

**АВТОМАТИЗАЦІЯ, ІНТЕРНЕТ РЕЧЕЙ, РОБОТОТЕХНІКА ТА  
ІНФОРМАЦІЙНО-ВИМІРЮВАЛЬНІ СИСТЕМИ**<https://doi.org/10.31649/1997-9266-2026-186-3-79-86>

УДК 620:517.58

**О. С. Мусієнко<sup>1</sup>**  
**А. М. Сивак<sup>2</sup>**  
**О. М. Сулима<sup>2</sup>**  
**Д. С. Дейлід<sup>1</sup>**  
**Б. Ю. Красько<sup>1</sup>**

**ПОРІВНЯННЯ СКІНЧЕННО-ЕЛЕМЕНТНИХ СІТОК У РАЗІ  
ЧИСЕЛЬНОГО МОДЕЛЮВАННЯ КОЛІННОГО СУГЛОБА  
ТА АНАЛІТИЧНА ВАЛІДАЦІЯ РЕЗУЛЬТАТІВ**

<sup>1</sup>Національний технічний університет України  
«Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського», Київ;  
<sup>2</sup>ДУ Інститут травматології та ортопедії НАМН України, Київ

Досліджено вплив параметрів скінченно-елементної дискретизації на точність і обчислювальну ефективність чисельного моделювання колінного суглоба людини у статичній постановці осьового стиску, що відповідає положенню тіла під час спокійного стояння. Колінний суглоб є одним з найнавантажених і травмонебезпечних елементів опорно-рухового апарату, а достовірне відтворення його напружено-деформованого стану має важливе значення для задач біомеханіки, ортопедії та реабілітаційної інженерії. Метод скінченних елементів широко застосовується для аналізу таких систем, проте результати моделювання суттєво залежать від типу, щільності та якості скінченно-елементної сітки, що потребує окремого кількісного обґрунтування. Геометричну модель колінного суглоба побудовано в середовищі SolidWorks на основі даних комп'ютерної томографії з урахуванням основних анатомічних компонентів: стегнової та великогомілкової кісток, меніска та зв'язкового апарату. Чисельні розрахунки виконано в ANSYS (Static Structural) для сценарію прикладання осьового навантаження величиною 750 Н. У роботі порівняно три варіанти тетраедричних скінченно-елементних сіток з кількістю елементів 30001, 501090 та 1006936. Якість дискретизації оцінювали за метриками Skewness та Orthogonal Quality з локальним зсувом елементів у зонах потенційної концентрації напружень. Для кожного варіанта сітки проаналізовано переміщення вздовж осі навантаження, еквівалентні напруження за Мізесом у меніску та зв'язках, а також часові витрати обчислень на фіксованій апаратній конфігурації. З метою незалежної перевірки достовірності чисельних результатів виконано аналітичну валідацію шляхом подання системи «меніск-зв'язки» у вигляді еквівалентної пружинної моделі з паралельним з'єднанням елементів та використанням закону Гука. Показано, що сітка з кількістю елементів близько  $5,0 \times 10^5$  забезпечує оптимальний компроміс між точністю та обчислювальною складністю: відхилення чисельних переміщень від аналітичної оцінки становить близько 4,5 %, тоді як подальше зсування сітки до понад  $10^6$  елементів не призводить до помітного підвищення точності, але суттєво збільшує час розрахунку. Отримані результати підтверджують доцільність керованого проектування скінченно-елементної сітки у біомеханічних задачах колінного суглоба та можуть бути використані як практична рекомендація для побудови ефективних чисельних моделей.

**Ключові слова:** колінний суглоб; метод скінченних елементів; ANSYS; SolidWorks; статичний аналіз; меніск; зв'язки; напруження за Мізесом; жорсткість; аналітична валідація.

**Вступ**

Колінний суглоб належить до функціонально найнавантажених елементів опорно-рухового апарату і характеризується високою частотою травматизму. Створення достовірних чисельних

моделей його напружено-деформованого стану (НДС) є необхідною передумовою підвищення якості діагностики, профілактики травм і оптимізації лікувально-реабілітаційних втручань. Метод скінченних елементів (МСЕ) є стандартним інструментом дослідження складних геометрій та неоднорідних середовищ у біомеханіці, зокрема — для аналізу суглобових структур [1].

Точність та відтворюваність результатів МСЕ істотно залежать від дискретизації: типу елементів, щільності, локального згущення та геометричної якості сітки. Практика моделювання рекомендує контроль метрик Skewness і Orthogonal Quality та чутливісний аналіз результатів відносно параметрів сітки [2].

*Постановка проблеми.* Надмірне згущення сітки різко збільшує витрати часу й пам'яті без гарантованого підвищення точності, тоді як недостатня роздільна здатність спотворює поля напружень у критичних зонах. Потрібна кількісна оцінка компромісу «точність ↔ обчислювальна складність» саме для моделі колінного суглоба у статичній постановці стиску.

### **Аналіз попередніх досліджень**

Метод скінченних елементів є одним з базових інструментів дослідження напружено-деформованого стану елементів опорно-рухового апарату людини, зокрема колінного суглоба, який характеризується складною анатомічною будовою та високим рівнем механічного навантаження [3]. Завдяки можливості врахування реальної геометрії, контактної взаємодії та матеріальних властивостей біологічних тканин, МСЕ широко застосовується для аналізу біомеханічної поведінки суглобових структур у нормі та за наявності патологій [4].

У значній кількості робіт увага зосереджена на реконструкції геометрії колінного суглоба за даними комп'ютерної або магнітно-резонансної томографії, а також на виборі матеріальних моделей для кісток, хряща, менісків і зв'язок [5], [6]. При цьому показано, що адекватність чисельних результатів суттєво залежить не лише від коректності геометрії та навантажень, а й від параметрів скінченно-елементної дискретизації.

Низка досліджень підтверджує, що недостатня щільність сітки може призводити до недооцінки пікових напружень і переміщень, особливо в областях контакту та в меніску, де виникають локальні концентрації напружень [7]. Водночас надмірне згущення сітки різко збільшує обчислювальні витрати та вимоги до апаратних ресурсів без пропорційного зростання точності результатів. Це формує практичну потребу у визначенні оптимальної густини сітки для конкретних постановок задач.

У сучасних публікаціях особлива увага приділяється контролю якості скінченно-елементної сітки за допомогою кількісних метрик, зокрема Skewness та Orthogonal Quality [8]. Показано, що високі значення ортогональної якості та низький перекис елементів позитивно впливають на збіжність розрахунку та стабільність чисельного розв'язку, особливо у статичних задачах. Разом з тим, у більшості робіт ці параметри розглядаються ізольовано, без системного порівняння кількох варіантів сітки в межах однієї біомеханічної моделі.

Окрема група досліджень — щодо валідації чисельних моделей колінного суглоба. Найчастіше валідація здійснюється шляхом порівняння результатів МСЕ з експериментальними вимірюваннями або аналітичними оцінками спрощених механічних моделей [9], [10]. Такі підходи дозволяють кількісно оцінити достовірність чисельних результатів, проте вплив параметрів скінченно-елементної сітки на результати валідації залишається недостатньо висвітленим.

У роботах, щодо аналізу збіжності за сіткою, показано типовий характер залежності похибки від кількості елементів: перехід від грубої до середньої сітки забезпечує суттєве підвищення точності, тоді як подальше згущення дає лише незначний вииграш зі значним зростанням обчислювального часу [11], [12]. Подібні висновки підтверджуються і для біомеханічних моделей суглобів нижньої кінцівки.

Отже, аналіз попередніх досліджень свідчить, що питання обґрунтованого вибору параметрів скінченно-елементної сітки з урахуванням якості елементів, точності чисельних результатів та обчислювальних витрат залишається актуальним. Особливий інтерес становить поєднання порівняльного аналізу різних сіток з незалежною аналітичною валідацією, що дозволяє сформулювати практичні рекомендації для побудови ефективних і відтворюваних чисельних моделей колінного суглоба.

*Мета роботи* — кількісно порівняти три варіанти сіток за переміщеннями та еквівалентними напруженнями в ключових елементах (меніск, зв'язки), часовими витратами розрахунку, а також виконати аналітичну валідацію через еквівалентну пружинну схему «меніск–зв'язки».

## Матеріали та методи

Геометричну модель колінного суглоба побудовано в середовищі SolidWorks на основі серійних зрізів комп'ютерної томографії. Під час реконструкції геометрії застосовано мінімально необхідну фільтрацію для збереження анатомічно значущих контурів та уникнення спотворення геометричних характеристик елементів. До складу тривимірної моделі включено стегнову та великогомілкову кістки, меніск і узагальнену модель зв'язкового апарату, достатню для коректного відтворення роботи колінного суглоба в умовах статичного стиску.

Після перевірки топологічної цілісності та відсутності геометричних дефектів модель експортовано у формат, сумісний із ANSYS Workbench, для подальшого чисельного аналізу.

Чисельне моделювання виконано методом скінченних елементів з використанням тетраедричних елементів. Для оцінки впливу параметрів дискретизації розглянуто три варіанти скінченно-елементних сіток із кількістю елементів 30001, 501090 та 1006936 відповідно (рис. 1). Локальне згущення сітки застосовувалося в зонах потенційної концентрації напружень, зокрема в області меніска та зв'язок.

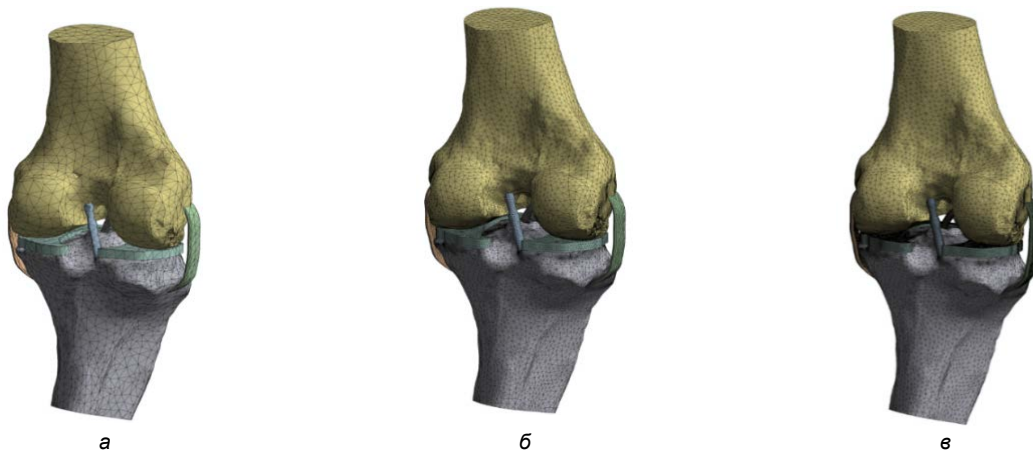


Рис. 1. Скінченно-елементні сітки з кількістю елементів: а — 30001 б — 501090, в — 1006936

Якість отриманих сіток оцінювали за допомогою метрик Skewness та Orthogonal Quality, які є загальноприйнятими показниками геометричної якості скінченно-елементних моделей. Для метрики Skewness кращими вважаються значення, що наближаються до нуля, тоді як для Orthogonal Quality оптимальними є значення, близькі до одиниці. Розподіл елементів за цими показниками для кожного варіанта сітки подано в табл. 1.

Таблиця 1

Параметри отриманих елементів для трьох СЕМ

СЕМ	Skewness		Orthogonal Quality	
	кількість елементів, %	якісні показники	кількість елементів, %	якісні показники
30001	75,01	0,05...0,35	3,24	0,05...0,35
	21,57	0,35...0,65	20,17	0,35...0,65
	3,42	0,65...0,95	76,59	0,65...0,95
501090	84,72	0,05...0,35	1,46	0,05...0,35
	13,73	0,35...0,65	13,39	0,35...0,65
	1,55	0,65...0,95	85,15	0,65...0,95
1006936	85,31	0,05...0,35	1,26	0,05...0,35
	13,3	0,35...0,65	13,02	0,35...0,65
	1,39	0,65...0,95	85,72	0,65...0,95

У роботі використано лінійно-еластичні ізотропні матеріальні моделі, що є поширеним припущенням у статичних біомеханічних задачах і дозволяє зосередитися на аналізі впливу параметрів скінченно-елементної сітки. Застосування нелінійних або анізотропних моделей матеріалів може призвести до кількісної зміни напружень і переміщень, проте не очікується, що це суттєво вплине

на порівняльній закономірності, пов'язані зі збіжністю результатів за сіткою. Отже, взяті припущення є обґрунтованими в межах поставленої мети дослідження. Значення модуля Юнга, коефіцієнта Пуассона та густини для кісткових структур і меніска подано в табл. 2.

Таблиця 2

#### Фізичні характеристика матеріалу

	Модуль Юнга, МПа	Коефіцієнт Пуассона, $\mu$	Густина, $\text{кг/м}^3$
Гомілкорова кістка	14800	0,3	2000
Стегнова кістка	19100	0,3	2100
Меніск	100	0,45	1400

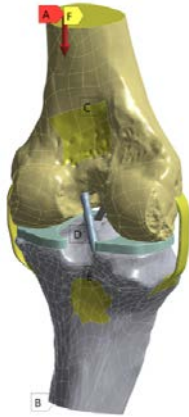


Рис. 2. Граничні умови

Для імітації умов спокійного стояння до верхньої частини стегнової кістки прикладалося осьове навантаження величиною 750 Н, спрямоване вздовж осі ОУ у від'ємному напрямку декартової системи координат. Нижню частину великогомілкової кістки зафіксовано консольним зацмленням.

З метою запобігання паразитним обертальним переміщенням і коректного відтворення умов навантаження в додаткових характерних зонах моделі задано граничні умови типу шарнірно-рухомої опори з обмеженням переміщень уздовж осей ОХ та ОZ. Схема прикладання граничних умов показана на рис. 2.

Розрахунки виконано в модулі Static Structural програмного комплексу ANSYS. Для кожного варіанта скінченно-елементної сітки визначали переміщення вздовж осі навантаження та еквівалентні напруження за Мізесом у меніску та зв'язках. Додатково фіксувався час виконання розрахунку для оцінки обчислювальної ефективності кожної моделі.

#### Результати чисельного моделювання

У межах чисельного аналізу методом скінченних елементів досліджено вплив параметрів скінченно-елементної сітки на результати моделювання напружено-деформованого стану колінного суглоба за осьового стискування. Для кожного з трьох варіантів сітки визначено переміщення вздовж осі навантаження, еквівалентні напруження за Мізесом у меніску та зв'язках (рис. 3), а також часові витрати обчислень.

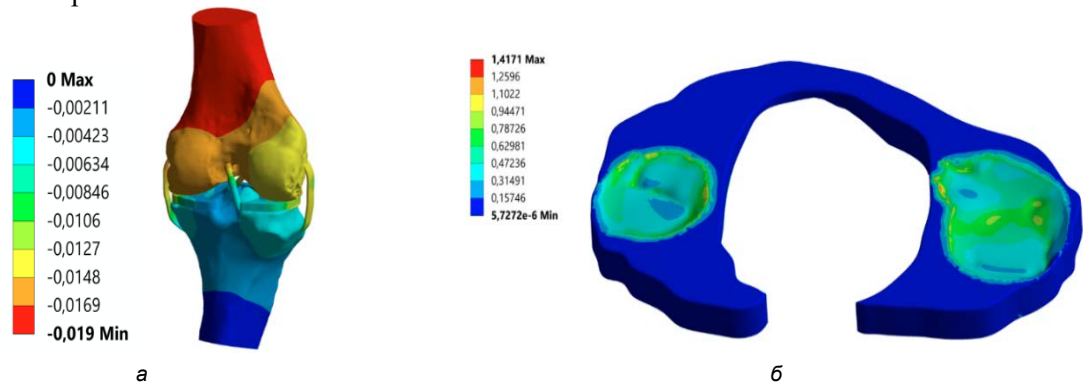


Рис. 3. Результати моделювання: *a* — поле переміщень уздовж осі ОУ за осьового стискування; *б* — розподілені напруження за Мізесом по поверхні меніска для СЕМ з 1006936, МПа

Розраховані значення переміщень уздовж осі ОУ для моделей з кількістю елементів 30001, 501090 та 1006936 становлять відповідно 0,0183 мм, 0,0209 мм та 0,0190 мм. Зі збільшенням щільності сітки спостерігається збіжність результатів, що свідчить про стабілізацію чисельного розв'язку для сіток середньої та високої густини. Максимальні переміщення локалізуються в зоні контакту меніска з кістковими структурами, що узгоджується з фізичною постановкою задачі.

Розподіл еквівалентних напружень за Мізесом у меніску та зв'язках для різних варіантів скінченно-елементних сіток подано в табл. 3. Для грубої сітки з 30001 елементом максимальні напруження у меніску становлять 0,86 МПа, тоді як для сіток із 501090 та 1 006936 елементів відповідні значення зростають до 1,42 МПа та 1,42 МПа. Аналогічна тенденція спостерігається і для зв'язкового апарату: зі збільшенням щільності сітки пікові напруження зростають, після

чого практично не змінюються. Це свідчить про те, що груба сітка призводить до недооцінки напружень у критичних зонах, тоді як подальше згущення понад  $5 \times 10^5$  елементів не забезпечує суттєвого підвищення точності.

Таблиця 3

Напруження за Мізесом

СЕМ	Напруження, меніск, МПа		Напруження, зв'язки, МПа	
	максимальні	мінімальні	максимальні	мінімальні
30001	0,85996	$5,93e-5$	0,493	0,00106
501090	1,419	$1,06e-5$	0,902	0,00115
1006936	1,417	$5,73e-6$	1,009	0,00062

Час виконання чисельних розрахунків істотно залежить від кількості скінченно-елементів у моделі. Для сітки з 30001 елементом розрахунок тривав близько 10 с, для сітки з 501090 елементів — 6 хв 1 с, а для сітки з 1006936 елементів — 27 хв 55 с за однакової апаратної конфігурації. Порівняння отриманих результатів показує, що перехід від грубої до середньої сітки супроводжується істотним зростанням точності з помірним збільшенням обчислювальних витрат, тоді як подальше згущення сітки призводить переважно до різкого зростання часу розрахунку без пропорційного виграшу в точності.

### Аналітичний розрахунок

З метою незалежної перевірки достовірності результатів чисельного моделювання виконано аналітичну валідацію шляхом спрощеного механічного подання системи «меніск–зв'язки». У межах аналітичного підходу меніск і зв'язковий апарат колінного суглоба замінено еквівалентною системою лінійно-пружних елементів, що працюють на стиск під дією осьового навантаження (рис. 4). Такий підхід дозволяє отримати аналітичну оцінку переміщень і порівняти її з результатами методу скінченних елементів. Варто зазначити, що аналітична модель ґрунтується на суттєвому спрощенні геометрії та механічній поведінки системи «меніск–зв'язки» і використовується виключно для оцінки порядку величин переміщень. Тому отримані відносні відхилення варто інтерпретувати не як точну похибку чисельної моделі, а як показник її адекватності в межах прийнятих припущень.

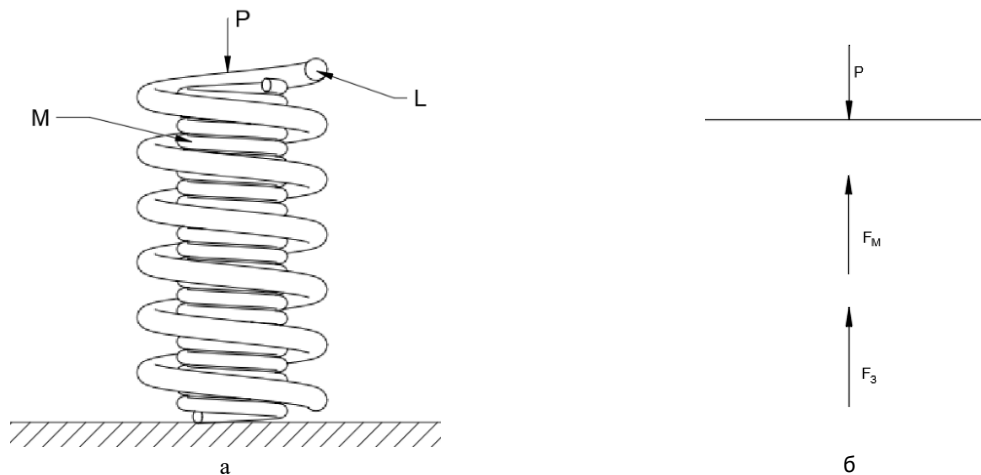


Рис. 4. Аналітична модель системи «меніск–зв'язки»: а — геометрична схема: L — зв'язки, M — меніск, б — розрахункова схема пружин: FM, Fz

Система моделювалася як паралельне з'єднання двох пружних елементів, що відповідають меніску та зв'язкам. Жорсткість кожного елемента визначалася за класичною формулою для осьового стиску лінійно-еластичного стрижня

$$k = \frac{A \cdot E}{x}, \quad (1)$$

де  $A$  — площа поперечного перерізу, перпендикулярна до лінії прикладання зусилля,  $E$  — модуль пружності (модуль Юнга),  $x$  — довжина елемента.

Аналітичне значення стиску системи «меніск–зв’язки» отримано на основі закону Гука під дією осового навантаження  $P = 750$  Н, що відповідає умовам чисельного експерименту. Розраховане аналітичне переміщення становить 0,0200 мм (20,002 мкм). Отримане значення порівняно з результатами скінченно-елементного аналізу для трьох варіантів дискретизації.

Таблиця 4

#### Порівняння аналітичних і чисельних переміщень

Кількість елементів	FEM-переміщення, мм	Аналітичне переміщення, мм	Відносне відхилення, %
30 001	0,0183	0,0200	8,5
501 090	0,0209	0,0200	4,5
1 006 936	0,0190	0,0200	5,0

Порівняльний аналіз аналітичних і чисельних результатів показав суттєву залежність точності визначення переміщень від параметрів скінченно-елементної сітки. Для грубої сітки з 30001 елементом відносне відхилення між аналітичним значенням стиску та результатом методу скінченних елементів становить близько 8,5 %, що свідчить про недостатню точність дискретизації. Для сітки середньої густини з 501090 скінченних елементів відносне відхилення зменшується до близько 4,5 %, що є прийнятним для біомеханічних задач з використанням спрощених лінійно-еластичних матеріальних моделей. Подальше згущення сітки до 1006936 елементів не дає помітного підвищення точності: відносне відхилення становить близько 5,0 %, тоді як обчислювальні витрати зростають істотно.

Отримані в роботі значення переміщень і напружень за порядком величин узгоджуються з результатами чисельних та експериментальних досліджень колінного суглоба, наведених у літературі для аналогічних схем осового навантаження. Зокрема, у роботах щодо скінченно-елементного моделювання колінного суглоба під дією навантажень, що відповідають умовам спокійного стояння, показано близькі рівні переміщень і напружень у меніску та зв’язковому апараті [13], [14]. До того ж результати аналізу чутливості та збіжності за сіткою, висвітлені в сучасних дослідженнях, підтверджують, що після досягнення певної щільності скінченно-елементної дискретизації подальше згущення сітки не призводить до суттєвого підвищення точності результатів [15]. Це свідчить про те, що результати чисельного моделювання, отримані в цій роботі, перебувають у межах значень, характерних для сучасних біомеханічних досліджень, і підтверджують адекватність застосованої моделі та зроблених висновків.

#### Висновки

У роботі досліджено вплив параметрів скінченно-елементної сітки на результати чисельного моделювання колінного суглоба у разі осового стискання. Порівняльний аналіз трьох варіантів тетраедричних сіток показав, що недостатня щільність дискретизації призводить до недооцінки переміщень і напружень у критичних зонах, тоді як зі збільшенням кількості елементів спостерігається стабілізація чисельного розв’язку.

На основі порівняння чисельних і аналітичних результатів встановлено, що сітка з приблизно  $5 \times 10^5$  скінченних елементів забезпечує оптимальний компроміс між точністю та обчислювальними витратами: відносне відхилення між аналітичним і чисельним значеннями переміщень становить близько 4,5 %. Подальше згущення сітки не дає помітного підвищення точності, але істотно збільшує час розрахунку. Отримані результати можуть бути використані як практична рекомендація для побудови ефективних біомеханічних моделей колінного суглоба.

#### СПИСОК ВИКОРИСТАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ

- [1] S. Wasserman, “What is the meaning of FEM analysis?” *Engineering.com*, Feb. 8, 2024. [Online]. Available: <https://www.engineering.com/what-is-the-meaning-of-fem-analysis/>.
- [2] “ANSYS mesh metrics explained,” *FEA Tips*, Nov. 21, 2022. [Online]. Available: <https://featips.com/2022/11/21/ansys-mesh-metrics-explained/>.
- [3] E. K. Erdemir, A. J. McLean, W. R. Herzog, and A. van den Bogert, “Model-based estimation of muscle forces exerted during movements,” *Clin. Biomech.*, vol. 22, no. 2, pp. 131-154, 2007. <https://doi.org/10.1016/j.clinbiomech.2006.09.005>.

- [4] Y. Zhang, J. Xu, and X. Wang, "Finite element analysis of the human knee joint: a review," *J. Mech. Med. Biol.*, vol. 18, no. 3, pp. 1-22, 2018. <https://doi.org/10.1142/S021951941830002X> .
- [5] P. Kiapour, et al., "Finite element modeling of the knee: validation and sensitivity analysis," *J. Biomech.*, vol. 47, no. 2, pp. 305-312, 2014. <https://doi.org/10.1016/j.jbiomech.2013.10.044> .
- [6] Y. Bendjaballah, D. Shirazi-Adl, and D. Zukor, "Biomechanics of the human knee joint in compression: a finite element study," *Knee*, vol. 12, no. 6, pp. 435-441, 2005. <https://doi.org/10.1016/j.knee.2004.12.007> .
- [7] S. Kazemi, and D. Shirazi-Adl, "Computational mechanics of articular cartilage of the human knee joint," *J. Biomech.*, vol. 41, no. 5, pp. 1048-1057, 2008. <https://doi.org/10.1016/j.jbiomech.2007.12.005> .
- [8] ANSYS Inc., *ANSYS Meshing User's Guide*, Release 2023 R1, Canonsburg, PA, USA, 2023. [Online]. Available: <https://www.ansys.com/academic/learning-resources> .
- [9] M. Fitzpatrick, et al., "Validation of a finite element model of the knee joint," *Proc. Inst. Mech. Eng. H*, vol. 224, no. 4, pp. 537-547, 2010. <https://doi.org/10.1243/09544119JEIM669> .
- [10] J. Halonen, M. Mononen, and R. Korhonen, "Importance of tissue modeling and loading conditions in knee joint simulations," *Ann. Biomed. Eng.*, vol. 44, no. 3, pp. 844-857, 2016. <https://doi.org/10.1007/s10439-015-1447-0> .
- [11] O. Zienkiewicz, and R. Taylor, *The Finite Element Method*, 7th ed., Oxford, UK: Butterworth-Heinemann, 2013. [Online]. Available: <https://www.elsevier.com/books/the-finite-element-method/zienkiewicz/978-1-85617-633-0> .
- [12] R. Cook, et al., *Concepts and Applications of Finite Element Analysis*, 4th ed., New York, NY, USA: Wiley, 2002. [Online]. Available: <https://www.wiley.com/en-us/Concepts+and+Applications+of+Finite+Element+Analysis%2C+4th+Edition-p-9780471356059> .
- [13] T. L. Haut Donahue, M. L. Hull, M. M. Rashid, and C. R. Jacobs, "A finite element model of the human knee joint for the study of tibio-femoral contact," *Journal of Biomechanical Engineering*, vol. 124, no. 3, pp. 273-280, 2002. [Online]. Available: <https://doi.org/10.1115/1.1470171> .
- [14] A. M. Kiapour et al., "Strain response of the anterior cruciate ligament to uniplanar and multiplanar loads during simulated landings," *The American Journal of Sports Medicine*, vol. 44, no. 8, pp. 2087-2096, 2016. [Online]. Available: <https://doi.org/10.1177/0363546516640499> .
- [15] N. B. Rooks, T. F. Besier, and M. T. Y. Schneider, "A parameter sensitivity analysis on multiple finite element knee joint models," *Frontiers in Bioengineering and Biotechnology*, vol. 10, 2022. [Online]. Available: <https://doi.org/10.3389/fbioe.2022.841882> .
- [16] J. P. J. Peitola, A. Esrafilian, A. S. A. Eskelinen, M. S. Andersen, and R. K. Korhonen, "Sensitivity of knee cartilage biomechanics in finite element analysis to selected musculoskeletal models," *Computer Methods in Biomechanics and Biomedical Engineering*, pp. 1-12, 2024. [Online]. Available: <https://doi.org/10.1080/10255842.2024.2360594> .

Рекомендована кафедрою біомедичної інженерії та оптико-електронних систем ВНТУ

Дата надходження 28.01.2026

Дата прийняття до друку після рецензування 03.02.2026

Дата публікації 7.07.2026

Ця робота ліцензується відповідно до  
[Creative Commons Attribution 4.0 International License](https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/)

**Мусієнко Ольга Станіславівна** — д-р філософії, старший викладач кафедри динаміки і міцності машин та опору матеріалів, e-mail: [olga.musinko@gmail.com](mailto:olga.musinko@gmail.com) . <https://orcid.org/0000-0001-8255-3909>;

**Дейлід Денис Сергійович** — студент Навчально-наукового Механіко-машинобудівного інституту, e-mail: [ddeylid228@gmail.com](mailto:ddeylid228@gmail.com) . <https://orcid.org/0009-0004-2480-6794>;

**Красько Богдан Юрійович** — студент Навчально-наукового Механіко-машинобудівного інституту, e-mail: [bogdan.krasko-mp31@ill.kpi.ua](mailto:bogdan.krasko-mp31@ill.kpi.ua) . <https://orcid.org/0009-0002-4954-5135>.

Національний технічний університет України «Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського», Київ;

**Сивак Андрій Миколайович** — лікар ортопед-травматолог відділу пошкоджень опорно-рухового апарату та проблем остеосинтезу, e-mail: [dr.syvak@gmail.com](mailto:dr.syvak@gmail.com) . <https://orcid.org/0000-0001-7241-0461>;

**Сулима Олексій Миколайович** — канд. мед. наук, ортопед-травматолог вищої категорії, старший науковий співробітник клініки ортопедії та травматології дорослих, e-mail: [sulymaoleksii@gmail.com](mailto:sulymaoleksii@gmail.com) , <https://orcid.org/0000-0002-1314-8915>.

Державна установа «Інститут травматології та ортопедії Національної академії медичних наук України», Київ

O. S. Musiienko<sup>1</sup>  
 A. M. Syvak<sup>2</sup>  
 O. M. Sulyma<sup>2</sup>  
 D. S. Deilid<sup>1</sup>  
 B. Yu. Krasko<sup>1</sup>

## Comparison of Finite Element Meshes in Numerical Modeling of the Knee Joint and Analytical Validation of the Results

<sup>1</sup>National Technical University of Ukraine “Igor Sikorsky Kyiv Polytechnic Institute”, Kyiv;

<sup>2</sup>State Institution “Institute of Traumatology and Orthopedics of the National Academy of Medical Sciences of Ukraine”, Kyiv

*This study investigates the influence of finite element mesh parameters on the accuracy and computational efficiency of numerical modeling of the human knee joint under static axial compression corresponding to quiet standing. The knee joint is one of the most highly loaded and injury-prone components of the musculoskeletal system, and reliable prediction of its stress–strain state is essential for biomechanics, orthopedics, and rehabilitation engineering. Although the finite element method is widely used for analyzing such complex biological structures, the obtained results strongly depend on mesh density, element type, and mesh quality, which requires a dedicated quantitative assessment.*

*A three-dimensional geometric model of the knee joint was developed in SolidWorks environment based on computed tomography data and included the femur, tibia, meniscus, and ligamentous structures. Finite element simulations were performed in ANSYS (Static Structural) for an axial compressive load of 750 N applied along the vertical axis. Three tetrahedral mesh configurations were analyzed, consisting of 30,001, 501,090, and 1,006,936 elements. Mesh quality was evaluated using Skewness and Orthogonal Quality metrics, with local refinement applied in regions prone to stress concentration.*

*For each mesh configuration, axial displacements, von Mises equivalent stresses in the meniscus and ligaments, and total computation time were evaluated using the same hardware setup. To independently verify the numerical results, an analytical validation was conducted by representing the meniscus–ligament system as an equivalent parallel spring model. The overall stiffness and compressive deformation were determined using Hooke’s law and compared with the finite element predictions.*

*The results demonstrate that the mesh containing approximately  $5.0 \times 10^5$  elements provides the best balance between accuracy and computational cost. The deviation between finite element displacements and analytical predictions is approximately 4.5 %, while further mesh refinement beyond  $10^6$  elements does not lead to a noticeable improvement in accuracy but significantly increases computational time. These findings highlight the importance of controlled mesh design in knee joint biomechanics and show that well-quality-controlled meshes of moderate density with local refinement can ensure reliable and reproducible results at reasonable computational expense.*

**Keywords:** knee joint, finite element method, ANSYS, SolidWorks, static analysis, meniscus, ligaments, von Mises stress, stiffness, analytical validation.

**Musiienko Olha S.** — PhD, Senior Lecturer of the Chair of Dynamics and Strength of Machines and Strength of Materials, e-mail: olga.musinko@gmail.com . <https://orcid.org/0000-0001-8255-3909>;

**Syvak Andrii M.** — Orthopedic Trauma Surgeon, Department of Musculoskeletal Injuries and Osteosynthesis Problems, e-mail: dr.syvak@gmail.com . <https://orcid.org/0000-0001-7241-0461>;

**Sulyma Oleksii M.** — Cand. Sc. (Med), Orthopedic Trauma Surgeon of the Highest Category, Senior Research Fellow, Clinic of Adult Orthopedics and Traumatology, e-mail: sulymaoleksii@gmail.com , <https://orcid.org/0000-0002-1314-8915>;

**Deilid Denys S.** — Student of the Educational and Research Institute of Mechanics and Mechanical Engineering, e-mail: ddeylid228@gmail.com . <https://orcid.org/0009-0004-2480-6794>;

**Krasko Bohdan Yu.** — Student of the Educational and Research Institute of Mechanics and Mechanical Engineering, e-mail: bogdan.krasko-mp31@ill.kpi.ua . <https://orcid.org/0009-0002-4954-5135>