

Я. В. Іванчук¹
Ю. С. Хмелівський¹

ПІДВИЩЕННЯ ЕФЕКТИВНОСТІ ЗАСТОСУВАННЯ НЕЧІТКИХ НЕЙРОННИХ МЕРЕЖ ШЛЯХОМ ОПТИМІЗАЦІЇ ФУНКЦІЙ НАЛЕЖНОСТІ

¹Вінницький національний технічний університет

Розглянуто розв'язання актуальної науково-практичної задачі підвищення точності та стабільності моделювання інтелектуальних систем на основі гібридних нечітких нейронних мереж. Необхідність оптимізації параметрів фазифікації зумовлена високою чутливістю нечітких моделей до геометричної форми та локалізації функцій належності. У роботі проведено детальний порівняльний аналіз впливу типів функцій належності (гаусова, дзвоноподібна, трикутна та трапецієвидна), стандартних методів навчання (гібридний алгоритм, метод зворотного поширення помилки) та сучасних популяційних алгоритмів глобальної оптимізації (генетичного алгоритму та методу ройового інтелекту) на апроксимаційні та прогнозувальні властивості нечіткої мережі класу ANFIS та модифікованої п'ятишарової структури FNN. Оцінювання ефективності досліджуваних конфігурацій здійснювалося за допомогою статистичних метрик середньоквадратичної помилки та коефіцієнта детермінації, а також показників обчислювальної складності та оцінки стабільності результатів. Експериментальне тестування виконано на двох різнотипних задачах: прогнозуванні складного хаотичного часового ряду Маккея–Гласса та регресійному аналізі реального багатовимірного набору даних Auto MPG з репозиторію UCI Machine Learning Repository. Отримані результати довели, що для гладких процесів без суттєвого шуму оптимальною є конфігурація з гаусовою функцією належності та гібридним методом навчання. Водночас для реальних датасетів класичний гібридний метод виявляється неефективним через потрапляння у локальні мінімуми, тоді як застосування генетичного алгоритму та ройового інтелекту у комбінації з оптимізатором Adam дозволяє досягти стабільної точності, швидкої та стійкої збіжності та суттєво підвищити надійність функціонування нечітких нейронних мереж.

Ключові слова: нечіткі нейронні мережі, оптимізація функцій належності, ройовий інтелект, генетичний алгоритм, часові ряди.

Вступ

У сучасних системах штучного інтелекту важливе місце посідають гібридні системи, зокрема нечіткі нейронні мережі (ННМ) [1], які поєднують у собі здатність нейромереж до навчання на прикладах та інтерпретованість нечіткої логіки за допомогою лінгвістичних правил «ЯКЩО — ТО». Одним з класичних представників таких мереж є адаптивна нейро-нечітка система виведення (ANFIS — Adaptive Neuro-Fuzzy Inference System) [2].

Проте ефективність функціонування ННМ критично залежить від параметрів бази знань, яка формується на етапі фазифікації [3]. Неправильний вибір типу та параметрів функцій належності (ФН) призводить до суттєвого зниження апроксимаційних та прогнозувальних властивостей мережі, «прокляття розмірності» зі збільшенням кількості правил, а також до втрати стійкості моделі. Тому дослідження методів оптимізації ФН є актуальною науковою задачею в межах розвитку теорії інтелектуальних систем керування та аналізу даних.

Аналіз сучасних досліджень показує, що більшість стандартних інструментів проєктування ANFIS використовують фіксовані типи функцій належності (зазвичай дзвоноподібні чи гаусові) з їхнім подальшим налаштуванням класичним градієнтним спуском або гібридним методом (LSE та Backpropagation). Роботи дослідників доводять, що градієнтні методи часто збігаються до локальних мінімумів, особливо за наявності складної нелінійної поверхні помилки [4].

Застосування еволюційних та популяційних алгоритмів для глобального пошуку параметрів ФН



дозволяє вийти з локальних екстремумів [5], проте потребує детального порівняльного аналізу за критеріями «точність — обчислювальний час». Потребує детальнішого вивчення питання, як саме геометрична форма ФН (гладка чи кусково-лінійна) корелює з вибраним методом навчання та типом цільової задачі.

У праці [6] виконано комплексний огляд підходів до навчання адаптивної нейро-нечіткої системи ANFIS, зокрема градієнтних, гібридних та евристичних методів оптимізації параметрів моделі. Автори розглядають передумовні та наслідкові параметри ANFIS і підкреслюють важливість вибору алгоритму їх налаштування для забезпечення високої точності моделювання. Особливу увагу приділено переходу від класичного гібридного навчання, що поєднує градієнтний спуск і метод найменших квадратів, до метаевристичних методів, здатних забезпечувати ефективніший глобальний пошук параметрів. Водночас стаття не містить єдиного експериментального порівняння конкретних типів функцій належності за однакових умов. Це обґрунтовує необхідність подальшого дослідження впливу форми функцій належності та способу їх оптимізації на точність нечітких нейронних мереж.

У статті [7] проведено порівняльне дослідження інтелектуальних алгоритмів оптимізації ANFIS для прогнозування місячних опадів. Автори порівняли стандартний ANFIS із гібридними моделями, використовуючи дані метеорологічних станцій Ірану. Отримані результати показали, що застосування метаевристичних алгоритмів дозволяє підвищити точність прогнозування та зменшити ризик потрапляння процесу навчання в локальні оптимуми. Недоліком є орієнтація на одну прикладну задачу прогнозування опадів та відсутність систематичного дослідження впливу різних геометричних типів функцій належності.

У дослідженні [8] автори розглядали модель із декількома вхідними параметрами та досліджували, як зміна кількості функцій належності впливає на регресійні характеристики моделі. Експериментально встановлено, що збільшення кількості інформативних вхідних параметрів суттєво підвищує прогнозувальну здатність ANFIS. Перевагою роботи є безпосереднє дослідження впливу структури функцій належності на якість ANFIS та використання реальної прикладної задачі. Водночас дослідження обмежене використанням лише гаусової функції належності.

У науковій праці [9] запропоновано вдосконалену модель ANFIS на основі модифікованого алгоритму рою світляків. Запропонований підхід продемонстрував доцільність використання популяційних алгоритмів для оптимізації ANFIS та підвищення ефективності моделі. У роботі поєднано два метаевристичних підходи та перевірка запропонована модель перевірена на декількох реальних наборах медичних даних.

Аналіз цих наукових досліджень показує, що підвищення ефективності ANFIS значною мірою залежить від способу налаштування її параметрів та вибору структури функцій належності. Тому актуальним є дослідження взаємного впливу типу функції належності та алгоритму її оптимізації на точність, стабільність і обчислювальну ефективність нечітких нейронних мереж.

Метою дослідження є підвищення точності та стабільності нечітких нейронних мереж шляхом порівняльного аналізу геометричних форм функцій належності, оптимізації їх параметрів за допомогою метаевристичних алгоритмів, та визначення раціональних конфігурацій ННМ для задач регресії, апроксимації та прогнозування.

Для досягнення поставленої мети у роботі сформульовано та вирішено такі задачі:

- провести систематизацію та математичний аналіз різних типів функцій належності з метою визначення їх апроксимаційних властивостей у складі нечітких нейронних мереж;
- розробити та реалізувати програмні конфігурації мережі ANFIS та п'ятишарової FNN, які поєднують оптимізацію параметрів функцій належності еволюційними/популяційними методами з градієнтним донавчанням параметрів висновків (Adam/LSE);
- здійснити комплексні експериментальні дослідження ефективності розроблених моделей на задачах прогнозування хаотичного часового ряду Маккея–Гласса та регресійного аналізу реального датасету UCI Auto MPG;
- провести порівняльний аналіз досліджуваних конфігурацій за критеріями точності RMSE та R^2 , обчислювальної складності та оцінки стабільності результатів для формування практичних рекомендацій щодо їх вибору.

Результати дослідження

Для дослідження вибрано структуру класичної мережі ANFIS першого порядку (Сугено) та модифіковану структуру п'ятишарової Fuzzy Neural Network (FNN) з n входами $x_1, x_2, \dots, x_n$, одним виходом у та $R = 8$ правил.

П'ятишарова математична структура мережі має такий вигляд [10]:

1. *Шар 1* (Фазифікація): Обчислення ступенів належності вхідних сигналів.

$$O_{i,k}^1 = \mu_{A_i^k}(x_i), i = 1, \dots, n, k = 1, \dots, R.$$

2. *Шар 2* (Агрегування/Правила): Обчислення сили спрацьовування кожного правила

$$w_k = \prod_{i=1}^n \mu_{A_i^k}(x_i).$$

3. *Шар 3* (Нормалізація): Обчислення відносної сили спрацьовування правил

$$\bar{w}_k = \frac{w_k}{\sum_{j=1}^R w_j}.$$

4. *Шар 4* (Акумуляція висновків): Формування часткових виходів правил

$$O_{4,k} = \bar{w}_k \cdot y_k = \bar{w}_k \left(p_{k,0} + \sum_{i=1}^n p_{k,i} \cdot x_i \right).$$

5. *Шар 5* (Дефазифікація): Обчислення чіткого вихідного значення ННМ

$$y_{pred} = \sum_{k=1}^R O_{4,k} = \frac{\sum_{k=1}^R w_k \left(p_{k,0} + \sum_{i=1}^n p_{k,i} \cdot x_i \right)}{\sum_{k=1}^R w_k}.$$

Вектор усіх налаштовуваних параметрів мережі Θ розбивається на дві підмножини

$$\Theta = [\Theta_{ant}, \Theta_{cons}],$$

де Θ_{ant} — параметри передумов (центри, ширини, грані ФН), $\Theta_{cons} = \{p_{k,0}, p_{k,1}, \dots, p_{k,n}\}_{k=1}^R$ — параметри висновків.

Таким чином, мережа є параметричною функцією $y = F(x, Q_{ant}, Q_{cons})$, точність якої повністю визначається адекватністю обраної геометричної форми $\mu_{A_i}(\cdot)$ (табл. 1) та якістю налаштування обох підмножин параметрів.

Таблиця 1

Математичний опис досліджуваних ФН

Тип функції належності	Графічна структура	Математична модель	Налаштовувані параметри
Gaussian (Гаусова)	гладка	$\mu(x) = \exp\left(-\frac{(x-c)^2}{2\sigma^2}\right)$	центр c , ширина σ
Triangular (Трикутна)	кусково-лінійна	$\mu(x) = \max\left(0, \min\left(\frac{x-a}{b-a}, \frac{c-x}{c-b}\right)\right)$	носії a, c , вершина b
Bell-shaped (Дзвоноподібна)	гладка, регульована	$\mu(x) = \frac{1}{1 + \left \frac{x-c}{a}\right ^{2b}}$	центр c , ширина a , крутизна b
Trapezoidal (Трапецієвидна)	кусково-лінійна, плато	$\mu(x) = \max\left(0, \min\left(\frac{x-a}{b-a}, 1, \frac{d-x}{d-c}\right)\right)$	межі трапеції a, b, c, d

У межах цього дослідження як конкретна модель об'єкта виділяється сукупність конфігурацій «тип ФН $\times$ структура мережі $\times$ метод навчання», що підлягають порівняльному експериментальному аналізу.

Для дослідження впливу різних методів оптимізації на точність нечіткої нейронної мережі проведено порівняння трьох підходів до параметричного налаштування функцій належності та параметрів висновків нечітких правил: гібридного методу навчання, генетичного алгоритму (ГА) та методу рою часток. Усі методи використовували однакову архітектуру мережі та однакові навчальні вибірки, що забезпечило коректність порівняння отриманих результатів.

Оптимізація нечіткої нейронної мережі полягає у мінімізації цільової функції. Як цільова функція для всіх трьох методів використовується середньоквадратична похибка на навчальній вибірці обсягом N

$$\min_{\Theta} \lambda(\Theta) = RMSE(\Theta) = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (y_i - y_{pred,i}(\Theta))^2}.$$

Гібридний метод є класичним алгоритмом навчання нечітких нейронних мереж типу ANFIS і поєднує два різні підходи до оптимізації параметрів моделі [11]. Основна ідея полягає у розділенні всіх параметрів мережі на дві незалежні групи: параметри передумов, які визначають форму, положення та ширину функцій належності та параметри висновків, що визначають лінійні функції висновків нечітких правил.

Під час кожної епохи навчання спочатку виконується прямий прохід мережею. За фіксованих параметрів функцій належності параметри висновків обчислюються методом найменших квадратів (Least Squares Estimation, LSE), що дозволяє знайти їх оптимальні значення без застосування ітераційних процедур.

$$\Theta_{cons}^* = (A^T A)^{-1} A^T Y,$$

де A — матриця базисних функцій, сформована з нормалізованих ваг $\bar{w}_k$ та вхідних даних.

Після цього виконується зворотне поширення помилки (Backpropagation), за допомогою якого обчислюються градієнти функції втрат відносно параметрів функцій належності та здійснюється їх оновлення.

$$\Theta_{ant}^{(t+1)} = \Theta_{ant}^{(t)} - \eta \frac{\delta \lambda}{\delta \Theta_{ant}},$$

де η — швидкість навчання.

Отже, гібридний алгоритм поєднує аналітичний метод оптимізації для параметрів висновків з градієнтною оптимізацією параметрів функцій належності. Такий підхід забезпечує швидку збіжність алгоритму та є одним із найпоширеніших способів навчання мереж ANFIS.

Генетичний алгоритм є еволюційним методом глобальної оптимізації, заснованим на принципах природного добору.[12] У цій роботі він використовувався для оптимізації параметрів функцій належності, тоді як параметри висновків навчалися окремо за допомогою оптимізатора Adam.

Кожна особина популяції є повним вектором z_i параметрів функцій належності нечіткої нейронної мережі. Початкова популяція формується випадковим чином навколо початкових значень параметрів. Для кожної особини виконується оцінка функції пристосованості шляхом обчислення середньоквадратичної помилки моделі на навчальній вибірці [13]. Як критерій оптимізації використовується мінімізація RMSE. Функція пристосованості визначається через обернену залежність від цільової функції

$$F(z_i) = \frac{1}{1 + RMSE(z_i)}.$$

На кожній генерації застосовуються оператори турнірної селекції, кросинговера та мутації [14]

$$z_i^{(g+1)} = Mutation(Crossover(Selection(P^{(g)}))).$$

На відміну від градієнтних методів, генетичний алгоритм не використовує інформацію про похідні функції втрат. Це дозволяє ефективніше досліджувати складний багатовимірний простір параметрів і зменшує ймовірність потрапляння в локальні мінімуми, хоча ціною цього є більша кількість обчислень та довший час навчання [15], [16].

Метод рою часток є популяційним алгоритмом глобальної оптимізації, натхненим колективною поведінкою зграй птахів та косяків риб [17]. У цьому методі кожна частка представляє можливий набір параметрів функцій належності нечіткої нейронної мережі [18].

Кожна частка характеризується двома величинами:

- поточним положенням у просторі параметрів $x_i^{t+1} = x_i^t + v_i^{t+1}$;
- швидкістю переміщення.

У процесі оптимізації кожна частка змінює своє положення відповідно до власного досвіду пошуку та найкращого знайденого розв'язку всього рою. Оновлення швидкості здійснюється за формулою

$$v_i^{t+1} = wv_i^t + c_1r_1(pbest_i - x_i) + c_2r_2(gbest_i - x_i).$$

У реалізованому алгоритмі PSO оптимізовано лише параметри функцій належності, тоді як параметри висновків нечітких правил після кожного оновлення положення частки донавчалися за допомогою оптимізатора Adam. Такий підхід поєднує глобальний пошук оптимальних параметрів функцій належності з високою швидкістю локальної градієнтної оптимізації параметрів висновків [19].

Для оцінювання ефективності різних методів оптимізації параметрів функцій належності використано дві задачі регресії, що відрізняються характером вхідних даних.

Перший експеримент виконувався на хаотичному часовому ряді Маккея–Гласса, який широко використовується як еталонний тест для оцінювання алгоритмів прогнозування нелінійних динамічних систем. Основною метою було дослідити здатність нечіткої нейронної мережі апроксимувати складні часові залежності та порівняти вплив різних алгоритмів оптимізації на точність прогнозування.

Другий експеримент проводився на наборі даних Auto MPG з репозиторію UCI Machine Learning Repository.[20] Набір містить технічні характеристики автомобілів (вхідні дані — кількість циліндрів, робочий об'єм двигуна, потужність, масу автомобіля, прискорення, рік випуску), на основі яких необхідно передбачити витрату палива (вихідна змінна MPG). Ця задача є класичною задачею регресії та широко використовується для оцінювання моделей машинного навчання. Перед використанням датасету попередньо проведена обробка, а саме видалення записів з пропущеними даними, 6 вхідних ознак та цільову змінну піддано z-score стандартизації за допомогою StandartScaler.

Для забезпечення об'єктивного порівняння досліджуваних методів оптимізації всі експерименти виконувалися за однакових умов: використовувалася однакова архітектура нечіткої нейронної мережі, однакові навчальні (80 %) та тестові (20 %) вибірки, які розбиті послідовно, а також однакові параметри навчання, за винятком алгоритму оптимізації.

Усі експериментальні дослідження для кожного алгоритму оптимізації та кожної з розглянутих функцій належності проведено серією з 10-ти незалежних прогонів (встановлені seed від 42 до 52). У результатах наведено середні значення точності, середній час навчання, а також стандартне відхилення, яке відображає стійкість та чутливість відповідних методів до початкових умов ініціалізації параметрів.

Варто зауважити, що для гібридного методу кількість ітерацій встановлена 240 епох, learning rate для оптимізатора Adam має значення 0,02; для генетичного алгоритму розмір популяції — 12, кількість поколінь — 20, ймовірність мутації 0,15; для методу рою частинок розмір рою 12, ітерацій 20, інерційні ваги $w = 0,5$, $c_1 = 1,4$, $c_2 = 1,4$.

З метою об'єктивного порівняння ефективності різних методів оптимізації впроваджено єдиний обчислювальний бюджет, виражений через кількість оцінок цільової функції (NFE — Number of Function Evaluations), оскільки порівняння алгоритмів за чистою кількістю епох чи ітерацій є методологічно некоректним через різну обчислювальну складність однієї ітерації. Для всіх алгоритмів встановлено жорсткий ліміт $NFE = 240$:

- для гібридного методу це відповідає 240 епохам навчання, де 1 епоха = 1 NFE;
- для генетичного алгоритму ГА добуток розміру популяції становить та числу генерацій дорівнює $12 \cdot 20 = 240$ NFE;
- для методу рою часток добуток розміру рою та число ітерацій дорівнює $12 \cdot 20 = 240$ NFE.

Узагальнені результати порівняльного аналізу конфігурацій ННМ наведено в табл. 1, 2 та табл. 3.

Таблиця 2

Результати для задачі прогнозування ряду Маккея–Гласса

Тип ФН	Метод оптимізації	Середнє RMSE	Середнє R^2	Середній час (сек)	Показник стабільності (std відхилення)
Гаусова ФН	Гібридний	0,00774	0,9969	0,98	0,01047
Гаусова ФН	ГА	0,05100	0,9528	0,72	0,00453
Гаусова ФН	Метод рою часток	0,04695	0,9591	0,76	0,00842
Дзвоноподібна ФН	Гібридний	0,00262	0,9999	1,31	0,00034
Дзвоноподібна ФН	ГА	0,05306	0,9482	0,95	0,00808
Дзвоноподібна ФН	Метод рою часток	0,04898	0,9563	0,99	0,00523
Трикутна ФН	Гібридний	0,78033	-11,7211	1,19	0,31317
Трикутна ФН	ГА	0,52915	-5,0971	0,99	0,24261

Продовження табл. 2

Тип ФН	Метод оптимізації	Середнє RMSE	Середнє R^2	Середній час (сек)	Показник стабільності (std відхилення)
Трикутна ФН	Метод рою часток	0,06012	0,7900	1,01	0,08976
Трапеційсвидна ФН	Гібридний	0,79096	-11,6413	1,41	0,27741
Трапеційсвидна ФН	ГА	0,54676	-5,0734	1,07	0,19645
Трапеційсвидна ФН	Метод рою часток	0,06185	0,7668	1,07	0,09557

Таблиця 3

Результати для задачі прогнозування на наборі даних Auto MPG

Тип ФН	Метод оптимізації	Середнє RMSE	Середнє R^2	Середній час (сек)	Показник стабільності (std відхилення)
Гаусова ФН	Гібридний	2,86238	-23,5204	0,77	2,53308
Гаусова ФН	ГА	0,60867	0,3767	0,81	0,02991
Гаусова ФН	Метод рою часток	0,64883	0,2915	0,67	0,03422
Дзвоноподібна ФН	Гібридний	2,16861	-12,9751	1,06	1,90362
Дзвоноподібна ФН	ГА	0,57978	0,4351	0,93	0,02135
Дзвоноподібна ФН	Метод рою часток	0,58474	0,4250	0,90	0,02620
Трикутна ФН	Гібридний	1,32392	-1,9418	1,07	0,00000
Трикутна ФН	ГА	1,32392	-1,9418	0,85	0,00000
Трикутна ФН	Метод рою часток	1,32375	-1,9410	0,84	0,00035
Трапеційсвидна ФН	Гібридний	1,32392	-1,9418	1,19	0,00000
Трапеційсвидна ФН	ГА	1,32118	-1,9298	0,99	0,01026
Трапеційсвидна ФН	Метод рою часток	1,32335	-1,9392	1,13	0,00098

Гладкі функції, такі як гаусова та дзвоноподібна, показують найкращі результати у разі прогнозування плавних нелінійних процесів як-от хаотичного ряду Маккея–Гласса. Використання Гаусової та Дзвоноподібної ФН у поєднанні з гібридним методом дозволило досягти практично ідеальної точності (гаусова RMSE: $\sim 0,007$, дзвоноподібна RMSE: $\sim 0,00262$). Кусково-лінійні функції трикутна та трапеційсвидна погано підходять для гібридного навчання на гладких даних, оскільки через наявність недиференційованих точок градієнтний спуск працює некоректно (рис. 1), внаслідок чого з'являються від'ємні показники R^2 .

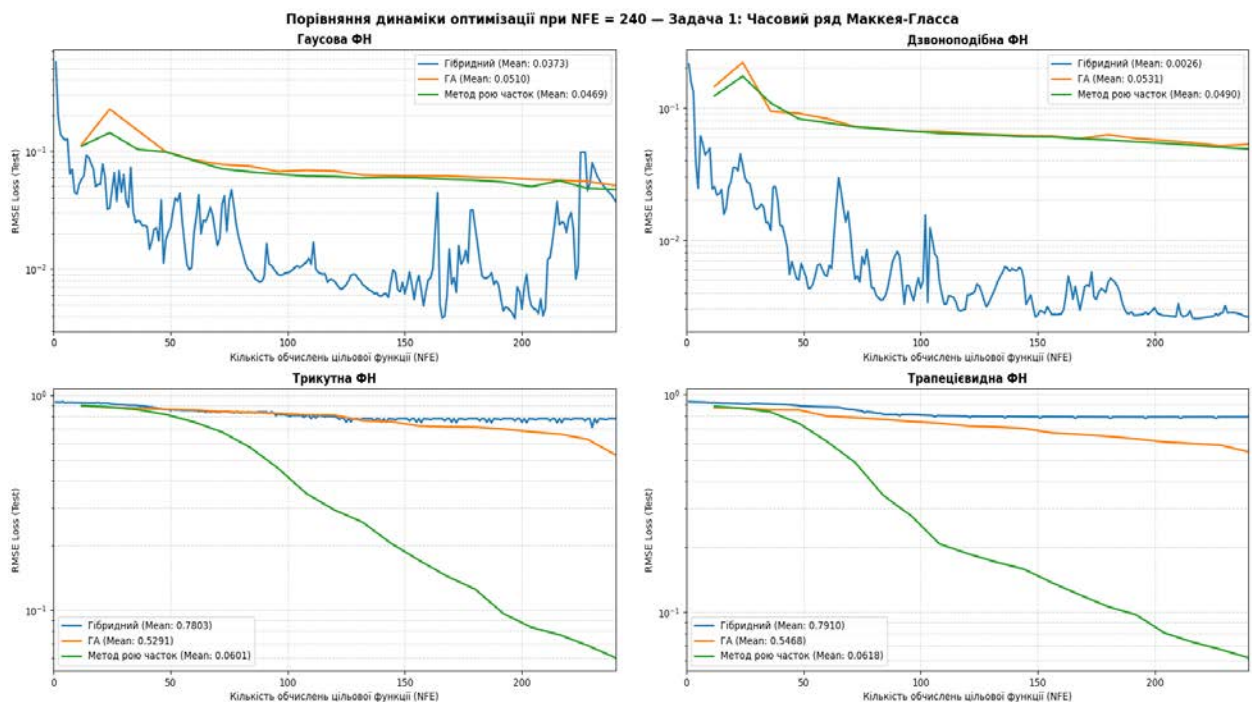


Рис. 1. Порівняння динаміки оптимізації на задачі часового ряду Маккея–Гласса

Ефективність алгоритмів оптимізації залежить від задачі та типу ФН. Гібридний метод забезпечує найвищу точність на гладких нелінійних даних при використанні гладких ФН. Проте вкрай

чутливий до структури даних та форми ФН. На наборі даних Auto MPG класичний гібридний метод показав повну непридатність, потрапляючи в пастку локальних мінімумів (рис. 2).

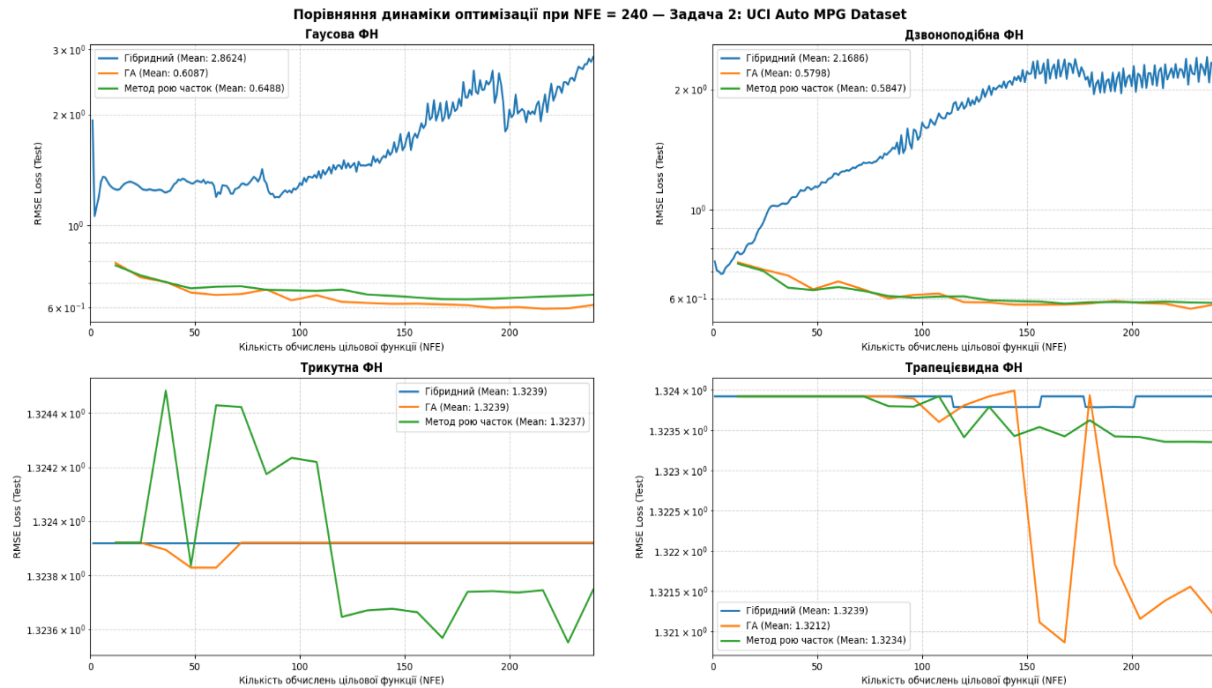


Рис. 2. Порівняння динаміки оптимізації на наборі даних Auto MPG

Методи рою часток та ГА демонструють вищу стійкість та здатність до глобального пошуку. На даних UCI Auto MPG алгоритми рою часток та ГА суттєво перевершили гібридний метод, забезпечивши додатну детермінацію для гладких ФН. Також метод рою часток добре показав себе на моделі з кусково-лінійної ФН на часових рядах. До того ж, ГА та метод рою часток в середньому на 13...23 % швидше гібридного методу.

Висновки

У результаті порівняльного аналізу досліджуваних геометричних форм функцій належності з'ясовано що гладкі гаусова та дзвоноподібна ФН забезпечують високу аналітичну точність і гладкість інтерполяції у разі моделювання нелінійних процесів. Натомість кусково-лінійні трикутна та трапецієвидна ФН через наявність недиференційованих точок суттєво ускладнюють градієнтний спуск, що призводить до деградації точності та появи від'ємних показників детермінації за використання стандартних підходів навчання.

Розроблено та програмно реалізовано гібридні архітектури нечітких нейронних мереж (ANFIS/FNN). Створена архітектура дозволяє гнучко комбінувати метаевристичні алгоритми ГА та метод рою частинок для глобального пошуку параметрів антецедентів ФН із градієнтними процедурами Adam та методом найменших квадратів LSE для миттєвої оптимізації консеквентів. Таке поєднання забезпечило баланс між ефективним дослідженням багатовимірного простору параметрів і швидким локальним налаштуванням ваг.

На основі проведених експериментальних випробувань за фіксованого обчислювального бюджету (NFE = 240) підтверджено специфіку застосування моделей до різних типів даних. Для ряду Маккея–Гласса найкращі показники досягнуто комбінацією дзвоноподібною та гаусовою ФН з гібридним методом навчання ($RMSE \approx 0,0026...0,0077$, $R^2 > 0,996$). До того ж на реальному багатовимірному датасеті UCI Auto MPG класичний гібридний метод виявився неспроможним подолати локальні мінімуми ($RMSE > 2,16$, $R^2 < 0$), тоді як метаевристичні алгоритми продемонстрували стійку збіжність ($RMSE \approx 0,58...0,60$, $R^2 > 0,43$). Популяційні методи оптимізації гарантують вищу стабільність розподілу помилок та зниження обчислювальних витрат за часом на 13...23 % порівняно з гібридним градієнтним підходом.

Отже, для аналізу гладких детермінованих залежностей доцільно використовувати дзвоноподібно-гаусову ФН з гібридним LSE-BP навчанням, а для зашумлених багатовимірних задач регресії — комбінацію гладких ФН з популяційними алгоритмами.

СПИСОК ВИКОРИСТАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ

- [1] Ю. С. Хмелівський та Я. В. Іванчук, «Нечіткі нейронні мережі,» на Міжнародній науково-практичній інтернет-конференції «Молодь в науці: дослідження, проблеми, перспективи (МН-2026)», Вінниця, Україна: ВНТУ, 2026. [Електронний ресурс]. Режим доступу: <https://conferences.vntu.edu.ua/index.php/mn/mn2026/paper/view/27208>.
- [2] A. K. S. Ahmed, M. A. Hossain, M. F. Hossain, et al., "Fuzzy neural networks and neuro-fuzzy networks: A review the main techniques and applications used in the literature," *Applied Soft Computing*, vol. 95, Art. no. 106275, 2020. <https://doi.org/10.1016/j.asoc.2020.106275>.
- [3] Ł. Apiecionek, "Fully Scalable Fuzzy Neural Network for Data Processing," *Sensors*, vol. 24, no. 16, Art. no. 5169, 2024. <https://doi.org/10.3390/s24165169>.
- [4] M. R. H. Adnan, A. Sarkheyli, A. M. Zain, and H. Haron, "Fuzzy logic for modeling machining process: a review," *Artificial Intelligence Review*, vol. 43, no. 3, pp. 345-379, 2015. <https://doi.org/10.1007/s10462-012-9381-8>.
- [5] B. A. Polin, A. Rotshtein, D. Katelnikov, and O. Zelinska, "A Hybrid Fuzzy Cognitive Map and Genetic Algorithm Approach with Least-Influence Weighting for Decision-Support Forecasting," *Algorithms*, vol. 19, no. 7, Art. no. 553, 2026. <https://doi.org/10.3390/a19070553>.
- [6] D. Karaboga and E. Kaya, "Adaptive network based fuzzy inference system (ANFIS) training approaches: a comprehensive survey," *Artificial Intelligence Review*, vol. 52, no. 4, pp. 2263-2293, 2019. <https://doi.org/10.1007/s10462-017-9610-2>.
- [7] A. Azad, M. Manoochehri, H. Kashi, S. Farzin, H. Karami, V. Nourani, and J. Shiri, "Comparative evaluation of intelligent algorithms to improve adaptive neuro-fuzzy inference system performance in precipitation modelling," *Journal of Hydrology*, vol. 571, pp. 214-224, 2019. <https://doi.org/10.1016/j.jhydrol.2019.01.062>.
- [8] M. Babanezhad, A. Masoumian, A. T. Nakhjiri, A. Marjani, M. Rezakazemi, and S. Shirazian, "Influence of number of membership functions on prediction of membrane systems using adaptive network based fuzzy inference system (ANFIS)," *Scientific Reports*, vol. 10, Art. no. 16110, 2020. <https://doi.org/10.1038/s41598-020-73175-0>.
- [9] K. Balasubramanian, and N. P. Ananthamoorthy, "Improved adaptive neuro-fuzzy inference system based on modified glowworm swarm and differential evolution optimization algorithm for medical diagnosis," *Neural Computing and Applications*, vol. 33, no. 13, pp. 7649-7660, 2021. <https://doi.org/10.1007/s00521-020-05507-0>.
- [10] M. S. Hossain, S. Mekhilef, et al., "Application of adaptive neuro-fuzzy inference system for wind power density prediction," *PLOS ONE*, vol. 13, no. 4, Art. no. e0193772, 2018. <https://doi.org/10.1371/journal.pone.0193772>.
- [11] О. В. Стародуб та В. В. Олійник, «Гібридний алгоритм навчання ANFIS-подібних нейромереж у задачах управління,» *Адаптивні системи автоматичного керування*, № 2 (33), с. 45-54, 2018. <https://doi.org/10.20535/1560-8956.30.2017.117715>.
- [12] K. O. Olatunji, S. O. Oladipo, D. M. Madyira, and Y. Sun, "Performance Evaluation of Different Clustering Techniques and Parameters of Hybrid PSO- and GA-ANFIS on Optimization and Prediction of Biomethane Yield of Alkali-Pretreated Groundnut Shells," *Waste and Biomass Valorization*, vol. 16, no. 1, pp. 423-440, 2025. <https://doi.org/10.1007/s12649-024-02674-2>.
- [13] R. Aguilar-Rivera, M. Valenzuela-Rendón, and J. J. Rodríguez-Ortiz, "Genetic algorithms and Darwinian approaches in financial applications: a survey," *Expert Systems with Applications*, vol. 42, no. 21, pp. 7684-7697, 2015. <https://doi.org/10.1016/j.eswa.2015.06.001>.
- [14] Р. Н. Кветний, Я. В. Іванчук, І. В. Богач, О. Ю. Софіна, і М. В. Барабан, *Методи та алгоритми комп'ютерних обчислень. Теорія і практика*. Вінниця, Україна: ВНТУ, 2023, 280 с. ISBN 978-966-641-952-4. <http://ir.lib.vntu.edu.ua/handle/123456789/38075>.
- [15] Я. В. Іванчук, і О. О. Борисюк, «Метаевристичний метод еволюційної оптимізації з використанням імунних підходів,» *Вісник Вінницького політехнічного інституту*, № 1 (184), с. 143-151, 2026. <https://doi.org/10.31649/1997-9266-2026-184-1-143-151>.
- [16] Я. В. Іванчук, і О. О. Борисюк, «Синтез еволюційних механізмів в розробці адаптивного алгоритму оптимізації,» *Проблеми програмування*, № 3, с. 53-65, 2025. <http://doi.org/10.15407/pp2025.03.053>.
- [17] J. Yao, X. Luo, F. Li, J. Li, J. Dou, and H. Luo, "Research on hybrid strategy Particle Swarm Optimization algorithm and its applications," *Scientific Reports*, vol. 14, Art. no. 24928, 2024. <https://doi.org/10.1038/s41598-024-76010-y>.
- [18] H. Wang, et al., "AnFIS-MoH: Systematic exploration of hybrid ANFIS frameworks via metaheuristic optimization hybridization with evolutionary and swarm-based algorithms," *Applied Soft Computing*, vol. 167, Part A, Art. no. 112334, 2024. <https://doi.org/10.1016/j.asoc.2024.112334>.
- [19] T. J. Ross, *Fuzzy Logic with Engineering Applications*, 4th ed. Hoboken, NJ, USA: Wiley, 2016. ISBN 978-1-119-23586-0. <https://home.iitk.ac.in/~avrs/ManyValuedLogic/FuzzyLogicforEngineers.pdf>.
- [20] UCI Machine Learning Repository, "Auto MPG Data Set," University of California, Irvine, 2023. [Online]. Available: <https://archive.ics.uci.edu/dataset/9/auto+mpg>.

Рекомендована кафедрою комп'ютерних наук ВНТУ

Дата надходження 6.08.2026

Дата прийняття після доопрацювання 25.08.2026

Дата прийняття до друку після рецензування 4.09.2026

Дата публікації 2.10.2026

Іванчук Ярослав Володимирович — д-р техн. наук, професор, професор кафедри комп'ютерних наук, e-mail: ivanchuck@vntu.edu.ua. <https://orcid.org/0000-0002-4775-6505>;

Хмелівський Юрій Сергійович — аспірант, асистент кафедри комп'ютерних наук, e-mail: yuriikhmelivskiy@gmail.com. <https://orcid.org/0009-0005-3517-6748>.

Вінницький національний технічний університет, Вінниця

Ya. V. Ivanchuk¹
Yu. S. Khmelivskyi¹

Increasing the Accuracy of Fuzzy Neural Networks by Optimizing Membership Functions

¹Vinnitsia National Technical University

The article is devoted to solving the urgent scientific and practical problem of increasing the accuracy and stability of modeling of intelligent systems based on hybrid fuzzy neural networks. The need to optimize the fuzzification parameters is due to the high sensitivity of fuzzy models to the geometric shape and localization of membership functions. The paper provides a detailed comparative analysis of the influence of membership function types (Gaussian, bell-shaped, triangular and trapezoidal), standard learning methods (hybrid algorithm, backpropagation error method) and modern population algorithms of global optimization (genetic algorithm and swarm intelligence method) on the approximation and predictive properties of a fuzzy network of the ANFIS class and a modified five-layer FNN structure. The efficiency of the studied configurations was assessed using statistical metrics of the mean square error and the coefficient of determination, as well as indicators of computational complexity and the result stability assessment. Experimental testing was performed on two different types of tasks: forecasting a complex chaotic Mackay-Glass time series and regression analysis of a real multidimensional Auto MPG dataset from the UCI Machine Learning Repository. The results obtained proved that for smooth processes without significant noise, the optimal configuration is a configuration with a Gaussian membership function and a hybrid learning method. At the same time, for real datasets, the classical hybrid method turns out to be ineffective due to falling into local minima, while the use of a genetic algorithm and swarm intelligence in combination with the Adam optimizer allows achieving stable accuracy, fast and stable convergence and significantly enhance the reliability of fuzzy neural networks functioning.

Keywords: fuzzy neural networks, membership function optimization, swarm intelligence, genetic algorithm, time series.

Ivanchuk Yaroslav V. — Dr. Sc. (Eng), Professor, Professor of the Chair of Computer Science, e-mail: ivanchuck@vntu.edu.ua . <https://orcid.org/0000-0002-4775-6505>;

Khmelivskyi Yuriy S. — Post-Graduate Student, Assistant of the Chair of Computer Science, e-mail: yuriikhmelivskyi@gmail.com . <https://orcid.org/0009-0005-3517-6748>