

Ю. Ю. Іванов<sup>1</sup>  
 М. С. Юхимчук<sup>1</sup>  
 Т. В. Малоштан<sup>1</sup>  
 Б. О. Боднарєнко<sup>1</sup>  
 Є. О. Звездецький<sup>1</sup>

## ГІБРИДНИЙ МЕТОД ДЕКОДУВАННЯ ЗГОРТКОВИХ ТУРБОКОДІВ

<sup>1</sup>Вінницький національний технічний університет

*Широке застосування завадостійкого кодування в сучасних системах цифрового зв'язку обумовлено тим, що це ефективний метод приведення параметрів системи до бажаного компромісу між вірогідністю передавання даних, необхідною потужністю сигналу і пропускною здатністю каналу. Одним з важливих досягнень у теорії завадостійких кодів з випадковою структурою є розробка турбоподібних конструкцій. У статті розглянуто згорткові турбокоди, які завдяки своїй структурі та спеціалізованим методам декодування з обміном інформацією між компонентними декодерами дозволяють виконувати ефективно передавання цифрових даних у комп'ютерних системах різного функціонального призначення. Варто зазначити, що у складі базового методу Берру–Глав'є–Цітімаджіми є низка нелінійних ресурсоемних функцій. Саме тому розглянуто субоптимальні методи турбодекодування, які застосовують апроксимацію коригувальної функції в процесі обчислень метрик та апостеріорного логарифмічного відношення функцій правдоподібності. Запропоновано використовувати гібридний метод декодування турбокодів з автоматичним запитом повторного передавання даних, який використовує один із складових методів залежно від рівня шумової компоненти у каналі цифрового зв'язку.*

*Після теоретичного опису розробки виконано комп'ютерне імітаційне моделювання характеристик завадостійкості системи з представленим турбодекодером. Результати експериментів для мультимедійної інформації показують, що розробка дає можливість досягти хорошої коригуючої здатності за низьких співвідношень сигнал/шум у каналі цифрового зв'язку. Стаття може бути корисною для інженерів, а також проєктувальників систем передавання даних, оскільки дозволяє аналізувати та синтезувати турбокоди залежно від поставлених вимог до кодека та системи передавання даних в цілому.*

**Ключові слова:** захист інформації, завадостійке кодування, декодування турбокодів, гібридний метод, коригуюча функція, імітаційне моделювання.

### Вступ

Фундаментальним результатом теорії завадостійкого кодування стала розробка математичного апарату для декодування турбокодів. Цей клас кодів зарекомендував себе як ефективний метод передавання даних у каналах зв'язку з високим рівнем шуму [1]. Завдяки використанню згорткової структури та імовірнісних методів декодування, турбокоди забезпечують високоефективне передавання даних у різноманітних системах цифрового зв'язку [2]–[7].

Існує дві групи спеціалізованих ітеративних методів турбодекодування, спрямованих на відновлення максимально правдоподібної бітової послідовності за алгоритмом Вітербі–Хагенауєра [8]–[11] та на оцінювання кожного бінарного символу за критерієм максимуму апостеріорної ймовірності за алгоритмом Берру–Глав'є–Цітімаджіми (БГЦ) [12]–[19]. Декодери БГЦ ефективніші, але їх реалізація складніша через необхідність обчислення нелінійних функцій (логарифми та суми експонент) [15], [16].

Компромiсним підходом до розв'язання цієї задачі є використання логарифма Якобіана з виділенням коригувальної функції. Для її апроксимації пропонується низка функціональних залежностей, детально розглянутих у працях [9], [13], [17]–[19]. Такий підхід дозволяє досягти балансу

між складністю реалізації декодера та ефективністю його роботи. Проста апроксимація «за максимумом» призводить до суттєвого погіршення ефективності порівняно з оптимальним методом БГЦ [13], [18].

Отже, основним недоліком подібних методів є їх субоптимальність, яка в експериментальних результатах проявляється втратою енергетичного виграшу за заданої частоти виникнення помилок. Тому, *метою роботи* є розробка модифікації турбодекодера, особливістю якої є гібридизація компонентних методів декодування залежно від рівня шуму у каналі зв'язку, що дозволить отримати енергетичний виграш порівняно з іншими субоптимальними методами турбодекодування без значної втрати ефективності у порівнянні з оптимальним методом БГЦ.

### Теоретична основа

Декодування турбокоду ґрунтується на ітеративному обміні зовнішньою інформацією  $\Lambda_e$  між компонентними декодерами, кожний з яких використовує  $\Lambda_e$  свого попередника як апіорне значення  $\Lambda_a$ , враховуючи каналну інформацію  $\Lambda_c$  та зашумлені систематичні  $(x_k)$  та перевіірочні  $(x_{h,v})$  символи для бінарних символів  $d_k$  та  $d_{h,v}$  [13].

Ключовим етапом методу декодування БГЦ є розрахунок прямої ( $\alpha$ ), зворотної ( $\beta$ ) та реберної ( $\gamma$ ) метрик для станів  $s'$  та  $s$  на ґратчастій діаграмі коду [7], [17]:

$$\alpha_k(s) = \sum_{(s',s)} \gamma_k(s',s) \cdot \alpha_{k-1}(s'); \quad (1)$$

$$\beta_{k-1}(s') = \sum_{(s',s)} \gamma_k(s',s) \cdot \beta_k(s); \quad (2)$$

$$\gamma_k(s',s) \approx \exp\left(\frac{1}{2}\left(d_k \Lambda_a(d_k) + \Lambda_c\left(d_k x_k + \sum_{k=2}^n d_{k,v} \cdot x_{k,v}\right)\right)\right). \quad (3)$$

Апостеріорну інформацію можна визначити за такою формулою:

$$\Omega(d_k) = \Lambda_a(d_k) + \Lambda_c x_k + \Lambda_e(d_k) = \ln \frac{\sum_{(s',s)}^{d_k=+1} \alpha_{k-1}(s') \cdot \beta_k(s) \cdot \gamma_k(s',s)}{\sum_{(s',s)}^{d_k=-1} \alpha_{k-1}(s') \cdot \beta_k(s) \cdot \gamma_k(s',s)}. \quad (4)$$

Для зменшення обчислювальної складності використовується представлений метод декодування у логарифмічній формі. Функція суми експоненціальних компонент представляється рекурсивно  $f(A_1, f(A_2, \dots, f(A_{N-2}, f(A_{N-1}, A_N))))$ . Для спрощення таких обчислень використовують такий вираз [17]:

$$\ln(e^A + e^B) = \max(A, B) + \ln(1 + e^{-|A-B|}) = \max(A, B) + f(A, B). \quad (5)$$

Для зменшення обчислювальної складності декодування застосовують апроксимації коригувальної функції, формуючи спрощені методи декодування, які втрачають оптимальність. До прикладу, автори цієї статті пропонують застосувати модифікацію PL-log-БГЦ з кусково-лінійною апроксимацією коригувальної функції  $f(A, B)$  [9], [13], [17]. Ця функція є точнішою за її аналоги (найкраще значення  $RMSE = 0,0070$  та коефіцієнта кореляції  $r = 0,9994$ ) [17]:

$$f(A, B) \approx \begin{cases} -0,379 \cdot |A - B| + 0,675, & \text{якщо } |A - B| \in [0; 1); \\ -0,223 \cdot |A - B| + 0,533, & \text{якщо } |A - B| \in [1; 1,5); \\ -0,148 \cdot |A - B| + 0,421, & \text{якщо } |A - B| \in [1,5; 2); \\ -0,077 \cdot |A - B| + 0,276, & \text{якщо } |A - B| \in [2; 3); \\ -0,030 \cdot |A - B| + 0,136, & \text{якщо } |A - B| \in [3; 4); \\ + 0,010, & \text{якщо } |A - B| \in (4; \infty). \end{cases} \quad (6)$$

Ще одним хорошим і простим варіантом є апроксимація Жанга–Ю, коли під час розрахунків

метрик використовується квадратична функція [19]:

$$f(A, B) \approx \begin{cases} 0,058 \cdot |A - B|^2 - 0,392 \cdot |A - B| + 0,678, & \text{якщо } |A - B| \in [0; 4]; \\ 0,000, & \text{якщо } |A - B| \in (4; \infty). \end{cases} \quad (7)$$

Апроксимація Робертсона за максимальним значенням має найменшу обчислювальну складність, оскільки з обчислень виключається коригувальна функція [18]:

$$f(A, B) \approx \max(A, B). \quad (8)$$

### Запропонований метод

Пропонується застосовувати гібридний метод турбодекодування, який може використовувати один з розглянутих складових методів  $M$  залежно від поставлених вимог. Для цього необхідно включити в систему індикатор каналу зв'язку, який на основі вимірювання співвідношення сигнал/шум  $E_b/N_0$  може набувати значення від 0 до 15. Значення індикатора  $\Delta = 0$  означає, що немає корисного сигналу або канал вийшов з ладу; 1–5, 6–10, 11–15 — канал з високим, середнім та низьким рівнем шуму відповідно. Математичну модель можна записати так:

$$M(\Delta) = M(E_b/N_0) = \begin{cases} \text{тест каналу зв'язку,} & \Delta = 0; \\ \text{PL-log-БГЦ,} & \text{якщо } \Delta = [1; 5] \text{ або } E_b/N_0 = [0, 1); \\ \text{Жанг - Ю,} & \text{якщо } \Delta = [6; 10] \text{ або } E_b/N_0 = [1, 2); \\ \text{Робертсон,} & \text{якщо } \Delta = [11; 15] \text{ або } E_b/N_0 = [2, +\infty). \end{cases} \quad (9)$$

Додатково в систему включено метод виявлення помилок, який базується на автоматичному запиті повторного передавання даних, коли використовується сигнал підтвердження приймання і тайм-аут для забезпечення надійного передавання ненадійними каналами зв'язку. Якщо передавач даних до закінчення тайм-ауту не отримує підтвердження, то повторно передає кадр, поки не буде перевищено задану кількість повторних передач. Повторно передається тільки спотворене повідомлення, а потім передавач продовжує передавання з того місця, де було переривання, не виконуючи повторного передавання правильно прийнятих кадрів.

### Експериментальне дослідження

Для оцінювання завадостійкості системи необхідно знайти експериментальні залежності частоти виникнення помилок  $BER$  залежно від співвідношення сигнал/шум  $E_b/N_0$  [13]. Для імітаційного моделювання використано генератор псевдовипадкової послідовності розміром 1024 бінарних символів; турбокодек з двома рекурсивними систематичними згортковими кодерами без перфорації, поліноміальні генератори  $(7, 5)_8$ , швидкість коду  $R = 1/3$ ; 8 ітерацій турбодекодування; бінарну фазову модуляцію (БП); канал з адитивним білим гаусівським шумом; інтервал моделювання від 0 до 3 дБ з кроком 0,25; автоматичний запит повторного передавання даних (CRC-32, 5 повторів). Критеріями закінчення процесу моделювання для кожного значення  $E_b/N_0$  є час (1 год. на крок) та кількість кадрів (не менше 10), в яких наявні помилки. Результати роботи гібридного методу декодування показано на рис. 1.

Використовуючи вищевказані методи декодування, можна отримати енергетичний вигравш порівняно з некодованою кривою. Спочатку на відрізьку  $E_b/N_0 \leq 2$  відбувається різкий спад кривої  $BER$ . Гібридний метод дозволяє підвищити вірогідність передавання даних та отримати енергетичний вигравш 0,13...0,42 дБ порівняно з методом Робертсона, програючи 0,12...0,16 дБ методу log-БГЦ. Метод декодування Жанга-Ю кращий ніж метод Робертсона на відрізьку до 2 дБ, але

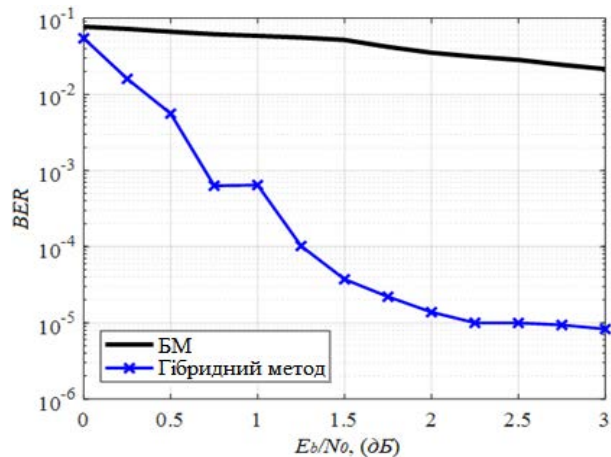


Рис. 1. Результати моделювання гібридного методу турбодекодування

програє методу PL-log-БГЦ, маючи меншу обчислювальну складність декодування даних. На великих значеннях  $E_b/N_0 > 2$  дБ значення  $BER$  не дуже сильно залежить від коригувальної функції. Відповідно величина  $BER$  для БГЦ декодера прямує до  $BER$  методу Робертсона, досягаючи «порогу насичення».



Рис. 2. Результати передавання зображення

Наступний експеримент виконаємо з мультимедійними даними. Передавання кольорового зображення “notebook.jpg” (768 фреймів, 4096 бітів у кадрі) проводилося за великих значень шуму з використанням запропонованого гібридного методу декодування. Для кожного пакету показник  $E_b/N_0$  — випадкове число з інтервалу  $[0,8, 2,8]$  дБ. На рис. 2 показано результати роботи у мультимедійному вигляді: у лівому верхньому куті показано кількість ітерацій декодування, перше число знизу вказує на помилки у бітах, а друге — в символах.

Можна помітити, що зі збільшенням кількості ітерацій декодування якість зображення покращується (кількість помилок зменшується), причому можна побачити, що для того, щоб отримати хороші результати за умови значної потужності шуму, необхідно виконати не менше восьми ітерацій декодування.

## Висновки

У роботі для процесу декодування турбокоду запропоновано використання гібридного методу, який використовує три компонентні методи, індикатор якості каналу зв'язку та запит повторного передавання даних. Результати експериментів свідчать про те, що гібридний метод дозволяє досягти хорошої коригувальної здатності за низьких співвідношень сигнал/шум. Отримані результати можуть бути корисними для аналізу турбокодів та вибору елементної бази в процесі їх апаратно-програмної реалізації залежно від вимог, які висуваються до системи зв'язку.

## СПИСОК ВИКОРИСТАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ

- [1] C. Berrou, A. Glavieux, and P. Thitimajshima, “Near Shannon Limit Error-Correcting Coding and Decoding: Turbo-Codes,” *Proceedings of the ICC*, pp. 1064-1070, 1993. <https://doi.org/10.1109/ICC.1993.397441>.
- [2] Y. Shi, S. Liu, et al., “Mimic Turbo Compiled Code Structure for Wireless Communication Systems,” *IET Communications*, vol. 18, pp. 1089-1106, 2024. <https://doi.org/10.1049/cmu2.12818>.
- [3] J. Wang, and Z. Wang, “Research on Parallel Turbo Encoding and Decoding Technology,” *IEEE 6th Advanced Information Management, Communicates, Electronic and Automation Control Conference*, 2024, pp. 1378-1381. <https://doi.org/10.1109/IMCEC59810.2024.10575400>.
- [4] F. L. Morgos, A.-M. Cuc, and C. Grava, “Performance Analysis of Turbo Codes, LDPC Codes, and Polar Codes over an AWGN Channel in the Presence of Inter Symbol Interference,” *Sensors*, 19 p., 2023. <https://doi.org/10.3390/s23041942>.
- [5] V. M. Dubovoy, et al., “Functional Safety Assessment of One-Level Coordination of Distributed Cyber-Physical Objects,” *Przegląd Elektrotechniczny*, vol. 97, pp. 38-41, 2021. <https://doi.org/10.1155/2022/2588364>.
- [6] V. Kovtun, O. Kovtun, T. Gryshchuk, and M. Yukhimchuk, “Adaptive Management of Communication Resource Allocation in High-Load 5G Infrastructures: A Queuing-Based Approach,” *International Workshop on Intelligent Information Technologies & Systems of Information Security*, 13 p., 2025. [Electronic resource]. Available: <https://ceur-ws.org/Vol-3963/paper18.pdf>.
- [7] Yu. Yu. Ivanov, and V. V. Kovtun, “Crypto Coding System Based on the Turbo Codes with Secret Keys,” *ICT Express*, 2023, vol. 10, pp. 330-335. <https://doi.org/10.1016/j.ict.2023.08.007>.
- [8] Yu. Ivanov, A. Kulyk, and S. Krivogubchenko, “A Viterbi Algorithm as a Key to Decoding Turbo-code,” *Nauka i studia*, vol. 56, pp. 60-65, 2012.
- [9] Р. Н. Кветний, Ю. Ю. Иванов, С. Г. Кривогибченко, і О. В. Стукач, «Особливості оцінювання параметрів процесу передавання даних із використанням турбо-кодів», *Метрологія та прилади*, № 3, с. 25-32, 2017.

- [10] D. Declercq, et al., “Channel Coding: Theory, Algorithms, and Applications,” *Academic Press Library in Mobile and Wireless Communications*, 2014, 690 p.
- [11] J. Woodard, and L. Hanzo, “Comparative Study of Turbo Decoding Techniques: An Overview,” *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, pp. 2208-2233, 2000. <https://doi.org/10.1109/25.901892>.
- [12] Ю. Ю. Іванов, Б. О. Боднарєнко, Д. В. Борисюк, і О. С. Щириєв, «Модифікований алгоритм декодування згорткових турбо-кодів», *Вісник Вінницького політехнічного інституту*, № 1, с. 86-91, 2025. <https://doi.org/10.31649/1997-9266-2025-178-1-86-91>.
- [13] Ю. Ю. Іванов, «Експериментальне дослідження завадостійкості турбо-кодів: числові оцінки та імітаційне моделювання нового субоптимального алгоритму PL-log-MAP», *Вісник Вінницького політехнічного інституту*, № 5, с. 76-84, 2016.
- [14] Ю. Ю. Іванов, «Особливості апаратно-програмної реалізації турбо-кодів: порівняльний аналіз складності реалізації на цифровому сигнальному процесорі», *Вісник Вінницького політехнічного інституту*, № 3, с. 94-101, 2016.
- [15] А. Я. Кулик, С. Г. Кривоґубченко, і Ю. Ю. Іванов, «Порівняльний аналіз складності реалізації методів декодування турбо-кодів», *Інформаційні технології та комп'ютерна інженерія*, № 1, с. 26-31, 2013.
- [16] O. N. Romanyuk, Yu. Yu. Ivanov, et al., “Implementation Complexity Analysis of the Turbo Decoding Algorithms on Digital Signal Processor,” *Proceedings Photonics Applications in Astronomy, Communications, Industry, and High-Energy Physics Experiments*, vol. 1080820, 8 p., 2018. <https://doi.org/10.1117/12.2501504>.
- [17] Yu. Yu. Ivanov, R. N. Kvetny, et. al., “A New Piecewise Linear Modification to log-MAP Turbo Decoding Algorithm: Comparative Analysis, Numerical Estimations and Simulation,” *Photonics Applications in Astronomy, Communications, Industry, and High-Energy Physics Experiment Conference*, 2018, vol. 1080826, pp. 1-13. <https://doi.org/10.1117/12.2501540>.
- [18] P. Robertson, E. Villebrun, and P. Hoeher, “A Comparison of Optimal and Sub-optimal MAP Decoding Algorithms Operating in the log Domain,” *IEEE International Conference on Communications*, 1995, pp. 1009-1013. <https://doi.org/10.1109/ICC.1995.524253>.
- [19] L. Zhang, and S.-Z. Yu, “A Simplified log-MAP Turbo Decoder by Fitting Method,” *Proceedings in IEEE International Conference on Advanced Communication Technology*, 2005, vol. 2, pp. 854-857. <https://doi.org/10.1109/ICACT.2005.246085>.

Рекомендована кафедрою автоматизації та інтелектуальних інформаційних технологій ВНТУ

Дата надходження: 22.01.2026

Дата прийняття до публікації: 27.03.2026

Дата публікації: 8.04.2026

**Іванов Юрій Юрійович** — канд. техн. наук, доцент, доцент кафедри автоматизації та інтелектуальних інформаційних технологій, e-mail: Yura881990@i.ua . <https://orcid.org/0000-0003-2125-1004>;

**Юхимчук Марія Сергіївна** — д-р. техн. наук, професор, професор кафедри комп'ютерних систем управління, e-mail: umc1987@vntu.edu.ua . <https://orcid.org/0000-0002-8131-9739>;

**Малоштан Тимофій Вікторович** — аспірант кафедри автоматизації та інтелектуальних інформаційних технологій, e-mail: tim.maloshtan@gmail.com ;

**Боднарєнко Богдан Олександрович** — аспірант кафедри автоматизації та інтелектуальних інформаційних технологій, e-mail: bodya.bodnarenko@gmail.com . <https://orcid.org/0009-0009-3728-862X>;

**Звудецький Єгор Олегович** — аспірант кафедри автоматизації та інтелектуальних інформаційних технологій, e-mail: egorzvudetskiy@gmail.com . <https://orcid.org/0009-0005-4885-8967>.

Вінницький національний технічний університет, Вінниця

**Yu. Yu. Ivanov<sup>1</sup>**  
**M. S. Yukhymchuk<sup>1</sup>**  
**T. V. Maloshtan<sup>1</sup>**  
**B. O. Bodnarenko<sup>1</sup>**  
**Ye. O. Zvuzdetskiy<sup>1</sup>**

## Hybrid Method for Convolutional Turbo Codes Decoding

<sup>1</sup>Vinnitsia National Technical University

*The widespread use of error-correcting coding in modern digital communication systems is due to the fact that it is an effective method of bringing the system parameters to the desired compromise between the probability of data transmission,*

the required signal power, and channel bandwidth. One of the important achievements in the theory of error-correcting codes with a random structure is the development of turbo-like structures. This article considers convolutional turbo codes, which, due to their structure and specialized decoding methods with information exchange between component decoders, allow for efficient transmission of digital data in computer systems of various functional purposes. It should be noted that the basic Berrou–Glavieux–Thitimajshima method includes a number of nonlinear resource-intensive functions. That is why suboptimal turbo decoding methods are considered, which use the approximation of the correction function during the calculations of metrics and the a posteriori logarithmic ratio of the likelihood functions. It is proposed to use a hybrid method of turbo codes decoding with automatic repeat-request, which uses one of the component methods depending on the level of the noise component in the digital communication channel.

After a theoretical description of the development, a computer simulation of the error-correcting characteristics of the system with the presented turbo decoder was performed. The results of experiments for multimedia information show that the development makes it possible to achieve good corrective ability at low signal-to-noise ratios in the digital communication channel. The article can be useful for engineers, as well as designers of data transmission systems, since it allows analyzing and synthesizing turbo codes depending on the requirements set for the codec and the data transmission system as a whole.

**Keywords:** information protection, error correction coding, turbo-code decoding, hybrid method, correction function, simulation.

**Ivanov Yurii Yu.** — Cand. Sc. (Eng.), Associate Professor, Associate Professor of the Chair of Automation and Intellectual Information Technologies, e-mail: Yura881990@i.ua . <https://orcid.org/0000-0003-2125-1004>;

**Yukhymchuk Maria S.** — Dr. Sc. (Eng.), Professor, Professor of the Chair of Computer Control Systems, e-mail: umc1987@vntu.edu.ua . <https://orcid.org/0000-0002-8131-9739>;

**Maloshtan Tymofii V.** — Post-Graduate Student of the Chair of Automation and Intellectual Information Technologies, e-mail: tim.maloshtan@gmail.com ;

**Bodnarenko Bohdan O.** — Post-Graduate Student of the Chair of Automation and Intellectual Information Technologies, e-mail: bodya.bodnarenko@gmail.com . <https://orcid.org/0009-0009-3728-862X>;

**Zvuzdetskyi Yehor O.** — Post-Graduate Student of the Chair of Automation and Intellectual Information Technologies, e-mail: egorzvuzdetskyi@gmail.com . <https://orcid.org/0009-0005-4885-8967>