy exchange processes in electrical systems. The aim of the work is the decomposition of apparent power into components under nonsinusoidal conditions. The study examines the components of power in the electric circuit with AC voltage source supplying a resistive load across a fully controlled bidirectional thyristor. The decomposition of power is based on the approach of IEEE Std. 1459...2010, according to which the Poynting vector flux is represented by a spectrum of orthogonal components of instantaneous power. Answers were obtained to a number of questions regarding the participation of semiconductor elements of power converters both in the overall power balance and in the local balances of its components. It is shown that the source of distortion power is the nonlinear characteristics and phase control of the thyristor's conducting state. The thyristor acts as a source of displacement reactive power as well as active power of non-fundamental frequency harmonics. A numerical example, visualization, and analysis of the calculated power balance results are presented.

Keywords: electric power, Poynting vector, Fourier analysis, thyristor, electrical network.

Fediv Yevhen I. — Cand. Sc. (Eng.), Associate Professor, Associate Professor of the Chair Electric Power Engineering and Control Systems, e-mail: yevhen.i.fediv@lpnu.ua ;

Sivakova Olha M. — Cand. Sc. (Eng.), Associate Professor, Associate Professor of the Chair Electric Power Engineering and Control Systems