

УДК 531.7.08

Ю. Г. Ведміцький;

В. В. Кухарчук, д. т. н., проф.

ЕЛЕМЕНТИ ТЕОРІЇ ЕЛЕКТРОДИНАМІЧНОГО МОДЕЛЮВАННЯ ВИМІРЮВАЛЬНОГО ПЕРЕТВОРЕННЯ І КОНТРОЛЮ МОМЕНТУ ІНЕРЦІЇ. ПРОБЛЕМАТИКА, ДИНАМІЧНІ АНАЛОГІЇ ТА ПРИНЦИП ДУАЛЬНОСТІ

Ця робота перша із запланованого циклу статей, що аналізують розвиток загальних теоретичних засад електродинамічного моделювання вимірювального перетворення і контролю моменту інерції механічних та електромеханічних систем з обертальною формою руху.

Проведено аналіз сучасного стану теорії електродинамічного моделювання перетворювачів моменту інерції, встановлено деякі основні проблемні причини, що стримують її розвиток, окреслено шляхи і закладено необхідне теоретичне підґрунтя для подолання виявлених перешкод.

Вступ

Під час аналітичного та експериментального дослідження перетворювачів моменту інерції постає ряд суттєвих ускладнень та обмежень, які пов'язані з механічною або електромеханічною природою досліджуваних систем. Часто ці проблеми носять глибинний, системний характер і їх вирішення засобами та методами суто теоретичної та прикладної механіки (електромеханіки) є або неефективним, або неможливим взагалі.

З іншого боку, огляд аналітичного апарату теоретичних основ електротехніки [1—3], її методів розв'язання задач аналізу і задач синтезу (!) лінійних, нелінійних, параметричних електричних та електромагнітних систем із зосередженими та розподіленими параметрами, що перебувають як в усталених, так і перехідних режимах, а також можливостей і методів експериментального (!) дослідження таких систем, в багатьох випадках за схожих умов незаперечно доводить часткову або повну перевагу над засобами і методами дослідження механічних, електромеханічних та інших за фізичною природою динамічних систем.

Тому природно, що якщо тільки така перевага за тими чи іншими критеріями хоч трохи виявляє себе, то процес електричного, а точніше — *електродинамічного*, моделювання і побудова електродинамічних моделей механічних та електромеханічних систем будуть не тільки доцільними, але і необхідними.

Однак у випадку з вимірювальними перетворювачами моменту інерції огляд їх сучасного стану і аналітичного забезпечення [4—6] свідчить про відсутність на сьогодні *єдиних* підходів як в розробці методів вимірювання та контролю моменту інерції, так і в створенні їх математичних і електродинамічних моделей.

І хоча в деяких роботах, наприклад, в [7, 8], авторами були здійснені спроби розробки електродинамічних моделей перетворювачів моменту інерції з одним ступенем вільності (1-го і 2-го порядків), які базуються на відомих в літературі підходах і схемах [9], та двома ступенями вільності (3-го порядку), що дозволило частково вирішити означену проблему і зокрема систематизувати електродинамічні моделі деяких відомих перетворювачів та методів перетворення моменту інерції, однак, на жаль, наразі доводиться стверджувати, що *на сьогодні узагальнена теорія електродинамічного моделювання вимірювального перетворення і контролю моменту інерції знаходиться тільки в початковій стадії свого розвитку*, оскільки не існує ані її системи ієрархічно взаємозв'язаних і логічно сумісних положень, ані узагальнених електричних схем систем-аналогів вимірювальним перетворювачам моменту інерції, ані їх розробленого математичного забезпечення.

На думку авторів, причин цьому декілька.

Перша причина полягає в тому, що дана проблемна задача не може бути розв'язана одноосібно жодною із наявних фундаментальних теорій, оскільки є *примежевою*, а отже, потребує задля свого вирішення залучення нехай і не складного, але урізноманітненого теоретичного забезпечення.

В даному випадку мова йде про аналітичні апарати теоретичної механіки (електромеханіки), теоретичної електротехніки, теорії динамічних систем, теорії електродинамічних аналогій [9—14], загальної теорії вимірювальних пристроїв і зокрема вимірювального перетворення моменту інерції.

Друга причина, вочевидь, тісно пов'язана з першою і є її прямим наслідком: задача електродинамічного моделювання вимірювального перетворення і контролю моменту інерції в окремих випадках розглядалася як одна серед багатьох суто прикладних задач, без жодного натяку на узагальнення, а в більшості ж випадків — не розглядалася взагалі.

І нарешті — *третья* причина, на думку авторів, найвагоміша.

Адже, справді, *чи можна говорити про створення узагальнених електродинамічних моделей ... за відсутності самого об'єкта моделювання?* Себто такого вимірювального пристрою, відносно якого всі інші нині відомі і можливі у майбутньому перетворювачі моменту інерції являтимуть собою окремо взяті випадки.

Однак в роботі [15] такий пристрій був запропонований. В ній авторами було дано означення системи узагальненого перетворювача моменту інерції (УПМІ), розроблена його структурна схема, і, що головне, отримана математична модель вимірювального перетворення і контролю моменту інерції, якій, природно, також притаманна ознака узагальненості.

Це докорінно змінює ситуацію, створює можливість і породжує необхідні передумови вирішення означеної проблеми.

Таким чином, *метою роботи є розвиток загальних теоретичних засад електро-динамічного моделювання вимірювального перетворення і контролю моменту інерції механічних та електро-механічних систем з обертальною формою руху і обґрунтування їх практичної спроможності і самодостатності.*

Дана ж стаття (перша із запланованих трьох), окрім проведеного аналізу стану теорії електродинамічного моделювання перетворювачів моменту інерції та визначення деяких основних проблемних причин, що стримують її розвиток, має окреслити шляхи і закласти необхідне теоретичне підґрунтя для подолання виявлених перешкод.

Розробка теоретичних засад електродинамічного моделювання вимірювального перетворення і контролю моменту інерції

Розв'язання поставленої задачі буде тоді успішним, якщо тільки будуть врахованими вищезазначені причини і усуненими чи хоча б послабленими чинники, що породжені цими причинами.

Тому наразі послідовно зупинимося на деяких з тих основних положень, які мають бути означеними як базові і покладеними в основу електродинамічного моделювання вимірювального перетворення і контролю моменту інерції, проаналізуємо та опрацюємо їх.

1. Динамічні аналогії в електродинамічному моделюванні перетворювачів моменту інерції

Для розробки електродинамічних моделей перетворювачів моменту інерції скористаємося *теорією динамічних аналогій* (методом електромеханічних аналогій) [9—14].

Відповідно до цієї теорії і механічна (електромеханічна), і деяка інша за природою система (системи), зокрема електрична, можуть бути *подібними* як *якісно*, так і *кількісно*.

В якісному розумінні для вимірювального перетворення і контролю моменту інерції це означає можливість проведення (природно, за виконання певних умов) *аналогій* між статичними і динамічними характеристиками перетворювача моменту інерції та електричними статичними і динамічними характеристиками електричної системи-аналога.

Таку можливість можна пояснити дією кількох чинників, найважливішими серед яких є:

1) математична подібність між обраними системами узагальнених координат та узагальнених швидкостей перетворювачів моменту інерції з одного боку і систем-аналогів з іншого, як незалеж-

них фізичних величин, що однозначно задають їх стани та рух;

2) математична подібність в функціональних залежностях параметрів і характеристик перетворювачів моменту інерції та систем-аналогів від систем відповідних обраних узагальнених координат та швидкостей.

В першу чергу це стосується з одного боку кінетичної і потенціальної енергій перетворювача моменту інерції, його дисипативної функції Релея, а з іншого — енергій магнітного і електричного полів електричної системи, її функції розсіювання;

3) математична подібність між узагальненими силами, що діють на системи перетворювачів моменту інерції з одного боку та системи-аналоги з іншого;

4) математична подібність між диференціальними рівняннями, що описують рух обох систем в просторі обраних узагальнених координат та узагальнених швидкостей.

Означенні чинники водночас породжують і кількісну аналогію.

Тобто, для перетворювача моменту інерції його параметри та геометричні, кінематичні і динамічні характеристики відносно електричних параметрів та характеристик електричної системи-аналога будуть, незважаючи на їх різну фізичну природу, набувати *однакових числових значень* за інших однакових умов.

Практично це значить, що моменту інерції об'єкта вимірювання (контролю) можна поставити у відповідність деякий параметр електричного кола-аналога, а саме електричне коло, в свою чергу, розглядати як перетворювач цього параметра в іншу фізичну величину електричного походження, внаслідок чого постане можливість як на якісному рівні, так і кількісно застосовувати для дослідження систем перетворювачів моменту інерції аналітичний апарат теоретичної електротехніки.

2. Принцип дуальності та його значення в електродинамічному моделюванні

Відповідно до положень теоретичної електротехніки [1], для будь-якого електричного кола довільної конфігурації планарного виду (з вітками, що розташовані в одній площині і не перетинаються) можна скласти інше електричне коло, яке по відношенню до заданого буде *дуальним*.

Основною властивістю дуальних кіл є те, що структура, методи розв'язку та самі розв'язки рівнянь, складених відносно контурних струмів для одного електричного кола і відповідних вузлових потенціалів для іншого, будуть *ідентичними*.

Тому, якщо одне з електричних кіл буде електродинамічною моделлю перетворювача моменту інерції, то його електродинамічною моделлю буде і друге електричне коло, яке є дуальним відносно першого.

Іншими словами, система перетворювача моменту інерції може мати за умови їх дуальності щонайменше *дві* принципово різні електродинамічні моделі, стан і рух кожної з яких задаватиметься своєю системою узагальнених координат і узагальнених швидкостей.

3. Перша та друга системи електродинамічних аналогій

Наразі постає низка питань. В яких системах узагальнених координат мають бути побудовані дуальні електродинамічні моделі перетворювача моменту інерції? В яких системах диференціальних рівнянь? Якими мають бути їх структурні та загальні електричні схеми?

Дані питання є доволі важливими і та чи інша відповідь на них приводить, як це впливає з принципу дуальності, до створення принципово різних електродинамічних моделей.

Теорія динамічних аналогій вирізняє дві системи електродинамічних аналогій, які умовно називають: — *першою* — аналогія типу «сила-напруга»; — *другою* — аналогія типу «сила-струм».

Огляд наявних літературних джерел, зокрема [7—14], виявляє низку проблем, що перешкоджають безпосередньому застосуванню динамічних аналогій в електродинамічному моделюванні перетворювачів моменту інерції. Ці проблеми носять як загальний, так і суто предметний характер. Тому наразі з метою їх усунення опрацюємо наявні системи електродинамічних аналогій. Для цього:

— проведемо аналіз цих аналогій, спрямований відносно систем вимірювального перетворення і контролю моменту інерції;

— систематизуємо електродинамічні аналогії, врахувавши всі чотири вищевиведені ознаки ма-

тематичної подібності між системами перетворювачів моменту інерції, з одного боку, та системам-аналогами — з іншого;

— подамо водночас обидві системи аналогії і зробимо це в найповнішій та розгорнутій формі, розписавши і квадратичні форми залежностей динамічних характеристик перетворювачів моменту інерції та їх систем-аналогів від узагальнених координат та швидкостей, і системи диференціальних рівнянь в формах Лагранжа II роду і Лагранжа-Максвелла відповідно;

— водночас проведемо уточнення та корекцію фізичного змісту окремих електро-динамічних аналогій.

На думку авторів, це дозволить узгодити теоретичні апарати аналітичної динаміки та електро-техніки і закласти теоретичне підґрунтя для розробки *першої* та *другої* електро-динамічних моделей перетворення моменту інерції.

Результат роботи зведемо в таблиці 1 та 2.

Таблиця 1

Перша система електродинамічних аналогій в перетворенні МІ

Перетворювач моменту інерції	Електродинамічна система-аналог
Ступінь вільності системи n	Ступінь вільності системи — кількість незалежних контурів n
Система узагальнених координат q_1, q_2, \dots, q_n	Система узагальнених координат — електричні заряди, що проходять незалежними контурами, починаючи з деякого моменту часу $q_1^{(e)}, q_2^{(e)}, \dots, q_n^{(e)}$
Система узагальнених швидкостей $\dot{q}_1, \dot{q}_2, \dots, \dot{q}_n$	Система узагальнених швидкостей — контурні струми $\dot{q}_1^{(e)}, \dot{q}_2^{(e)}, \dots, \dot{q}_n^{(e)}$ або i_1, i_2, \dots, i_n
Кінетична енергія системи $T = \frac{1}{2} \sum_{s=1}^n \sum_{p=1}^n \alpha_{sp} \dot{q}_s \dot{q}_p$	Енергія магнітного поля системи $W_M = \frac{1}{2} \sum_{s=1}^n \sum_{p=1}^n L_{sp} i_s i_p = \frac{1}{2} \sum_{s=1}^n \sum_{p=1}^n L_{sp} \dot{q}_s^{(e)} \dot{q}_p^{(e)}$
Потенціальна енергія системи $\Pi = \frac{1}{2} \sum_{s=1}^n \sum_{p=1}^n \zeta_{sp} q_s q_p$	Енергія електричного поля системи $W_e = \frac{1}{2} \sum_{s=1}^n \sum_{p=1}^n \frac{1}{C_{sp}} q_s^{(e)} q_p^{(e)}$
Дисипативна функція Релея $\Phi = \frac{1}{2} \sum_{s=1}^n \sum_{p=1}^n \beta_{sp} \dot{q}_s \dot{q}_p$	Електрична дисипативна функція Релея $\Phi_e = \frac{1}{2} \sum_{s=1}^n \sum_{p=1}^n R_{sp} i_s i_p = \frac{1}{2} \sum_{s=1}^n \sum_{p=1}^n R_{sp} \dot{q}_s^{(e)} \dot{q}_p^{(e)}$
Коефіцієнти інерції α_{sp}	Електромагнітні коефіцієнти індукції — власні або спільні індуктивності незалежних контурів L_{sp}
Узагальнені коефіцієнти жорсткості ζ_{sp}	Електростатичні коефіцієнти індукції — фізичні величини, що є оберненими до власних або до спільних ємностей незалежних контурів $1/C_{sp}$
Коефіцієнти розсіювання енергії β_{sp}	Електричні коефіцієнти розсіювання енергії — власні або спільні активні опори незалежних контурів R_{sp}
Узагальнені сили Q_s	Узагальнені сили — контурні електрорушійні сили e_s
Рівняння Лагранжа другого роду $\frac{d}{dt} \frac{\partial T}{\partial \dot{q}_s} - \frac{\partial T}{\partial q_s} = Q_s - \frac{\partial \Pi}{\partial q_s} - \frac{\partial \Phi}{\partial \dot{q}_s},$ $s = 1, 2, \dots, n.$	Рівняння Лагранжа-Максвелла — другий закон Кірхгофа $\frac{d}{dt} \frac{\partial W_M}{\partial i_s} = e_s - \frac{\partial W_e}{\partial q_s^{(e)}} - \frac{\partial \Phi_e}{\partial i_s}, s = 1, 2, \dots, n$

Друга система електродинамічних аналогій в перетворенні МІ

Перетворювач моменту інерції	Електродинамічна система-аналог
Ступінь вільності системи n	Ступінь вільності системи — кількість вузлів електричного кола окрім нульового n
Система узагальнених координат q_1, q_2, \dots, q_n	Система узагальнених координат — інтеграли від вузлових потенціалів відносно часу, починаючи з деякого моменту або магнітні потокозчеплення $\int_0^t \phi_1 dt, \int_0^t \phi_2 dt, \dots, \int_0^t \phi_n dt$ або $\psi_1, \psi_2, \dots, \psi_n$
Система узагальнених швидкостей $\dot{q}_1, \dot{q}_2, \dots, \dot{q}_n$	Система узагальнених швидкостей — вузлові потенціали $\phi_1, \phi_2, \dots, \phi_n$
Кінетична енергія системи $T = \frac{1}{2} \sum_{s=1}^n \sum_{p=1}^n \alpha_{sp} \dot{q}_s \dot{q}_p$	Енергія електричного поля системи $W_e = \frac{1}{2} \sum_{s=1}^n \sum_{p=1}^n C_{sp} \phi_s \phi_p = \frac{1}{2} \sum_{s=1}^n \sum_{p=1}^n C_{sp} \psi_s \psi_p$
Потенціальна енергія системи $\Pi = \frac{1}{2} \sum_{s=1}^n \sum_{p=1}^n \zeta_{sp} q_s q_p$	Енергія магнітного поля системи $W_m = \frac{1}{2} \sum_{s=1}^n \sum_{p=1}^n \frac{1}{L_{sp}} \psi_s \psi_p$
Дисипативна функція Релея $\Phi = \frac{1}{2} \sum_{s=1}^n \sum_{p=1}^n \beta_{sp} \dot{q}_s \dot{q}_p$	Електрична дисипативна функція Релея $\Phi_e = \frac{1}{2} \sum_{s=1}^n \sum_{p=1}^n \frac{1}{R_{sp}} \phi_s \phi_p = \frac{1}{2} \sum_{s=1}^n \sum_{p=1}^n \frac{1}{R_{sp}} \dot{\psi}_s \dot{\psi}_p$
Коефіцієнти інерції α_{sp}	Електростатичні коефіцієнти індукції — власні або спільні вузлові ємності C_{sp}
Узагальнені коефіцієнти жорсткості ζ_{sp}	Електромагнітні коефіцієнти індукції – фізичні величини, що є оберненими до власних або до спільних вузлових індуктивностей $\frac{1}{L_{sp}}$
Коефіцієнти розсіювання енергії β_{sp}	Коефіцієнти розсіювання енергії — власні або спільні вузлові активні провідності $G_{sp} = \frac{1}{R_{sp}}$
Узагальнені сили Q_s	Узагальнені сили — вузлові струми від джерел струму J_s
Рівняння Лагранжа другого роду $\frac{d}{dt} \frac{\partial T}{\partial \dot{q}_s} - \frac{\partial T}{\partial q_s} = Q_s - \frac{\partial \Pi}{\partial q_s} - \frac{\partial \Phi}{\partial \dot{q}_s},$ $s = 1, 2, \dots, n.$	Рівняння Лагранжа-Максвелла – перший закон Кірхгофа $\frac{d}{dt} \frac{\partial W_e}{\partial \phi_s} = J_s - \frac{\partial W_m}{\partial \psi_s} - \frac{\partial \Phi_e}{\partial \phi_s}, s = 1, 2, \dots, n$

Наразі необхідно зазначити: як впливає з огляду літературних джерел, зокрема [9—14], в таблицях 1 і 2 *вперше* водночас найбільш повно, систематизовано і предметно наведено обидві системи електродинамічних аналогій, що з практичної точки зору створює необхідні передумови для побудови електродинамічних моделей вимірювальних перетворювачів моменту інерції в рівняннях Лагранжа-Максвелла.

Висновки

В роботі на підставі проведеного аналізу сучасного стану теорії електродинамічного моделювання вимірювального перетворення і контролю моменту інерції механічних та електромеханічних систем з обертальною формою руху були встановлені деякі з основних причин, що перешкоджають її розвитку, та окреслені шляхи й закладене необхідне теоретичне підґрунтя для вирішення виявлених проблем. Для цього:

— вперше найбільш повно і тематично спрямовано опрацьовано і систематизовано першу й другу системи електродинамічних аналогій відносно пристроїв вимірювального перетворення і контролю моменту інерції;

— визначені місце і значення теорії динамічних аналогій та принципу дуальності в побудові електродинамічних моделей перетворювачів моменту інерції і сформульовані деякі важливі наслідки, що мають бути покладені в основу даної теорії.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Перхач В. С. Теоретична електротехніка: [підручник] / В. С. Перхач. — К.: Вища шк., 1992. — 439 с.
2. Карпов Ю. О. Теоретичні основи електротехніки. Перехідні процеси в лінійних електричних колах / Ю. О. Карпов, Т. С. Магас, Ю. Г. Ведміцький. — Вінниця: «УНІВЕРСУМ–Вінниця», 2004. — 159 с.
3. Карпов Ю. О. Теоретичні основи електротехніки. Електромагнітне поле: [підручник] / Ю. О. Карпов, Ю. Г. Ведміцький, В. В. Кухарчук. — Вінниця: УНІВЕРСУМ–Вінниця, 2008. — 407 с.
4. Кухарчук В. В. Елементи теорії контролю динамічних параметрів електричних машин: [монографія] / В. В. Кухарчук. Вінниця: «Універсум–Вінниця», 1985.
5. Гернет М. М. Определение моментов инерции / М. М. Гернет, В. Ф. Ратобильский. — М.: Машиностроение, 1985. — 248 с.
6. Ведміцький Ю. Г. До питання розв'язку проблеми систематизації математичних моделей і методів перетворення моменту інерції. Огляд та перспектива / Ю. Г. Ведміцький, В. В. Кухарчук // Вісник Кременчуцького державного політехнічного університету. — 2006. — № 3/2006(38). — Ч. 1. — С. 130—133.
7. Кухарчук В. В. Теорія динамічних аналогій в перетворенні моменту інерції тіл обертання та електричні моделі існуючих і можливих вимірювальних перетворювачів / В. В. Кухарчук, Ю. Г. Ведміцький // Вісник Хмельницького національного університету. — 2005. — № 4. Ч. 1. Т.1 (68). — С. 122—128.
8. Кухарчук В. В. Математичні і електричні моделі перетворювача моменту інерції з двома ступенями вільності / В. В. Кухарчук, Ю. Г. Ведміцький // КУСС-2005: матеріали VIII міжнародної конференції. — Вінниця. — С. 69.
9. Павловський М. А. Теоретична механіка / М. А. Павловський. — К.: Техніка, 2002. — 512 с.
10. Н. Ф. Olson Dynamical Analogies. — New York: D. Van Nostrand company, 1943. — 197 с.
11. Ольсон Г. Динамические аналогии / Г. Ольсон. — М.: Гизиностр. лит., 1947. — 224 с.
12. Фурдуев В. В. Электроакустика / В. В. Фурдуев. — М.-Л.: Гос. изд-во техн. лит-ры, 1948. — 515 с.
13. Вибрации в технике: [справочник: в 6 т.] / Ред. совет: В. Н. Челомей (пред.). — М.: Машиностроение, 1978 — Т. 1. Колебания линейных систем / Под ред. В. В. Болотина. 1978. — 352 с.
14. Островский Л. А. Основы общей теории электроизмерительных устройств / Л. А. Островский. — Л.: «Энергия», 1971. — 544 с.
15. Ведміцький Ю. Г. Узагальнений перетворювач моменту інерції / Ю. Г. Ведміцький, В. В. Кухарчук // Вісник Кременчуцького державного політехнічного університету ім. М. Остроградського. — 2008.— № 3/2008(50). — Ч. 1. — С. 113—118.

Рекомендована кафедрою теоретичної електротехніки та електричних вимірювань

Надійшла до редакції 26.06.08
Рекомендована опублікування 10.10.08

Ведміцький Юрій Григорович — асистент, **Кухарчук Василь Васильович** — завідувач кафедри.

Кафедра теоретичної електротехніки та електричних вимірювань Вінницький національний технічний університет