УДК. 004.7.: 517.586+512

В. І. Бессараб, к. т. н., доц.;
Є. Г. Коваленко

МЕТОДИ АНАЛІТИЧНОГО АНАЛІЗУ ПРОЦЕСІВ В ІНФОРМАЦІЙНИХ МЕРЕЖАХ ІЗ ВИКОРИСТАННЯМ ПЕРЕТВОРЕННЯ ЛЕЖАНДРА І РІВНЯНЬ «MAX-PLUS» АЛГЕБРИ

Розглянуто задачу побудови аналітичних моделей оцінки динаміки в інформаційних мережах, які мають властивості спільності незалежно від специфіки застосовуваних розподілів для задання потоків і особливостей характеристик трафіка. Дане питання є досить актуальним для інформаційних мереж.

Вступ

З погляду системного аналізу, динамічні явища в інформаційних мережах є дискретно-безперервними нелінійними процесами [1]. У сучасній теорії мереж питанням моделювання таких процесів приділяється досить багато уваги. Добре вивчені й описані в літературі моделі в термінах теорії масового обслуговування, що використовують різні підходи до завдання характеристик інформаційних потоків. Так у роботах [2, 3] використовуються моделі, орієнтовані на застосування найпростіших потоків, потоків Ерланга різних порядків, потоків, що використовують гамма-розподіл. Для представлення самоподібних потоків використовують моделі з логарифмічно-нормальним розподілом, розподілом Вейбулла або Парето [4]. У різноманітті підходів до розгляду процесів відсутні загальні закономірності щодо розгляду динаміки.

Методи розв’язання поставленої задачі і результати досліджень

Для розв’язання поставленої задачі будемо використовувати перетворення Лежандра й основні рівняння стану «Ma*x*-plus» алгебри.

Перетворення Лежандра $L\left[x(u)\right](s)$ функції $x(u)$, яка може бути увігнутою або опуклою і мати зворотну похідну, визначається як

$$X(s) := L\left[x(u)\right]s(u) = x\left(u^*\right) - su^*, \tag{1}$$

де $\mathrm{s} = \dfrac{dx}{du}\left(u^*\right)$.

Отже, дотична в точці $\left(u_0, x(u_0)\right)$ має нахил s_0, відповідний перетворенню Лежандра на відрізку $x(u_0) - \mathrm{s}_0 u_0$ на осі *y* до похилої $\mathrm{s}_0(u - u_0) + x(u_0)$. У порядку застосування перетворення до неувігнутої/неопуклої функції, використовується розширене перетворення Лежандра

$$X(s) := L\left[x(u)\right](s) = \left\{ x(u^*) - su^* \middle| s = \frac{dx}{du}(u^*) \right\}. \tag{2}$$

Розширене зворотне перетворення Лежандра визначається як

$$x(u) := L^{-1}\left[X(s)\right](u) = \left\{ X(s^*) - us^* \middle| \frac{dX}{ds}(s^*) = u \right\}. \tag{3}$$

Якщо вхід інформаційної системи характеризується часом запиту $x(k)$, коли k-й пакет був відправлений джерелом, то вихід системи — час $y(k)$, коли k-й пакет досягає одержувача. У цьому випадку, як вхід так і вихід — неубутні функції. Припускаючи, що аналізована мережа є системою без втрат, вихід описується згорткою перехідної характеристики $h(k)$ і входом $x(k)$:

$$y(k)=\bigoplus_{i=-\infty}^{k} h(k-i)\otimes x(i)=\max_{0\le i\le k}\left\{h(k-i)+x(i)\right\}, \tag{4}$$

де $x(k)=h(k)=-\infty$ для $k<0$.

Застосовуючи перетворення Лежандра до $y(k)$, за формулою (4) отримуємо

$$L[y](s)=L[h](s)+L[x](s)=H(s)+X(s), \tag{5}$$

де $H(s)$ і $X(s)$ означають перетворення Лежандра для рядів $\{h(k)\}$ і $\{x(k)\}$, відповідно. Рівняння (5) показує, що в області Лежандра згортка обумовлюється підсумовуванням. Перехідна характеристика мережі має вигляд

$$H(s):=L[h](s)=\begin{cases} d, & \text{якщо} \quad s\ge 1/w; \\ \infty, & \text{якщо} \quad s<1/w, \end{cases} \tag{6}$$

де константи d і w відповідно мінімальна затримка пакета і максимальна пропускна здатність. Використовуючи цю перехідну характеристику можна розрахувати вихід.

Найпростіший спосіб для визначення виходу $\overline{Y}(s)=L\left[\overline{y}(u)\right]$, де $\overline{y}(u)$ — кусково-лінійна інтерполяція ряду $\{y(k)\}$, полягає в такому: спочатку знаходимо кусково-лінійну інтерполяцію вхідного ряду $\{x(k)\}$, позначену $\overline{x}(u)$; визначаємо $\overline{X}(s)$, $\overline{X}_k(s)$ і $\overline{Y}_k(s)$, які використовуються в перетворенні Лежандра $\overline{x}(u)$, і k-й вхід x (k) і вихід $y(k)$, відповідно. Вважаємо, що $x(0)=0$, і $\overline{Y}_{k-1}(s)$ — відомо. Розраховуємо $\overline{Y}_k(s)$, використовуючи такий алгоритм [5] (рис. 1, 2):

1. Розраховуємо $\dot{Y}'_k(s)=\dot{X}_k(s)+H(s)$;
2. Визначаємо точку перетину $\dot{Y}'_k(s)$ і $\dot{Y}_{k-1}(s)$. Значення s, як перетин $\dot{Y}'_k(s)$ і $\dot{Y}_{k-1}(s)$ — позначається s_{k-1};
3. Визначаємо $\dot{Y}_k(s)$, як паралельну $\dot{X}_k(s)$, що проходить через точку перетину;
4. Визначаємо $\dot{Y}_k(s)$ з $\dot{Y}_{k-1}(s)$. $\overline{Y}(s)$ — об'єднання декількох $\dot{Y}_k(s)$, і область визначення $\left[s_{k-1}, s_k\right]$. Вихід $\overline{y}(u)$ розраховується з використанням зворотного перетворення Лежандра $L^{-1}\left[\overline{Y}(s)\right]$.

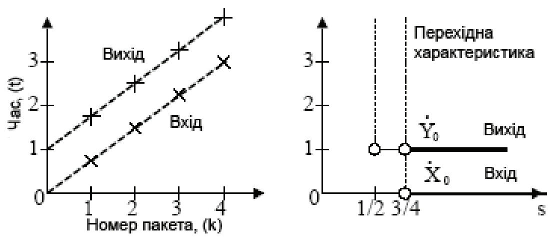

Рис. 1. Визначення виходу з використанням перетворення Лежандра: вхід і вихід системи в режимі нормальної роботи. Пропускна здатність: 2 пакети в одиницю часу [п./од. часу]; інтенсивність джерела: 4/3 [п./од. часу]; затримка: 1 [п./ од. часу]

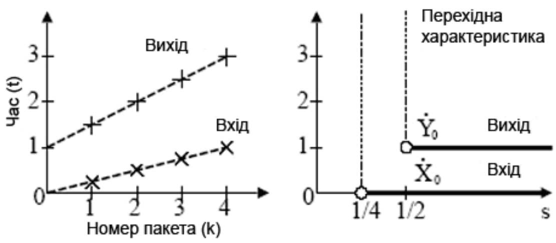

Рис. 2. Визначення виходу з використанням перетворення Лежандра: вхід і вихід системи у випадку перевантаження мережі. Пропускна здатність: 2 пакети в одиницю часу [п./од. часу]; інтенсивність джерела: 4 [п./од. часу];

затримка: 1 [п./од. часу]

Дослідження великого обсягу даних по трафіку проведено в цілому ряді робіт [6]. Доведено, що трафік реальних мереж з комутацією пакетів має характеристики самоподібності або мультифрактальності.

Припустимо, що кожне індивідуальне з'єднання і відправляє пакети з постійною швидкістю в період ON і не відправляє пакетів взагалі в період OFF. Кожна така сесія ініціалізується в деякий випадковий момент часу, здійснює передачу протягом деякого часу з постійною швидкістю, а потім відключається. Для описування тимчасових періодів ON і OFF використовується розподіл з нескінченною дисперсією — розподіл Парето. Параметри розподілу Парето визначають ступінь самоподібності трафіка.

Для повного описування процесу лічильника загального трафіка необхідно розглянути розподіл тривалості сесій або ON/OFF періодів. Дані реальних спостережень за потоками в LAN і WAN [7, 8] дають підставу стверджувати, що розподіл довжин ON/OFF періодів має нескінченну дисперсію і «важкий хвіст»

$$F(y) = 1 - cy^{-\alpha}, \text{ якщо } y \to \infty. \tag{7}$$

Покажемо застосування розглянутої методики для мережі з простою топологією.

Розглянемо мережу, на вхід якої надходить ON/OFF трафік. Пакети розміром 1000 байт. Топологія мережі показана на рис. 3.

Мережа складається з трьох вузлів з типом черги обслуговування FIFO, без переповнення буфера. Канал «1—3» — основний, «1—2» і «2—3» — резервні. Швидкість передачі для основного каналу 10 Мбіт/с, для резервних по 5 Мбіт/с.

Результат ідентифікації перехідної характеристики для роботи мережі з основним каналом показано на рис. 4.

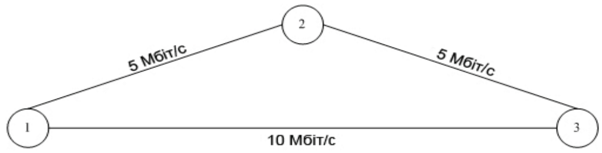

Рис. 3. Топологія мережі

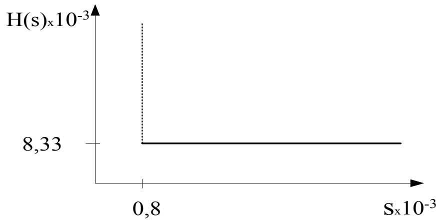

Рис. 4. Перехідна характеристика для мережі з основним каналом

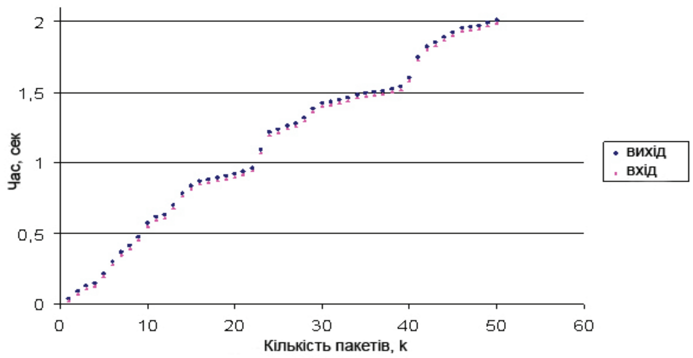

Рис. 5. Аналіз мережі з ON/OFF трафіком для мережі з основним каналом

На рис. 5 показано аналіз роботи мережі в нормальному режимі, тобто включений основний канал, а резервні відключені.

Параметри мережі:

1. Максимальна пропускна здатність w = 1250 п./с;
2. Мінімальна пакетна затримка d = 8,33 мс.

Розглянемо випадок, коли основний канал відключений. Тоді пакети з вузла 1 передаються до вузла 3 резервними каналами, через вузол 2. Результат ідентифікації перехідної характеристики для роботи мережі з резервними каналами показано на рис. 6.

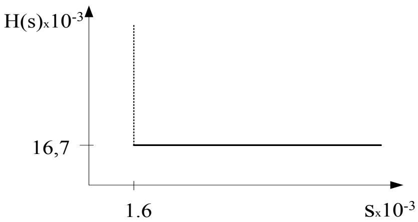

Рис. 6. Перехідна характеристика для мережі з резервними каналами

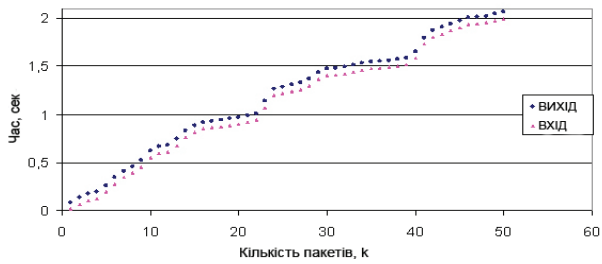

Рис. 7. Аналіз мережі з ON/OFF трафіком для мережі з основним каналом

На рис. 7 показано аналіз мережі в режимі роботи резервних каналів (тобто коли основний канал відключено).

Параметри мережі:

1. Максимальна пропускна здатність w = 625 п./с;
2. Мінімальна пакетна затримка d = 16,7 мс.

Висновки

Показано, що диференціальне перетворення Лежандра в сукупності з рівняннями стану для дискретно-безперервних систем можуть застосовуватися для аналізу динаміки інформаційних мереж. Запропонований підхід можна використовувати для різних моделей інформаційних потоків джерела. У мережах складної топології застосування способу можливо, але необхідні додаткові дослідження методологічного характеру.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Introduction to the modeling, Control and Optimization of Discrete Event Systems. Christos G. Cassandras, Stephane Lafortune, Geert Jan Olsder.

2. V. Paxson, S. Floyd. Wide-Area Traffic: The Failure of Poisson Modeling // IEEE/ACM Transactions on Networking. 1995. 3(3). P. 226—244.

3. Пономарев Д. Ю. Учет самоподобия в математической модели простейшего потока вызовов // Вестник НИИ СУВПТ. Сб. науч. тр. / Под ред. Н. В. Василенко. — Красноярск, 2001. — № 6. — С. 91.

4. Пономарев Д. Ю. Исследование моделей телекоммуникационных систем с непуассоновскими входными потоками // Проблемы информатизации региона. ПИР-2001: Сб. науч. тр. — Красноярск: ИПЦ КГТУ. — 2002. — С. 145—152.

5 Characterization of a simple communication network using Legendre transform. Takashi Hisakado and Kohshi Okumura Department of Electrical Engineering Kyoto University Kyoto, Japan.

6. Willinger W., Taqqu M., Erramili A. A Bibliographical Guide to Self-Similar Traffic and Performance Modeling for Modern High-Speed Networks // Stochastic Networks: Theory and Applications, Clarendon Press (Oxford University Press). Oxford. 1996. P. 339—366.

7. Paxson V., Floyd S. Wide-Area Traffic: The Failure of Poisson Modelling // IEEE/ACM Transactions on Networking. No 3(3). 1995. P. 226—244.

8. Willinger W., Taqqu M., Sherman R., Wilson D. Self-similarity through high variability: Statistical analysis of Ethernet LAN traffic at source level // IEEE/ACM Transactions of Networking. 1997. No 5. P. 71—86.

Матеріали статті рекомендовані до опублікування оргкомітетом III Міжнародної науково-технічної конференції «Сучасні проблеми радіоелектроніки, телекомунікацій та приладобудування (СПРТП-2007)» (31.05—2.06.2007 р.)

Надійшла до редакції 30.09.07
Рекомендована до друку 04.10.07

Бессараб Володимир Іванович — завідувач кафедри, ***Коваленко Євгенія Геннадіївна*** — асистент.

Кафедра автоматики та телекомунікацій, Донецький національний технічний університет